3次元のJ積分に関する研究* (弾性解析による貫通き裂, CT 試験片の板厚効果)

菊池 正紀** 宮本 博** 北川 喜久***

Evaluation of Three Dimensional J-Integrals (The Thickness Effects of a Through Crack and CT Specimens by Elastic Analyses)

by

Masanori KIKUCHI, Hiroshi MIYAMOTO and Yoshihisa KITAGAWA

(Faculty of Science and Technology, Science University of Tokyo, Noda)

The three dimensional J-integral expressions were introduced and evaluated by using finite element method.

The thick plate with a through crack and the compact type specimens were elastically analyzed, and the distributions of the J_X values along the crack front were obtained. By changing the thickness of the specimen, the thickness effects were studied. It was shown that the second term of the three dimensional J-integral expression was the main factor for the thickness effect. The CT specimens with several depths of side groove were also analyzed. For a quarter inch thickness specimen, it was shown that 10% side groove gave the equal J values along the crack front.

(Received Oct. 15, 1981)

キー・ワード: 3次元のJ, 板厚効果, サイドグループ

1 緒 言

J積分は, き裂先端の応力-ひずみ状態を特徴づけるパラメータとして, また最近ではき裂の安定成長段階をも記述するパラメータとして, その有用性はますます大きくなってきている。それに伴い, 数値解析により3次元のJを評価する試みも近年活発に行われるようになってきた。その評価法としては, 国内では主として径路積分による方法が用いられ^{1)~3)}, また欧米では“virtual crack extension method”が用いられている⁴⁾⁵⁾。筆者らもここ数年, EshelbyのEnergy Momentum Tensor⁶⁾を用いて3次元のJ積分の定式化を行い, いくつかの解析結果を発表してきた¹⁾⁷⁾。その中では, J積分が一般に3次元空間では3成分をもつベクトル量であること, またJベクトルの絶対値を破壊条件と結びつけるべきであること, 等を指摘してきた。しかし, この分野の研究は未だその緒についたばかりであり, まだ多くの未解決の問題が残っていると思われる。本

報告では, 最近筆者らが解析中の問題のうち, 主に板厚効果に関する問題を取上げ, いくつかの結果を紹介し, 併せてそうした問題点にも触れたい。以下では(i)厚板の貫通き裂, (ii)CT試験片, の2種類のき裂のJ積分を, 有限要素法による弾性解析によって求めた結果について報告する。

2 3次元のJ積分の表示式

すでに筆者らが報告しているように⁷⁾ EshelbyのEnergy Momentum Tensorを3次元き裂に適用することにより, 3次元のJ積分の表示式は, Fig.1を参照して次のように書くことができる。

Fig. 1. The integral path and the surface of the three dimensional crack.

* 原稿受理 昭和56年10月15日

** 正会員 東京理科大学理工学部 野田市山崎

*** 東京理科大学大学院 野田市山崎

$$J_x = \int_{\Gamma} (W d_y - \sigma_{ij} u_{i,x} n_j) ds - \int_S (\sigma_{iz} u_{i,x})_z dS \quad (1)$$

$$J_y = \int_{\Gamma + \Gamma'} (-W dx - \sigma_{ij} u_{i,y} n_j) ds - \int_S (\sigma_{iz} u_{i,y})_z dS \quad (2)$$

$$J_z = \int_{\Gamma} (-\sigma_{ij} u_{i,z} n_j) ds - \int_S (W - \sigma_{iz} u_{i,z})_z dS \quad (3)$$

ただし Γ はき裂を囲む経路、 S は Γ によって囲まれる面積、 Γ' はき裂面に沿った経路を意味する。

Eshelby⁸⁾ より、これらの量は、弾性体においては、crack extension force としての物理的意味をもつことは明らかである。すなわち、 J_x 、 J_y 、 J_z の3成分は、き裂先端をそれぞれ x 、 y 、 z 方向に移動させるべく作用する力である。弾塑性状態においてはそうした物理的意味は失われるが、2次元の場合と同様に、き裂先端の応力-ひずみ状態を特徴づけるパラメータとしての意味をもつことが予想される。

また(1)~(3)において、き裂縁 (Fig.1 では z 軸) に沿った偏微分を含む第2項が、2次元のJ積分にはあらわれなかった項である。有限要素法によって応力場、変位こう配を求めた場合、これら第2項の評価のために更に z 軸で偏微分することは精度上望ましくないため、ここでは次の2方法により第2項を計算している。

- (i) き裂縁上の各点で $\int_S (\sigma_{iz} u_{i,x}) dS$ の面積分を行い、 z の関数としてその分布を近似し、こう配を求める。
- (ii) z 軸上で B だけ離れた二つの面上で面積分を行いその差を B で割る。

筆者らの経験によれば、直線状のき裂縁を有する3次元き裂では(i)の方法、また曲線上のき裂縁の場合は(ii)の方法が、それぞれ良い結果を与えている。しかし一般に、自由表面近傍では(i)、(ii)いずれの方法でも第2項のばらつきが大きくなり、そのことがJ積分の値のばらつきを大きくすることから、第2項の精度良い計算法は今後の一つの課題である。

3 貫通き裂のJ積分

最も単純な形状の3次元き裂として、引張りを受ける厚板に存在する貫通き裂のJ積分を評価する。Fig. 2 には(a)中央き裂 (CCT)、(b)両側き裂 (DECT) の

Fig. 2. Plates with through cracks.

