粒状体におけるポテンシャル障壁，潜在すべり面の概念の実験による考察*

北 村 良 介**

Experimental Consideration for Concepts of Potential Barriers and Potential Slip Plane in Particulate Materials

by

Ryosuke KITAMURA

(Faculty of Engineering, Kagoshima University, Kagoshima)

In the previous paper,¹⁾ the author applied the Markov process to the deformation process of particulate materials and established a mechanical model of particulate materials. In the model the concepts of the potential barriers and the potential slip plane were introduced. These concepts represent the mechanical properties of particulate materials under deformation process at the particle scale.

In this paper, the experimental consideration is described in order to examine the validity of the concepts of the potential barriers and the potential slip plane. The sandy soils were poured into a water tank and deposited in a soil tank which was set at different sediment angles, $\theta=0^\circ$, 30° , 60° and 90° . Then, the specimens with different fabrics were prepared by sampling from the soil tank. The drained triaxial compression tests were performed under a constant confining pressure by using the saturated specimens with different initial fabrics.

The followings were made clear from the experimental results: the specimen with the sediment angle $\theta=0^\circ$ showed the greatest resistance to the deformation, the greatest strength and the most violent dilatancy; the specimen with the sediment angle $\theta=60^\circ$ showed the smallest resistance to the deformation, the smallest strength and the smallest dilatancy. These mechanical characteristics due to the different initial fabrics were qualitatively explainable by using the concepts of the potential barriers and the potential slip plane. This fact proves the validity of these concepts which were introduced in the mechanical model of particulate materials proposed by the author.

(Received June 26, 1981)

キー・ワード：粒状体，ポテンシャル障壁の概念，潜在すべり面の概念，三軸圧縮試験

1 ま え が き

地球表層部を構成している岩，砂，粘土のような地盤材料の変形過程における力学特性を解明するための一方法として著者は物性論的立場に立ち，確率過程の一つであるマルコフ過程を適用して砂のような粒状体に対する力学モデルの提案を行った^{1)~3)}。そのモデルでは粒状体を構成する形状，大きさが不規則な個々の粒子の運動がマルコフ過程に従うものとみなされ，粒子レベルでの変形機構を解明するために確率論的考察が加えられた。モデルの確立に際し，二つの新しい概念，すなわち，ポテンシャル障壁の概念，潜在すべり面の概念が粒状体のせん断過程に導入された。これらの二

つの概念の妥当性は，直接的には供試体内の粒子の運動を観察することにより検証されるものであるが，変形過程での供試体内の全粒子の運動を追求することは不可能である。そこで，本論文では，間接的にこれらの概念の妥当性を検証している。すなわち，初期粒子構造の異なる供試体を作製し，側圧一定条件下で排水三軸圧縮試験を行い，得られた変形特性の差異がポテンシャル障壁の概念，潜在すべり面の概念を用いれば定性的な説明が可能であることを明らかにしている。

2 ポテンシャル障壁の概念，潜在すべり面の概念

ポテンシャル障壁の概念，潜在すべり面の概念についてはすでに著者が粒状体の力学モデル^{1)~3)}を提案する際に詳しい説明を行っている^{1)~3)}ので，ここでは簡単にその概略を述べるにとどめる。

* 原稿受理 昭和56年6月26日

** 正 会 員 鹿児島大学工学部 鹿児島市郡元

Fig. 1. Relation between potential slip plane and local slip plane.

Fig. 1 は通常の三軸試験における円柱供試体 (Fig. 1 (a)) とその 供試体内に無数に存在する粒子接点の一つをとり出したもの (Fig. 1 (b)) を示している。(a)において、 σ_1 , σ_3 は各々最大、最小主応力をあらわしており、 $\sigma_1 \neq \sigma_3$ であるせん断過程においては図のように潜在すべり面が存在する。潜在すべり面については、すでに村山、松岡・中井らが考察を行い、潜在すべり面として村山は $(\tau/\sigma)_{\max}$ -面を、また、松岡・中井は空間モービライズ面 (Spatial Mobilized Plane, 略して SMP) を提案している。Fig. 1 に示す通常の三軸試験のような軸対称応力状態で、しかも、鉛直方向が最大主応力となる場合には潜在すべり面と水平面とのなす角 α は各々次式のように規定される。

