複合材料積層設計における面内弾性特性の変動*

三 木 光 範** 中 易 秀 敏**

Variation of In-Plane Elastic Constants in Material Design of Composite Laminates

by

Mitsunori MIKI and Hidetoshi NAKAYASU

(Materials System Research Laboratory, Kanazawa Institute of Technology, Ishikawa)

Two important problems are discussed in this paper with respect to the material design of composite laminates. One of them is the selection of optimal constitution of laminates from the viewpoint of the statistical variation of orientation angle. The other is concerned with the problem of the degree of accuracy of lay-up fabrication process.

The variation sensitivity of in-plane elastic properties was studied statistically. The effect of the variation of orientation angle on effective engineering elastic constants is investigated by the partial derivative and Monte Carlo simulation technique. In addition, the effect of number of plies on standard deviation of in-plane elastic constants was studied. These sensitivity studies are summarized as follows.

(1) The difference in constitution of laminates considerably affects the sensitivity of the variation of effective engineering elastic constants to the orientation angle. Therefore, from these equivalent constitutions, one can select the optimal constitution taking account of statistical sensitivity of in-plane elastic constants.

(2) The procedure to evaluate the influence of the number of plies on the standard deviation of elastic constants was presented.

(3) The proposed evaluation procedure suggests a method how to fabricate the composites having the variation of elastic constants less than a required value.

(Received May 27, 1982)

キー・ワード：複合材料，材料設計，面内剛性，統計的敏感性

1 緒 論

繊維強化複合材料においては、積層素材、繊維配向角、あるいは積層数などを変化させることによって、積層板の剛性や強度などの力学的特性値を大きく変化させることが可能である。著者の一人は、このような複合材料の特長を利用して、弾性特性を基準とする材料設計について研究を行ってきた^{1)~6)}。その結果、 E_1 、 E_2 を材料の基準軸方向（1, 2-方向）のヤング率、 E_6 を1, 2-方向に関するせん断弾性定数とした場合、たとえば、 $E_1=80$ 、 $E_2=47.13$ 、 $E_6=30$ (GPa) となる片側積層数20層の対称積層板を製作するには、積層素材は炭素繊維強化エポキシ(T300/5208)を用い、積層構成は $[(\pm 7.27^\circ)_{0.4}, (\pm 53.05^\circ)_{0.6}]_s$ とすれば良いことがわかつ

た。ここで、 $[(0)_{v_0}, (\pm\theta_1)_{v_1}, (\pm\theta_2)_{v_2}]_s$ において、 θ は配向角、 v はその配向角を有する層の積層比、 s は対称積層であることを示す。

しかし実際には、こうして製作された積層板の力学的特性にはばらつきが生じることが避けられない。本稿では、力学的特性として面内弾性特性を考え、そのばらつきに最も大きく寄与すると思われる因子として、繊維配向角のばらつきを取り上げ、面内弾性特性に及ぼす影響を検討する。具体的には、複合材料積層設計における問題点(1)「ばらつきという観点から考えた最適積層構成は何か?」、そして複合材料積層作業における問題点、(2)「面内剛性の変動を一定値以下に抑えるには、どの程度の精度で積層作業を行わなければならないか?」の二つの問題点に対する解答を与える。

2 面内弾性特性を基準とする材料設計法の概要

ここでは、面内弾性特性を与えて積層構成を求める

* 原稿受理 昭和57年5月27日

** 正 会 員 金沢工業大学材料システム研究所

石川県石川郡野々市町

Fig. 1. Coordinate axes. (1, 2-axes are reference axes and x-axis is along the fiber direction. Fiber orientation angle is θ)

方法について簡単に述べる。Fig. 1 には、材料の基準軸系座標 1, 2 ならびに繊維軸系座標 x, y を示す。対象とする材料が、 0 度を含む三種類の配向角 ($0, \pm\theta_1, \pm\theta_2$) を有するアングルプライ対称積層板であるとき、設計は以下の手順に従って行われる。

