アルミニウム合金におけるモードⅡ型 疲労き裂進展開始条件について* (予き裂およびスリットからの発生)

大塚 昭 夫** 森

要** 徳 耕 宏 始***

Initiation of Mode II Fatigue Crack Growth from Fatigue Precrack and Machined Slit in Aluminum Alloys

by

Akio OTSUKA, Kaname MORI and Hiroshi TOKUMASU

(Faculty of Engineering, Nagoya University, Nagoya)

The conditions of the initiation of mode II fatigue crack growth have been investigated on the specimens with a fatigue precrack or a machined slit whose notch tip radius was 0.05 mm or 0.5 mm. Tests were made on 7075-T6 and 2017-T4 rolled plate and 2017-T4 extruded bar specimens. According to the test results, all the specimens of 7075-T6 and 2017-T4 with fatigue precracks and a 0.5 mmR slit showed mode II growth under repeated mode II loading in the region of ΔK_{II} larger than a certain critical value of ΔK_{II} , where ΔK_{II} of the crack of the same length is used for a slit with finite tip radius. The critical ΔK_{II} 's for mode II growth mentioned above depended on the material and on the slit tip radius. No mode II growth was observed on any of the 0.5 mmR slit specimens of all the aluminum alloys tested. On 7075-T6 and 2017-T4 rolled plate specimens, tensile mode growth was observed in the region in which the ΔK_{II} was smaller than that in the region in which mode II growth was observed. A fractographic investigation on mode II fatigue crack growth was made with special attention to the area of initial growth. In some cases similarities in fractographs of mode II growth and stage I growth in tensile mode growth were observed.

(Received Dec. 11, 1981)

キー・ワード：疲労き裂，モードⅡ型進展，第一段階き裂，アルミニウム合金，進展限界

1 緒 言

モードⅡ型繰返し負荷を受けた場合の疲労き裂の進展挙動に関しては、まだ極めてわずかの研究があるのみで不明の点が多く残されている。著者らはモードⅡ型繰返し負荷条件下における疲労き裂の進展について^{1)~10)}一連の研究を行ってきたが、アルミニウム合金材に関する研究では ΔK_{II} 減少試験法による疲労き裂進展の下限界値を求めることに主眼をおいてきた。今回は、特に進展開始挙動に注目し、モードⅠ型疲労予き裂、モードⅡ型疲労予き裂および有限な切欠き先端半径を有するスリットが繰返しモードⅡ型負荷を受けたときの疲労き裂の進展挙動について調べた。また、モードⅡ型疲労き裂進展は、最大せん断応力面に沿っての進展¹⁴⁾と考えられるので、いわゆる第一段階進展との関連

についてもフラクトグラフの面から検討した。

2 供試材、試験片および実験方法

供試材は前報に用いたものと同一で、市販の 7075-T6, 2017-T4 圧延板および 2017-T4 押出丸棒材の 3 種のアルミニウム合金材で、その化学成分、機械的性質を Table I, II に示す。

試験片は、Fig. 1 に示すように厚さ 3.2 mm の、中央に長さ 10 mm のスリットを有する切欠き試験片で、長手方向が圧延方向または押出し方向と一致するように採取した。切欠きの一端は 2 mm 径の円孔、他端は、0.5 mmR, 0.05 mmR, モードⅠ型疲労予き裂およびモードⅡ型疲労予き裂になっている。疲労予き裂の導入は、切欠き長さ 10 mm のときに 7075 材の場合 $10 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$, 2017 材の場合 $5 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$ の応力拡大係数値の範囲になるような一定の繰返し負荷条件（モードⅠ型負荷の場合片振り引張り、モードⅡ型負荷の場合両振りせん断）で行った。

* 原稿受理 昭和56年12月11日

** 正 会 員 名古屋大学工学部 名古屋市千種区不老町

*** 名古屋大学大学院 名古屋市千種区不老町

Table I. Chemical composition of aluminum alloys, weight (%).