$(\tau/\sigma)_{\max}$ -面の場合

$$\alpha = 45^\circ + \frac{1}{2}\varphi \quad (1)$$

ここに、

$$\varphi = \tan^{-1} \left\{ \frac{1}{2} \left(\sqrt{\sigma_1/\sigma_3} - \sqrt{\sigma_3/\sigma_1} \right) \right\} \quad (2)$$

SMP の場合

$$\alpha = \tan^{-1} \sqrt{2\sigma_1/\sigma_3} \quad (3)$$

Fig. 1 に示された潜在すべり面と供試体内に存在する粒子接点で形成される局所的なすべり面とを関係づけるために導入された新しい考え方がポテンシャル障壁の概念と潜在すべり面の概念である。

Fig. 2 は粘弾性体の力学挙動を分子論的に説明するためによく用いられる概念図であり、Fig. 3 は Fig. 2 に示された考え方を粒状体内の無数に存在する粒子接点のうちの任意の 1 接点に適用した 3 次元的な図である。Fig. 3 において、 x_η はポテンシャル障壁の大きさをあらわしており、 $x_{\eta,1}$, $x_{\eta,2}$ は各々ポテンシャル障壁の最小値と最大値を示している。また、 $d\beta_1$, $d\beta_2$ は Fig. 4 に示すように粒状体内の任意の 1 接点で形成される接平面と規準座標軸とのなす角 (以下、接点角と称する) の変化量をあらわしている。Fig. 3 に

Fig. 2. Concept of potential barriers.

Fig. 3. Potential barrier at contact point.

Fig. 4. Two adjacent particles and reference frame.

れば、粒状体内の各接点において、接点角の変化に関するポテンシャル障壁が存在し、しかも、接点間の変化する方向によってポテンシャル障壁の大きさが異なっていることがわかる。すなわち、ポテンシャル障壁が最大である $x_{\eta,2}$ 方向への接点角の変化は最も生じにくく、ポテンシャル障壁が最小である $x_{\eta,1}$ 方向へは最も変化しやすいことを意味している。このような粒状体内の粒子の運動に関する仮説を粒状体におけるポテンシャル障壁の概念と称している。

つぎに潜在すべり面の概念について説明する。せん断過程が進行するにつれて Fig. 1 (a) に示した供試体は変形するが、そのことは、粒子のレベルでは供試体内の任意の接点において Fig. 1 (b) に示すように、その局所的なすべり面が潜在すべり面の方向と一致しようとするか、あるいは逆の方向へ変化しようとする粒子の運動に対応している。潜在すべり面の概念とは、

このような粒子の運動がランダムに生じるのではなく、ある一定の傾向をもって運動することをあらわす仮説である。すなわちせん断過程において、粒状体内の任意の接点の接点角が変化する際、Fig. 3 に示した接点間の変化に関するポテンシャル障壁の大きさが最小である $x_{\eta,1}$ の方向が潜在すべり面へ向う方向と一致し、最大である $x_{\eta,2}$ の方向が潜在すべり面へ向う方向とは逆になるということをあらわしている。これら二つの概念、ポテンシャル障壁の概念および潜在すべり面の概念をもとにせん断過程での粒状体の変形挙動を粒子のレベルで確率論的にみると、粒状体内に無数にある接点のうち、その接平面が潜在すべり面と一致しようとする変化 (Fig. 3 の $x_{\eta,1}$ の方向への変化) を起す接点の数は、逆の方向への変化 (Fig. 3 の $x_{\eta,2}$ の方向への変化) を起す接点の数より多いということになる。

3 三軸圧縮試験および結果の考察

3・1 試料および試験方法

前述の二つの概念の妥当性を検証するために、豊浦標準砂およびシラスを用い、初期粒子構造の異なる供試体を作製し、側圧一定条件下で排水三軸圧縮試験を行った。シラスは鹿児島市内で採取したもので、 840μ ふるいを通し、 74μ ふるいに残留する部分を用いた。初期粒子構造の異なる供試体は Fig. 5 に示される水槽および土槽を用いて次のような手順で作製された。まず、Fig. 5 (a) に示すように、縦 75 cm、横 95 cm、奥行き 30 cm の水槽に縦 20 cm、横 40 cm、奥行き

Fig. 5. Preparation of specimen.