(手順 1) 希望する面内有効工学的弾性定数 (積層板を均質材と仮定したときのヤング率およびせん断弾性定数) E_1, E_2, E_6 の値を与える。この三つの値は、ある積層素材について実現可能なものでなければならない。

(手順 2) 積層パラメータ V_1^*, V_2^* を計算する。

$$V_1^* = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad V_2^* = \frac{U_5 - E_6}{U_3} \quad (1)$$

ここで、 $a = U_2^2, b = -U_2E_1,$

$$c = E_1(U_1 + U_5 - E_6) + (U_1 + U_4)(U_4 - U_1 - 2U_5 + 2E_6) - \sqrt{(1 + V_2^*)/2} \leq V_1^* \leq \sqrt{(1 + V_2^*)/2}$$

であり、 $U_l (l=1, \dots, 5)$ は

$$Q_{xx} = mE_x, \quad Q_{yy} = mE_y, \quad Q_{xy} = m\nu_x E_y, \\ Q_{ss} = E_s, \quad Q_{xs} = Q_{ys} = 0 \\ m = (1 - \nu_x E_y / E_x)^{-1}$$

で示される弾性定数 Q_{pq} ($p, q = x, y, s$) の線形結合として

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{8} & \frac{3}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{3}{4} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_{xx} \\ Q_{yy} \\ Q_{xy} \\ Q_{ss} \end{pmatrix}$$

で与えられる。ただし、 E_x および E_y は、 x および y -方向 (すなわち繊維方向およびそれと垂直な方向) のヤング率、 ν_x は x -方向に関するポアソン比、そして E_s は x, y -方向に関するせん断弾性定数である。

(手順 3) 配向角が $\pm\theta_1$ の層の積層比 (同一配向角 $\pm\theta$ を有する層群の全積層数に対する割合) v_1 および配向角が $\pm\theta_2$ の層の積層比 v_2 に、 $2/N_h$ (N_h は片側

積層数) の倍数を与える。ただし

$$v_1 + v_2 \leq 1$$

である。

(手順 4) 配向角 θ_1, θ_2 を求める。

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{V_1^* - v_2 \theta - v_0}{v_1}, \quad \theta_2 = \frac{1}{2} \cos^{-1} \theta \quad (2)$$

ここで、

$$v_0 = 1 - v_1 - v_2, \quad \theta = \frac{-e \pm \sqrt{e^2 - df}}{d}, \\ d = 2v_2(v_1 + v_2), \quad e = 2v_2(v_0 - V_1^*), \\ f = 2v_0^2 + 2(v_1 - 2V_1^*)v_0 - v_1(1 - V_2^*) + 2V_1^{*2}$$

上記一連の手順により設計が完了する。

一例として、

$$E_1 = 80, E_2 = 47.13, E_6 = 30 \text{ (GPa)} \quad (3)$$

という組み合わせは、積層素材が CFRP (T300/5208) のとき、実現可能な組み合わせである。したがって、これを設計仕様として与え、積層数 $2N_h = 20$ とすると、Table I に示す積層構成が得られる。得られた各構成はいずれも面内剛性に関する限り等価なのである。なお、CFRP (T300/5208) の材料特性を Table II に示す。

Table I. Constitutions of the laminates which have elastic constants of $E_1=80, E_2=47.13$, and $E_6=30$ (GPa). (Number of plies is 40)

Constitution No.	Ply ratio		Fiber orientation (deg.)	
	v_1	v_2	θ_1	θ_2
1	0.4	0.6	7.27	53.05
2	0.6	0.4	22.02	60.87
3	0.8	0.2	29.14	88.75
4	0.2	0.6	75.99	35.39
5	0.2	0.6	10.38	53.04
6	0.4	0.4	28.29	59.96

Table II. Elastic constants of unidirectional CFRP (T300/5208) lamina.