Aluminum alloys	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Ti
7 075, 3.2 mm rolled plate	0.07	0.29	1.60	0.05	2.70	0.20	5.36	0.05
2 017, 3.2 mm rolled plate	0.62	0.33	4.14	0.58	0.62	0.03	0.12	—
2 017, $\phi 65$ extruded bar	0.54	0.32	4.20	0.69	0.52	0.028	0.09	—

Table II. Heat treatments and mechanical properties of aluminum alloys.

Aluminum alloys	Heat treatment	0.2% offset stress (MPa)	U. T. S (MPa)	Elongation (%)
7 075, 3.2 mm rolled plate	T 6	515	587	9.4
2 017, 3.2 mm rolled plate	T 4	288	468	25.5
2 017, $\phi 65$ extruded bar	T 4	349	519	14.8

Fig. 1. Test specimens, dimensions in mm.

モードⅡ型負荷試験は前報⁴⁾と同様、Fig. 2 の模式図に示すように、切欠きと平行な両振りのせん断負荷 ΔK_{II} に、切欠きに直交な静的負荷 K_{IS} (ここでは K_{IS} と記す) を重畳させて実験を行った。なお、静的負荷 K_{IS} は、向い合う破面相互の干渉がない程度に作用していればモードⅡ型進展に対してはほとんど影響がないことが明らかにされているので、本研究では $K_{IS} = 7 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$ (約 $22.4 \text{ kgf/mm}^{3/2}$) の1条件だけについて調べた。実験は電気油圧サーボ式疲労試験機 (MTS 社製) を用い、繰返し負荷速度 30 Hz で行った。

破面形態の観察は走査型電子顕微鏡を用いて行った。

Fig. 2. Schematic illustration of test specimen with grips.

3 実験結果および考察

3・1 疲労き裂の進展条件およびマクロな進展形態

3・1・1 進展条件 Fig. 3～5 は、各材料ごとの疲労き裂の進展条件を示したもので、先端が $0.05R$ と $0.5R$ のスリットの場合も同じ長さのき裂と仮定して計算したモードⅡ型の応力拡大係数範囲 ΔK_{II} の値で整理している。○印は切欠きの延長方向に進展する

いわゆるモードⅡ型進展を示し、●印は切欠きの方向とは傾斜した局部引張応力が最大と考えられる方向に進展するいわゆる引張型進展を示し、⊗印はき裂の発生進展が認められなかった場合を示す。

Fig. 3 の 7075-T6 材の結果を見ると、予き裂や鋭い切欠きの場合に高 ΔK_{II} 域にモードⅡ型進展が現れ、低 ΔK_{II} 域に引張型進展が現れるのに対し、鈍い切欠きの場合にはモードⅡ型進展は現れず引張型進展のみが見られることが大きな特徴である。詳細に見ると、

Fig. 3. Fatigue crack growth behavior of 7075-T6 rolled plate specimens with various notch tips under mode II loading.

モードⅡ型き裂進展開始の ΔK_{II} の下限界値、 ΔK_{IIth} (mode II growth), はモードⅠ型とⅡ型の疲労予き裂では差が認められず、いずれも $7.5 \sim 8 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$ の ΔK_{II} 値を示しており、前報⁴⁾の ΔK_{II} 減少試験により求めた値とほぼ一致している。 $0.05R$ 切欠きの場合、このモードⅡ型進展の下限界値は約 $10 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$ 上昇し、 $17 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$ 程度である。 $0.5R$ の場合は大きな ΔK_{II} を負荷してもモードⅡ型進展は起きない。引張型進展の下限界値は、両予き裂試験片では変わらず、切欠きが鈍くなると上昇するが、その割合はモードⅡ型進展の下限界値の上昇と比べると小さい。

Fig. 4 の 2017-T4 圧延板の場合も、7075-T6 材の結果と本質的にはほぼ同様な傾向を示している。7075-T6材の結果と異なる点は、モードⅡ型疲労予き裂の場合に引張型進展が現れないこと、モードⅡ型進展の下限界値が、モードⅡ型とⅠ型の疲労予き裂および $0.05R$ 切欠きのいずれの場合も $5 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$ 程度減

Fig. 4. Fatigue crack growth behavior of 2017-T4 rolled plate specimens with various notch tips under mode II loading.