Fig. 3. Mesh divisions of Fig. 2.

形状、寸法を示す。この場合、形状の対称性より、 J_x 成分のみを調べればよい。Fig. 3 (a), (b) は有限要素法解析に用いたメッシュ分割図である。要素は20節点のアイソパラメトリック要素を用い、き裂先端には Barsoum の特異要素¹⁰⁾を用いている。J積分は Fig. 3 (b) に示す3経路に沿って、各 Gauss 点を含む面内で積分を行って評価する。

材料定数は $E=206\text{GPa}$ 、 $\nu=0.3$ とし、負荷は y 軸方向への等分布荷重 ($P=9.8\text{MPa}$) とする。

Fig. 4 に J_x 値の板厚方向分布を示す。これよりわかるように、 J_x 値は3経路ともほとんど同一の値をとり、経路間のばらつきは1%以下となっている。中

Fig. 4. J_x values of CCT and DECT specimens.

央貫通き裂の場合、板厚中央部では J_x 値は平面ひずみ解析のJ値とはほぼ一致し、そこから自由表面に近づくにつれて徐々に上昇するが、自由表面近傍では急激に小さくなり、平面応力状態での2次元解析結果とはほぼ等しくなる。しかし両側き裂の場合、板厚中央部の J_x 値は平面ひずみ解析によるJ値よりかなり大きく、そこから自由表面に近づくにつれて徐々に減少し、自由表面近傍では、平面応力解析によるJ値より小さくなっている。両側き裂の J_x 値分布の、このような2

次元解析との不適合は興味ある問題であり, 今後検討したい。

つぎに板厚を三とおり ($B=200, 100, 50$ mm) に変化させて, 中央貫通き裂の J_x 値を評価する。Fig. 5 には, その板厚方向分布を示す。板厚が薄くなるにつれて J_x 値の最大値は板厚の中央部に移動し, また自由表面近傍での J_x 値は次第に小さくなる。これらの結果は, 同様の問題より K 値の分布を求めた西岡の結果¹¹⁾と傾向的に良く一致している。

Fig. 5. The thickness effect of CCT specimen.

Fig. 6. The contributions of each term of Eq. (1) to J_x value.

Fig. 6 には, (1)式の各項の値の板厚による変化を示す。板厚中央部での J_x 値の変化は(1)式の第1項に依存しているのに対し, 自由表面近傍での J_x 値の変化は第2項に依存することがわかる。

4 CT試験片のJ積分

破壊じん性値を求めるための CT 試験片は, 平面ひずみ条件を満足するべく, その寸法が ASTM により推奨されている¹²⁾。しかし最近の実験では, 推奨値以下の厚さの試験片でも妥当な J_{Ic} 値を決定できることが報告されている¹³⁾。CT 試験片の弾塑性解析による

J の分布についてはすでにいくつかの報告があるが¹⁴⁾¹⁵⁾, ここでは弾性計算により板厚効果を調べる。

4・1 1CT 試験片の板厚効果

解析に用いた CT 試験片の形状, 寸法およびメッシュ分割図を Fig. 7 に示す。板厚方向には3層にメッシュ分割を行い, 表面より1:2:3の割合でメッシュ寸法を変化させている。厚さのみを1インチ ($B/W=0.5$) から, 1/8 インチ ($B/W=0.0625$) まで四とおりに変えて解析する。負荷は Fig. 7 の矢印の位置に厚さ方向に一樣の強制変位を与えることとし, 材料定数は前節と同じとする。

Fig. 7. Compact type specimen.

以下では2次元平面ひずみ解析による J 値 (J_e) で規準化して, 結果を示す。

Fig. 8 には得られた J_x 値の分布を示す。 $B/W=0.5$ の場合を除き, なめらかな曲線では表現できないことがわかる。こうした現象は厚板の貫通き裂にあらわれなかったものである。そこで(1)式の各項の分布を調べたのが Fig. 9 である。これからわかるように J_x 値の分布の乱れは第2項によってもたらされている。すなわち板厚が小さくなるほど, 板厚の中央から表面にかけての応力, 変位場の変化が激しくなり, 要素間の連続性が失われることによりその偏微分項が不安定な値になることによるものである。したがって板厚を薄くするにつれて厚さ方向にはより細かい要素分割を行わ

Fig. 8. The distributions of the J_x values for each thickness.

Fig. 9. The contributions of each term of Eq.(1) to J_x values.