E_x (GPa)	E_y (GPa)	ν_x	E_s (GPa)
181	10.3	0.28	7.17

3 面内剛性に及ぼす配向角の変動の影響

3.1 偏微分係数による敏感性評価

工学的弾性定数 E_1, E_2 および E_6 , 面内剛性マトリックスの要素 A_{ij}^* ($i, j=1, 2, 6$), および積層パラメータ V_r^* ($r=1, 2$) に関する基礎式より、偏微分記号

$$f_{j,k} = \frac{\partial f_j}{\partial \theta_k}$$

を用いると、次の関係が得られる。

$$\left. \begin{aligned} E_{1,k} &= A_{11,k}^* - \frac{2A_{22}^* A_{12}^* A_{12,k}^* - A_{12}^{*2} A_{22,k}^*}{A_{22}^*} \\ E_{2,k} &= A_{22,k}^* - \frac{2A_{11}^* A_{12}^* A_{12,k}^* - A_{12}^{*2} A_{11,k}^*}{A_{11}^*} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} E_{6,k} &= A_{66,k}^* \\ A_{11,k}^* &= U_2 V_{1,k}^* + U_3 V_{2,k}^* \\ A_{22,k}^* &= -U_2 V_{1,k}^* + U_3 V_{2,k}^* \\ A_{12,k}^* &= -U_3 V_{2,k}^* \\ A_{66,k}^* &= -U_3 V_{2,k}^* \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} V_{1,k}^* &= -2v_k \sin 2\theta_k \\ V_{2,k}^* &= -4v_k \sin 4\theta_k \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Fig. 2 は, $\theta_1=0$, $\theta_2=\theta$, $v_2=v$ とした場合の $\partial E_i / \partial \theta$ ($i=1, 2, 6$) と配向角 θ との関係図である (材料

(a) $\frac{\partial E_1}{\partial \theta}$ vs. θ

(b) $\frac{\partial E_2}{\partial \theta}$ vs. θ

(c) $\frac{\partial E_6}{\partial \theta}$ vs. θ

Fig. 2. Relations between variation sensitivity and orientation angle.

Table III. Effect of the variation of orientation angle on E_i .

Orientation angle (deg.)	Effect of the variation of the orientation angle on E_i
0~10	Small effect
10~35	Large effect on E_1 and E_6
35~45	Small effect
45~55	Large effect on E_2
55~80	Large effect on E_2 and E_6
80~90	Small effect

は T300/5208). この結果を整理したものが Table III である.

これらより, ある積層構成を選んだとき, その中に含まれる三種類の配向角の変動が有効工学的弾性定数に及ぼす影響を定性的に検討することができる. たとえば, 0° , $\pm 45^\circ$, および 90° の配向角を有する積層板では, 配向角の変動はどの有効工学的弾性定数にも大きな影響を及ぼさないことがわかる.

3・2 モンテカルロシミュレーションによる敏感性評価

偏微分係数による敏感性評価は, 微分係数を求める点のごく近傍での変動に対して有効であるが, 大きな変動の影響を調べるにはシミュレーションが有効となる. θ_1 , θ_2 については, 平均値として Table I の値, 標準偏差 s_θ の正規乱数を与える. 使用した計算機は PC-8001, 計算時間は繰返し回数 1000 回に対して 830 秒を要した.

Fig. 3 はシミュレーションの結果得られた各分布である. これより, 積層構成 No. 1 では E_1 のばらつきは小さいが E_2 のばらつきは大きく, その反対に積層構成 No. 3 では E_2 のばらつきは極めて小さいが E_1 のばらつきが大きくなっている. このように, 面内弾性特性という観点からは等価な積層構成も, ばらつきという点からはそれぞれ異なったものとなることがわかった.