少していることである。すなわち、2017-T4材の方が7075-T6材よりもモードⅡ型進展を起しやすい傾向がある。ただし、すでに前報で示したように ΔK_{II} - da/dN 関係は両者でほとんど変わらない。

Fig. 5 に示す 2017-T4 押出丸棒材の場合は、7075-T6 材および 2017-T4 圧延板の場合のように、 ΔK_{II} の大きい範囲でモードⅡ型進展、 ΔK_{II} が小さい範囲で引張型進展が現れるという現象は見られず、切欠き

Fig. 5. Fatigue crack growth behavior of 2017-T4 extruded bar specimens with various notch tips under mode II loading.

(a) Mode II growth, $\Delta K_{II}=9.3 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$.

(b) Tensile mode growth, $\Delta K_{II}=6.2 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$.

Fig. 6. Examples of the macroscopic view of the fatigue crack initiating from mode I fatigue precrack under mode II loading. 7075-T6 rolled plate, R (stress ratio) = -1, $K_{IS}=7 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$.

端の条件により、モードⅡ型進展または引張型進展のいずれかが現れるという結果となっている。引張型進展の消失と関係して、モードⅠ型疲労予き裂、0.05R 切欠きの場合のモードⅡ型進展の下限界値が一段と減少している。なお、この材料の場合も 0.05R と 0.5R の中間の切欠き先端半径の場合には、7075-T6 材や 2017-T4 圧延板の場合と同様に、高 ΔK_{II} 域でモードⅡ型進展が、低 ΔK_{II} 域で引張型進展が現れることが予想される。

3・1・2 マクロな進展状況 Fig. 6~9 に、試験片表面で観察した疲労き裂の進展状況を示す。マクロな進展状況にはアルミニウム合金の種類による明りょうな差は認められなかったもので、主に 7075-T6 材の場合について示す。

まず、疲労予き裂からの進展開始の場合であるが、モードⅡ型進展の場合は Fig. 6 (a) に例示するように予き裂の延長面内を進展するのに対して、引張型進展の場合は Fig. 6 (b) に例示するように、直ちに Y 形に

分岐し引張応力の作用面と⁴⁾⁵⁾思われる方向に進展する。なお、この進展方向は、前報で述べたように ΔK_{II} と K_{IS} の組合せ負荷において、き裂先端の局部引張応力の正の範囲が最大となる方向として計算すると、この場合 $K_{IS}/K_{II}=2.33$ であるので $\theta=70.5^\circ$ となる。一方、測定値は予き裂から進展初期の部分で測定すると約 65° となり、ほぼ計算値と近い値を示している。

つぎに、Fig. 7 (a)~(h) に種々の大きさのモードⅡ型の繰返し負荷を与えた場合の 0.05R 切欠きからのき裂の発生進展状況を示す。右側の光学顕微鏡写真 ((b), (d), (f), (h)) は、いずれも左側のマクロ写真 ((a), (c), (e), (g)) の白枠部分を拡大したものである。この場合は予き裂からの進展ではなく、有限の鋭さを有する切欠きからの発生であるので疲労き裂が進展する前に疲労き裂の発生過程が存在するはずであるが、少なくともこのようなマクロおよび光学顕微鏡写真では、モードⅡ型進展の場合も引張型進展の場合も、いずれも切欠きから直ちに進展しているように見える。一般に、き裂の発生はせん断応力支配と考えられているが、この

- (a) Mode II growth, $\Delta K_{II}=18.6 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$.
 (b) A higher-magnification view of the area within the rectangle in (a).
 (c) Tensile mode growth with non-propagating mode II growth, $\Delta K_{II}=10.9 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$.
 (d) A higher-magnification view of the area within the rectangle in (c).
 (e) Tensile mode growth with non-propagating mode II growth, $\Delta K_{II}=6.2 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$.
 (f) A higher-magnification view of the area within the rectangle in (e).
 (g) Tensile mode growth, $\Delta K_{II}=3.1 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$.
 (h) A higher-magnification view of the area within the rectangle in (g).