8.7 cm の土槽を所定の傾斜角度 θ になるように設置し、飽和した試料を静かに水中落下させ、土槽に堆積させた。土槽の傾斜角度 θ は 0° より 90° まで 30° おきに 4 種類とした。土槽に堆積した試料は、Fig. 5 (b) に示すように土槽中にサンプリングモールドを挿入することにより採取し、そのまま凍結させた。供試体の大きさは直径 5 cm、高さ 12 cm である。Fig. 6 はこのような手順で作製された供試体の初期粒子構造の差異を模式的に示したものである。土粒子を水平落下により土槽に堆積させた場合には土粒子の長軸方向が水

Fig. 6. Specimens possessing different initial fabrics.

平になるように堆積するものが多く、土槽の傾斜角度を変化させることにより Fig. 6 に示すような初期粒子構造の異なる供試体を作製されるものと考えられる。

このようにして得られた豊浦標準砂、シラスの供試体の初期間げき比が Table I に示されている。Table I の値には多少のばらつきはあるが、両試料を用いて作製された供試体はそれぞれ比較的緩い、ほぼ同一の初期間げき比を有するものとみなすことができる。モールドから取り出された供試体はすばやく直径と高さが測定され、三軸装置にセットされた。そして、約 100 分間、所定の圧力 (100 kN/m^2) で等方圧縮しながら融解させた。圧縮試験は側圧一定 (100 kN/m^2)、排水条件のもとでひずみ制御型で行った。せん断速度は軸ひずみ速度 $0.8\%/分$ である。

3・2 実験結果および考察

Fig. 7, 8 はそれぞれ豊浦標準砂、シラスを用いた 4 種の初期粒子構造の異なる供試体で得られた応力～ひずみ～体積変化関係も示したものである。図において、 σ_1 , σ_3 は最大および最小主応力、 ε_1 は軸ひずみ、 ε_v は体積ひずみをあらわしている。また、ひずみは圧縮

Table I. Values of initial void ratio e_0 , internal friction angle ϕ and α .

θ°	Toyoura standard sand				Shirasu			
	e_0	ϕ°	$\alpha^\circ((\tau/\sigma)_{\max} \text{ plane})$	$\alpha^\circ(\text{SMP})$	e_0	ϕ°	$\alpha^\circ((\tau/\sigma)_{\max} \text{ plane})$	$\alpha^\circ(\text{SMP})$
0	0.79	37.6	63.8	70.8	1.30	43.5	66.7	73.1
30	0.79	36.8	63.4	70.5	1.27	41.7	65.8	72.4
60	0.79	33.8	61.9	69.3	1.27	39.1	64.6	71.4
90	0.73	36.0	63.0	70.2	1.37	40.3	65.1	71.9

Fig. 7. Relationships between stress, axial strain and volumetric strain for Toyoura standard soil.

Fig. 8. Relationships between stress, axial strain and volumetric strain for Shirasu.

を正にとっている。Fig. 7, 8 において応力～軸ひずみ曲線は、豊浦標準砂の場合もシラスの場合も傾斜角度 $\theta=60^\circ$ の供試体の曲線がピーク強度付近までの変形過程では常に最も下にあり、傾斜角度 $\theta=0^\circ$ の供試体の曲線が常に最も上にきている。そして、傾斜角度 $\theta=30^\circ$ と 90° の曲線がそれらの間に入ってきている。すなわち、同じ軸ひずみに対して応力比は傾斜角度 $\theta=60^\circ, 90^\circ, 30^\circ, 0^\circ$ の順に大きくなっていることがわかる。Table I には各供試体のピーク強度より計算された内部摩擦角 ϕ が示されている。表より豊浦標準砂の場合もシラスの場合にもともに傾斜角度 $\theta=60^\circ$ の供試体の内部摩擦角が最小で、 $90^\circ, 30^\circ, 0^\circ$ の