3・3 E_i の標準偏差 s_{E_i} の評価

E_i ($i=1, 2, 6$) は配向角 θ_0 , θ_1 および θ_2 の関数であるから, ΔE_i は近似的に次式で表される.

$$\Delta E_i \doteq \frac{\partial E_i}{\partial \theta_0} \Delta \theta_0 + \frac{\partial E_i}{\partial \theta_1} \Delta \theta_1 + \frac{\partial E_i}{\partial \theta_2} \Delta \theta_2 \quad (7)$$

ここで, $\Delta \theta_i$ は積層作業における配向角偏差であるから確率変数と見なし, その標準偏差を s_{θ_i} とおく. いま, 各配向角 θ_i を有する層 N_i 層内でのばらつきはないものとする. $\Delta \theta_i$ は確率的に独立であるから確率変数の和の分散の公式より, E_i の標準偏差 s_{E_i} は次式で表される.

$$s_{E_i} = \sqrt{\left(\frac{\partial E_i}{\partial \theta_0}\right)^2 s_{\theta_0}^2 + \left(\frac{\partial E_i}{\partial \theta_1}\right)^2 s_{\theta_1}^2 + \left(\frac{\partial E_i}{\partial \theta_2}\right)^2 s_{\theta_2}^2} \quad (8)$$

Fig. 3. Results of simulation. (Number of iteration=1 000, *presents five samples)

もし,

$$s_{\theta_0} = s_{\theta_1} = s_{\theta_2} = s_{\theta} \quad (9)$$

であれば, (8)式は次式のようになる.

$$s_{E_i} = \sqrt{\left(\frac{\partial E_i}{\partial \theta_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial E_i}{\partial \theta_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial E_i}{\partial \theta_2}\right)^2} \cdot s_{\theta} \quad (10)$$

Fig. 4 は縦軸に s_{E_i} , 横軸に s_{θ} をとり, 1 000 回の

Fig. 4. Relations between standard deviations of E_i and those of orientation angle in constitution No. 1. (Calculated results are shown by solid lines and simulation results are shown by plots. Simulation results are obtained after 1 000 iterations.)

シミュレーション結果と(10)式による計算結果とを比較したものである。これより、 s_{θ} が 5° 以内では s_{E_i} の評価は(10)式を用いて行えることがわかった。また、 s_{θ_i} が異なる場合には(8)式を用いることになるが、これについてもシミュレーションを行ったところ両者は良い一致を示した。

4 s_{E_i} に及ぼす積層数の影響

これまでの解析およびシミュレーションでは、配向角 θ_i の変動を考慮したが、配向角 θ_i を有する N_i 層内での変動はないものと仮定してきた。すなわち、配向角 θ_i を有する層をひとまとまりとして解析を行ってきた。ところが実際の積層作業では、各層で配向角は変動を有するだろう。そこでつぎに、積層数が N の場合の各弾性定数の標準偏差 $s_{E_i}^{(N)}$ と積層数 N との関係を調べてみる。

いま、配向角が $\pm\theta_k$ である層の数を N_k とし、配向角が θ_k である層群内でばらつきを有する配向角を θ_{ki} ($i=1\sim N_k$)¹⁾とすると、積層パラメータ V_1^* 、 V_2^* は次式で表される。

$$V_1^* = \frac{1}{N} \left\{ \sum_{i=1}^{N_0} \cos 2\theta_{0i} + \sum_{i=1}^{N_1} \cos 2\theta_{1i} + \sum_{i=1}^{N_2} \cos 2\theta_{2i} \right\}$$

$$V_2^* = \frac{1}{N} \left\{ \sum_{i=1}^{N_0} \cos 4\theta_{0i} + \sum_{i=1}^{N_1} \cos 4\theta_{1i} + \sum_{i=1}^{N_2} \cos 4\theta_{2i} \right\} \quad (11)$$

ここで、 $N = N_0 + N_1 + N_2$,

$$X_i = \cos 2\theta_{0i}, \quad Y_i = \cos 2\theta_{1i}, \quad Z_i = \cos 2\theta_{2i} \quad (12)$$