なければ、妥当な J_x 値の分布は得られないことになる。以下では第2項の偏微分が安定して行われるとみられる、各層の中点での値のみを示す。

Fig. 10 はそのようにして得られた J_x 値の分布である。板厚が小さくなるにつれて J_x 値の板厚方向での変動は小さくなり、かつ中央部での J_x 値も小さくなる。しかし $B/W=0.0625$ の板厚でも、中央部での J_x 値は2次元平面ひずみ解析のJ値とほぼ同じ値になっていることは興味深い。こうした結果は、今後弾塑性解析を行うことにより、この厚さのCT試験片でも妥当な J_{Ic} 値を得たとする前記実験結果¹³⁾と対応する結果が得られる可能性を示している。

Fig. 10. The thickness effect of the CT specimen.

4・2 サイドグループ付CT試験片のJ積分

薄い板厚でもサイドグループを付すことにより、平面ひずみ条件を満足させることができることは、以前からよく知られている。例えば1インチ厚さのCT試験片には25%のサイドグループが妥当であることが指摘されている。ここでは1/4インチ ($B/W=0.125$) 厚さのCT試験片に、Fig. 11に示す形状のサイドグループを付して解析する。以下ではサイドグループ深

Fig. 11. The shape and dimensions of the side groove.

Fig. 12. The effect of the side groove of the quarter inch thickness CT specimen.

さを、次式によりパーセントで表示する。

$$S.G. = (B - B_n) / B \times 100 \quad (4)$$

Fig. 12 には、三とおりの深さのサイドグループを付したときの J_x 値の分布の変化の様相を示す。S.G. が大きくなるにつれて J_x 値は大きくなり、特に、表面近傍でその傾向は著しい。S.G.=10%では、き裂縁に沿ってほぼ一定の J_x 値が得られている。また S.G.=15%では、表面近傍の J_x 値が、板厚中央部の J_x 値より大きくなっている。

Fig. 13 には、(1)式のそれぞれの項の値の変動を示す。第1項はサイドグループの深さの変化に対してほとんど変化しないの比べて、第2項は極めて大きな変化を生じている。

Fig. 14 には S.G.=10%の1/4インチ厚さのCT

Fig. 13. The change of each term with the change of the depth of the side groove.

Fig. 14. The comparison of the side groove specimen with the 1TCT specimens.

試験片と、サイドグループを付さない1インチの試験片との J_x 値の分布を比較したものを示す。板厚の中央部では両者はほぼ同じ値をとることがわかる。このことは、1/4インチ厚さのCT試験片でも、10%のサイドグループを付すことにより、1インチ厚さのCT試験片と同一の J 値を、実験的に得られることを示唆している。この点の確認は、今後の詳細な弾塑性解析および実験との比較にまちたい。

5 結 言

貫通き裂およびCT試験片の弾性解析を行い、 J_x 値分布に及ぼす板厚の効果を調べた。その結果

(1) 板厚の変化に伴う J_x 値の分布の変化は、主に自由表面近傍で顕著にあらわれ、それは(1)式の第2項によってもたらされること。

(2) 板厚が小さくなるにつれて第2項の精度良い評価が一般に困難になること。

(3) 1/4インチ厚さのCT試験片では、10%のサイドグループを付すことによりき裂縁に沿って一様な J_x 値が得られ、またそれは1インチ厚さのCT試験片の板厚中央部の J_x 値とよく一致すること。

以上が明らかになった。

(昭和56年10月1日 第1回破壊力学シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) 宮本 博, 菊池正紀, 第25回応力連合講演会, 317A (1978).
- 2) 坂田 勝, 青木 繁, 岸本喜久雄, 高木礼史, 日本機械学会講演論文集, No. 800-10, 44 (1980).
- 3) 矢川元基, 石原広一郎, 安藤良夫, 日本機械学会講演論文集, No. 810-2, 123 (1981).
- 4) Bakker, A., Trans. 6th Int. Conf. on SMiRT, G3/3 (1981).
- 5) Schmitt, W., and T. Hollstein, *ibid.*, G3/4 (1981).
- 6) Eshelby, J.D., Inelastic Behavior of Solid, 77 (1970) McGraw-Hill
- 7) Miyamoto, H., and M. Kikuchi, Proc. 28th Japan National Congress for Applied Mechanics, 28, 195 (1980).
- 8) Eshelby, J.D., Prog. Solid State Physics, 3, 79 (1956).
- 9) 久保司郎, 大路清嗣, 材料, 30, 796 (1981).
- 10) Barsoum, R.S., Int. Journ. for Num. Meth. in Engng., 10, 551 (1976).
- 11) 西岡俊久, 東京大学博士論文 (1977).
- 12) Clark, G.A., W.R. Andrews, J.A. Begley, J.K. Donald, G.T. Embley, J.D. Landes, D.E. McCade, and J.H. Underwood, J. Testing and Evaluation, JTEVA, 7, 49 (1979).
- 13) 大塚尚武, 日本機械学会講演論文集, No. 810-7, 119 (1981).
- 14) 宮本 博, 菊池正紀, 町田賢司, 北川喜久, 日本機械学会講演論文集, No. 810-2, 110 (1981).
- 15) 岸本喜久雄, 坂田 勝, 青木 繁, 高木礼史, 日本機械学会講演論文集, No. 801-2 (1980).
- 16) Shih, C.F. and H.G. Dehorenzi, Int. Journ. of Fracture, 13, 544 (1977).