Fig. 7. Examples of the macroscopic view of the fatigue crack initiating from $0.05R$ notch tip under mode II loading. 7075-T6 rolled plate, $R=-1$, $K_{IS}=7 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$.

場合の引張型進展は引張応力がほぼ最大と考えられる部分から発生かつ進展しているように見える。Fig. 3で示したように、7075-T6材の場合高 ΔK_{II} 域でモードⅡ型進展が、低 ΔK_{II} 域で引張型進展が現れるが、 $0.05R$ 切欠き試験片のモードⅡ型進展の下限界値以下の ΔK_{II} 値の条件において、たとえば Fig. 7 (c), (d), (e), (f) に示すように最終破断に至るのは引張型進展であるが、モードⅡ型進展も少し生じた後停留しているのが観察される。Fig. 7 (d), (f) の写真を詳細に観察すると、この停留したモードⅡ型進展のき裂先端部に枝分れしたき裂が認められる。これは以下のようにして

生じたものと考えられる。すなわち、モードⅡ型き裂と引張型き裂はほぼ同時に発生したものと考えられるが、引張型き裂が加速進展し主き裂となるにつれて、モードⅡ型き裂の周囲の負荷条件が低下し、その結果モードⅡ型き裂は停止する。しかし、その段階では、まだ引張型進展の条件は満されており、少し引張型へ進展した後停留したものと考えられる。Fig. 7 の写真は、モードⅡ型進展と引張型進展とは発生的最初から全く独立で、切欠き端の別の場所から発生進展して

Fig. 8. Example of tensile mode growth initiating from $0.5R$ notch tip under mode II loading. 7075-T6 rolled plate, $\Delta K_{II}=24.8 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$, $R=-1$, $K_{IS}=7 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$.

Fig. 9. Example of tensile mode growth initiating from $0.5R$ notch tip under mode II loading. 2017-T4 extruded bar, $\Delta K_{II}=9.3 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$, $R=-1$, $K_{IS}=7 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$.

いることを示している。これは、モードⅡ型進展と引張型進展とではそれらを支配する因子が異なることを明確に示しているものと考えられ興味深い。

Fig. 8 は 0.5R 切欠きからのき裂進展状況を示す。この場合も、マクロな観察では発生部に特別の状況は見られず、直ちに引張型進展を起こしているように見える。以上の Fig. 6~8 は、すべて 7075-T6 材の場合であるが、2017-T4 材の場合もほぼ同様な結果が得られている。しかし、2017-T4 押出丸棒材の 0.5R 切欠きからの引張型進展の発生進展状況は Fig. 9 に示すようにジグザグ状を呈しており、7075-T6 材の場合 (Fig. 8) とは明らかに異っている。

3・2 破面観察

有限の鋭さを有する切欠き端からの発生進展の場合、疲労き裂進展の前に発生過程が存在するはずであるので、き裂の発生部と進展部とで破面形態が異なることが考えられる。また、モードⅡ型進展は最大せん断応力面に沿って進展するので、鈍い切欠きからの引張型き裂の発生部に見られるいわゆる第一段階進展と関連があるものと予想される。ここでは、これらの点に重点を置いて破面形態の観察を行った。

3・2・1 モードⅡ型進展破面形態 Fig. 10 に 7075-T6 材, Fig. 11 に 2017-T4 圧延板, Fig. 12 に 2017-T4 押出丸棒材の場合について、モードⅠ型疲労予き裂および 0.05R 切欠きからのモードⅡ型疲労き裂発生部の破面形態を示す。これらの図からも明らかなように、いずれの場合も疲労予き裂からの進展開始部と 0.05R 切欠きからの発生部とで破面形態に本質的

な差は認められず、すべりによって形成されたと考えられる滑らかな面が観察される。Fig. 11 (b), (d) や Fig. 12 (b) に見られるように平行線状の結晶学的な形態も部分的に観察され、その破面形態は 7075-T6 材よりは 2017-T4 材の方が多く、同じ 2017-T4 材でも圧延板より押出丸棒材の方が多くなる傾向が見られ

(a) Fractograph of the initiation site of mode II growth in mode I fatigue precrack specimen, $\Delta K_{II} = 9.3 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$.