順に大きくなっていることがわかる。これらの結果より試料の区別なく傾斜角度 $\theta=60^\circ$ の供試体が最も変形しやすく、強度も最も小さいこと、 $\theta=90^\circ, 30^\circ$ の順に変形しにくくなり、強度も大きくなること、そして $\theta=0^\circ$ の供試体が最も変形しにくく、強度も最も大きいことがわかる。Fig. 7, 8 に示された軸ひずみ～体積ひずみ曲線においても応力～軸ひずみ曲線の場合と同様な傾向がみられる。すなわち、軸ひずみが1%付近までは明らかな差異がないが、それ以後の変形段階においては、試料の区別なく傾斜角度 $\theta=0^\circ$ の供試体より得られた軸ひずみ～体積ひずみ曲線が常に最も上にあり、 $\theta=60^\circ$ の供試体の曲線が最も下にきており、 $\theta=30^\circ, 90^\circ$ の供試体の曲線がそれらの間に描かれている。このことは、傾斜角度 $\theta=0^\circ$ の供試体のせん断過程での体積変化、すなわち、ダイレイタンシー量が最も大きく、 $\theta=30^\circ, 90^\circ$ と続き、 $\theta=60^\circ$ の供試体のダイレイタンシー量が最も小さいことをあらわしている。このようなダイレイタンシー挙動の差異を粒子レベルで考えると、傾斜角度 $\theta=0^\circ$ の供試体では、その中に含まれる粒子の運動が最も激しく、 $\theta=60^\circ$ の供試体では最も小さいことを意味しているものと考えられる。

Table I に示すようにはほぼ同一の初期間げき比を有する供試体を用い、同一条件下で三軸圧縮試験を行い、得られた応力～軸ひずみ～体積変化関係に上述のような差異が生じたのは供試体の初期粒子構造の差異によるものとみなすことができる。ここでは、これらの力学特性の差異を定性的に説明するために、2節で述べたポテンシャル障壁の概念、潜在すべり面の概念を用いて供試体内の粒子の運動について考察を加えることにする。せん断過程において、供試体内に無数に存在する接平面は粒子相互の運動によって変化するが、そのとき、ポテンシャル障壁の概念、潜在すべり面の概念を用いれば、各接点においてポテンシャル障壁が存在し、接点角の変化に関しては、接平面が潜在すべり面と一致しようとする変化確率の方が逆の方向への変化確率よりも大きいことになる。ところで、Fig. 1 (b) に示されるように潜在すべり面と供試体内のある接点での接平面（局所的なすべり面）とのなす角を Ψ とすれば、 Ψ が小さい程、潜在すべり面と接平面が一致するためのエネルギーは少く、このことは、 Ψ が小さい接点では Fig. 3 に示したポテンシャル障壁の大きさの最小値 $x_{p,1}$ が、 Ψ が大きい接点でのそれよりも小さく、粒子接点での運動が容易であることを意味している。したがって、供試体全体では、 Ψ が小さい接平面の数が多いほど変形しやすく、また、粒子相互ののりあがりなどを反映したダイレイタンシー量も小さくなるものと考えられる。

ところで、2節で述べた $(\tau/\sigma)_{\max}$ -面あるいはSMPを潜在すべり面とすれば、(1), (2), (3)式とみればわかるように、せん断過程が進み、主応力比 σ_1/σ_3 が増加するにつれて Fig. 1 に示した潜在すべり面と水平面のなす角 α は変化していく。Fig. 7, 8 に示された応力～軸ひずみ曲線におけるピーク強度時の σ_1/σ_3 の値を(1), (2)式あるいは(3)式に代入すると潜在すべり面として $(\tau/\sigma)_{\max}$ -面あるいはSMPを用いた場合のピーク強度時の α が計算でき、それらの値が Table I に示されている。表をみればわかるように、等方圧縮後のせん断過程では $(\tau/\sigma)_{\max}$ -面を潜在すべり面とすれば、豊浦標準砂に対しては α は 45° から $61.9^\circ \sim 63.8^\circ$ まで変化し、シラスに対しては 45° から $64.6^\circ \sim 66.7^\circ$ まで変化する。また、SMP を潜在すべり面とすれば、豊浦標準砂に対しては α は 54.7° から $69.3^\circ \sim 70.8^\circ$ まで変化し、シラスに対しては 54.7° から $71.4^\circ \sim 73.1^\circ$ まで変化する。 α がこのような値をとることと Fig. 6 の初期粒子構造の差異を示した模式図より、変形過程に潜在すべり面と供試体内の接平面とのなす角 ψ が小さい接点が多い供試体は傾斜角度 $\theta = 60^\circ$ のものであり、最も少ない供試体は $\theta = 0^\circ$ のものであり、 $\theta = 30^\circ$ と 90° の供試体はその間に入ることがわかる。 $\theta = 30^\circ$ と 90° の供試体については、せん断過程の初期段階では $\theta = 30^\circ$ のものの方が $\theta = 90^\circ$ のものより ψ の小さい接点が多いが、ピーク強度付近では逆に $\theta = 90^\circ$ のものの方が ψ の小さい接点が多くなるものと考えられる。