(b) A higher-magnification view of the area within the rectangle in (a).

(c) Fractograph of the initiation site of mode II growth in 0.05R notched specimen, $\Delta K_{II} = 31 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$.

(d) A higher-magnification view of the area within the rectangle in (c).

Fig. 10. Examples of mode II fatigue crack growth in 7075-T6 rolled plate. $R = -1$, $K_{IS} = 7 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$.

(a) Fractograph of the initiation site of mode II growth in mode I fatigue precrack specimen, $\Delta K_{II} = 6.4 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$.

(b) A higher-magnification view of the area within the rectangle in (a).

(c) Fractograph of the initiation site of mode II growth in 0.05R notched specimen, $\Delta K_{II} = 18.6 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$.

(d) A higher-magnification view of the area within the rectangle in (c).

Fig. 11. Examples of mode II fatigue crack growth in 2017-T4 rolled plate. $R = -1$, $K_{IS} = 7 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$.

(a) Fractograph of the initiation site of mode II growth in mode I fatigue precrack specimen, $\Delta K_{II}=3.1 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$.
 (b) Fractograph of the initiation site of mode II growth in 0.05 R notched specimen, $\Delta K_{II}=6.2 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$.

Fig. 12. Examples of mode II fatigue crack growth in 2017-T4 extruded bar. $R=-1$, $K_{IS}=7 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$.

る。モードⅡ型進展は破面形態観察においても予き裂端あるいは0.05 R 切欠き端から直ちに進展している。また、これらのき裂の発生部に見られる破面形態と、かなり内部へ進展した領域における破面形態 (Fig. 11 (d), Fig. 12 (b)) との間にも特に差は認められない。したがって、通常モードⅠ型負荷の場合のようにいわゆる第一段階進展から第二段階進展へ遷移するような現象は見られず、モードⅡ型進展の場合はき裂の発生と進展とは本質的に同一の機構であるものと考えられる。

3・2・2 引張型進展破面形態 Fig. 13 に 7075-T6 材, Fig. 14 に 2017-T4 圧延板, Fig. 15 に 2017-

Fig. 13. Fractographs of the initiation site of tensile mode growth in 0.5 R notched specimen of 7075-T6 rolled plate. $\Delta K_{II}=9.3 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$, $R=-1$, $K_{IS}=7 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$. (b) A higher-magnification view of the area within the rectangle in (a).

Fig. 14. Fractographs of the initiation site of tensile mode growth in 0.5 R notched specimen of 2017-T4 rolled plate. $\Delta K_{II}=9.3 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$, $R=-1$, $K_{IS}=7 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$. (b) A higher-magnification view of the area within the rectangle in (a).

(a) An example of typical stage I fatigue crack, $\Delta K_{II}=12.4 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$.
 (b) A higher-magnification view of the area within the rectangle in (a).
 (c) Another mode of initial growth, $\Delta K_{II}=9.3 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$.
 (d) A higher-magnification view of the area within the rectangle in (c).

Fig. 15. Fractographs of the initiation site of tensile mode growth in 0.5 R notched specimen of 2017-T4 extruded bar. $R=-1$, $K_{IS}=7 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$.

T4 押出丸棒材の場合について、モードⅡ型負荷における 0.5 R 切欠きからの引張型き裂発生部破面を示す。7075-T6 材と 2017-T4 圧延板の発生部には、いわゆる Forsyth のような第一段階進展は見られないが、高倍率の観察 (Fig. 13 (b), Fig. 14 (b)) では結晶学的な破面形態を呈している。しかし、この破面形態はモードⅡ型の進展破面形態 (Fig. 10, 11) とは少くとも外観的には異っている。

これに対して、Fig. 15 の 2017-T4 押出材の場合には、いわゆる典型的な第一段階進展が見られる (Fig. 15 (a), (b))。しかし、このような第一段階進展破面がき裂発生部に必ずいつも観察されるのではなく、Fig. 15(c), (d) に示すような第一段階進展とは外観の異なる破

面形態も観察される。Fig. 15 (a), (b) のごとき典型的な第一段階進展破面は、Fig. 12 のモードⅡ型進展破面と極めて類似した形態を示しており、両者の間には関連があるものと考えられる。