ポテンシャル障壁の概念、潜在すべり面の概念を用いたこれまでの考察より潜在すべり面と粒子接平面とのなす角 ψ が小さい接点が多いと考えられる傾斜角度 $\theta = 60^\circ$ の供試体が最も変形しやすく、強度も最も小さく、ダイレイタンシー量も最も小さく、 $\theta = 90^\circ$, 30° の順に変形しにくく、強度も大きく、ダイレイタンシー量も大きくなること、そして、 $\theta = 0^\circ$ の供試体が最も変形しにくく、強度も最も大きく、ダイレイタンシー量も最も激しくなることがわかる。すなわち、^{8)~10)} 従来から指摘されてきており、本論文においても Fig. 7, 8 に示されている初期粒子構造の差異によるせん断過程での力学特性の差異は、ポテンシャル障壁の概念、潜在すべり面の概念を用いた粒子レベルでの考察によっても定性的に説明できたわけである。このことは、著者が提案しているこれらの二つの概念が妥当であることを明らかにしている。

4 あとがき

豊浦標準砂とシラスを用い、それぞれほぼ同一の初期間げき比を有するが、初期粒子構造の異なる4種の供試体を作製し、側圧一定、排水三軸圧縮試験を行った。その結果、試料を堆積させる傾斜角度 $\theta = 60^\circ$ の供試体が最も変形しやすく、強度も最も小さく、ダイレイタンシー量も最も小さいこと、 $\theta = 90^\circ$, 30° の順に変形しにくくなり、強度も大きくなり、ダイレイタンシー量も大きくなること、 $\theta = 0^\circ$ の供試体が最も変形しにくく、強度も最も大きく、ダイレイタンシー量も最も激しいことがわかった。これらの実験事実、著者が提案しているマルコフ過程を用いた粒状体の力学モデルの中で導入されたポテンシャル障壁の概念、潜在すべり面の概念を用いた粒子レベルでの考察によっても定性的な説明が可能であり、このことは、逆に、これらの二つの概念が妥当であることを示している。

最後に、本研究は著者が京都大学在籍中に村山朗郎名誉教授、赤井浩一教授のご指導のもとに行った研究の一部を発展させたものであり、このような研究の機会を与えていただいた両先生に感謝の意を表します。また、本研究遂行にあたり援助、助言をいただいた本学の春山教授、卒論研究として実験をともにしてくれた小林弘樹氏に感謝いたします。なお、本研究は昭和55年度科学研究費（奨励研究A）によるものの一部である。

参考文献

- 1) 北村良介, 材料, **28**, 718 (1979).
- 2) Kitamura, R., S & F, **21**, 2, 63 (1981).
- 3) Kitamura, R., S & F, **21**, 2, 85 (1981).
- 4) Murayama, S., Proc. IUTAM Sympo. on Rheology and Soil Mech., 146(1964).
- 5) Murayama, S., Proc. Specialty Session 9, 9th ICS-MFE, 167 (1977).
- 6) Matsuoka, H., and T. Nakai, Proc. JSCE, **232**, 159 (1974).
- 7) 向坊 隆編, 基礎工学, 13 (1968) 岩波書店
- 8) Oda, M., I. Koishikawa, and T. Higuchi, S & F, **18**, 1, 25 (1978).
- 9) Yamada, Y., and K. Ishihara, S & F, **19**, 2, 79 (1979).
- 10) 足立紀尚, 林 正之, 土木学会論文報告集, **305**, 97 (1981).