4 結 言

市販の3種のアルミニウム合金材 7075-T6 圧延板, 2017-T4 圧延板, 2017-T4 押出丸棒材について、モードⅡ型疲労予き裂、モードⅠ型疲労予き裂、 $0.05R$ スリットおよび $0.5R$ スリット試験片にモードⅡ型の繰返し負荷をかけた場合の疲労き裂発生状況について調べ、次の結論を得た。

(1) モードⅡ型疲労予き裂、モードⅠ型疲労予き裂、および $0.05R$ スリット試験片の場合は、(スリットの場合は同じ長さのき裂としたときの K 値を用いれば) 実験を行った3種のアルミニウム合金のいずれも、 ΔK_{II} がある限界値以上の領域でモードⅡ型進展を示した。モードⅡ型進展を起こす下限の ΔK_{II} 値は切欠き先端の状況、アルミニウム合金材の種類によって異なる。また、 $0.5R$ スリット試験片では、どのアルミニウム合金材の場合もモードⅡ型進展を示さなかった。

(2) モードⅡ型疲労予き裂とモードⅠ型疲労予き裂との差は、2017-T4 圧延板 の場合には見られるが、7075-T6 材および 2017-T4 押出丸棒材の場合には見られなかった。

(3) 7075-T6 材および 2017-T4 圧延板の場合は、モードⅡ型進展の下限限界値 ΔK_{IIth} (mode II growth), より小さい ΔK_{II} の範囲で引張型進展を起す。

(4) モードⅡ型進展の場合には、予き裂からの発生部と $0.05R$ 切欠きからの発生部とで破面形態に差が認められない。また、発生部と進展部とでも破面形態に本質的な差が認められないことから、モードⅡ型進展の場合にはき裂発生の機構と進展の機構とが同一であるものと考えられる。

(5) 引張型進展破面に典型的な第一段階進展破面が

現れる材料では、第一段階進展破面はモードⅡ型進展破面と類似した形態を示しており、両者の間には関連があるものと考えられる。

(昭和56年11月10日 第15回疲労シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) Roberts, R., and J. J. Kibler, Trans. ASME, Series D., **93**, 671 (1971).
- 2) Otsuka, A., K. Mori, and T. Miyata, Engg. Fracture Mech., **7**, 429 (1975).
- 3) 大塚昭夫, 森 要, 宮田隆司, 山本 暁, 日本機械学会論文集, **42**, 1313 (1976).
- 4) 大塚昭夫, 森 要, 大島崇文, 津山青史, 材料, **29**, 1042 (1980).
- 5) Otsuka, A., K. Mori, S. Tsuyama, and Y. Sumiya, "Analytical and Experimental Fracture Mechanics", Edited by Sih, G. C., and M. Mirable, 375 (1981) Sijthoff and Noordhoff
- 6) Otsuka, A., K. Mori, T. Ohshima, and T. Tsuyama, "Advances in Fracture Research", Edited by D. Francois, *et al.*, **4**, 1851 (1981) Pergamon
- 7) 横堀寿光, 横堀武夫, 亀井浅道, 日本機械学会論文集, **43**, 4345 (1977).
- 8) Pook, L. P., Int. Journal of Fracture, **13**, 867 (1977).
- 9) Pook, L. P., and A. F. Greenan, "Fracture Mechanics", ASTM STP 677, 23 (1979).
- 10) 北川英夫, 結城良治, 東郷敬一郎, 日本機械学会論文集, **47**, 1283 (1981).
- 11) 大塚昭夫, 森 要, 角谷保夫, 徳橋宏始, 日本機械学会講演論文集, No. 810-2, 183 (1981).
- 12) 大塚昭夫, 森 要, 徳橋宏始, 日本材料強度学会学術講演論文集, 25 (1981).
- 13) 大塚昭夫, 森 要, 角谷保夫, 徳橋宏始, 日本材料学会第30期学術講演会前刷, 25 (1981).
- 14) Forsyth, P. J. E., "The Physical Basis of Metal Fatigue", (1969) Blackie and Son