とおくと、 V_1^* は次式のようにになる。

$$V_1^* = \frac{1}{N} \left\{ \sum_{i=1}^{N_0} X_i + \sum_{i=1}^{N_1} Y_i + \sum_{i=1}^{N_2} Z_i \right\}$$

$$= \frac{1}{N} (N_0 \bar{X} + N_1 \bar{Y} + N_2 \bar{Z}) \quad (13)$$

なお、 $\bar{X}$ 、 $\bar{Y}$ および $\bar{Z}$ は X_i 、 Y_i および Z_i の期

待値である。いま、 s_{X^2} 、 s_{Y^2} 、 s_{Z^2} をそれぞれ X_i 、 Y_i 、 Z_i の分散とすると次式が成立する。

$$s_{X^2} = \frac{1}{N_0} s_{X^2}, \quad s_{Y^2} = \frac{1}{N_1} s_{Y^2}, \quad s_{Z^2} = \frac{1}{N_2} s_{Z^2} \quad (14)$$

(12)および(13)式より次式を得る。

$$s_{V_1^*}^2 = \frac{1}{N^2} (N_0 s_{X^2} + N_1 s_{Y^2} + N_2 s_{Z^2}) \quad (15)$$

同様に、

$$X_i' = \cos 4\theta_{0i}, \quad Y_i' = \cos 4\theta_{1i}, \quad Z_i' = \cos 4\theta_{2i} \quad (16)$$

とおくと次式を得る。

$$s_{V_2^*}^2 = \frac{1}{N^2} (N_0 s_{X'^2} + N_1 s_{Y'^2} + N_2 s_{Z'^2}) \quad (17)$$

いま、 E_6 の分散を考えると、次式、

$$E_6 = U_5 - U_3 V_2^* \quad (18)$$

より、(19)式が得られる。

$$s_{E_6}^{(N)2} = U_3^2 s_{V_2^*}^2 \quad (19)$$

(19)式に(17)式を代入すると、次式を得る。

$$s_{E_6}^{(N)2} = \frac{1}{N^2} (N_0 s_{X'^2} + N_1 s_{Y'^2} + N_2 s_{Z'^2}) U_3^2 \quad (20)$$

$s_{X'}$ 、 $s_{Y'}$ 、 $s_{Z'}$ を解析的に得るのは容易でないので簡単のため、

$$s_{X'} = s_{Y'} = s_{Z'} = K \quad (21)$$

とすると(20)式は次式のようにになる。

$$s_{E_6}^{(N)2} = \frac{N_0 + N_1 + N_2}{N^2} U_3^2 K^2 = \frac{1}{N} U_3^2 K^2 \quad (22)$$

これより、ある積層数 N^* で E_6 の標準偏差を評価して、それを s_{E_6} とすると次式のような関係を得ることができる。

$$s_{E_6}^{(N)} = k N^{-1/2} \quad \text{ただし、} k = \sqrt{N^*} s_{E_6} \quad (23)$$

Fig. 5 は積層数 N を変化させた場合のシミュレーション結果と(23)式による計算結果とを示したものである。(23)式の計算において s_{E_6} は $N^*=2$ のときのシミュレーション結果を与えた。なお、図には $s_{E_1}^{(N)}$ および

Fig. 5. Effect of number of plies on standard deviation of E_i . (Calculated results are presented by solid lines and simulation results are shown by plots. Simulation results are obtained 1 000 iterations.)

$s_{E_2}^{(N)}$ についても(23)式と同様の関係が近似的に成立すると考えて計算した値も示した。 E_1 および E_2 については、それぞれ V_1^* および V_2^* と非線形な関係にあるため $s_{E_1}^{(N)}$ および $s_{E_2}^{(N)}$ は(19)式のように解析的に求めることは容易ではない。 それにもかかわらず Fig. 5 で明らかなようにシミュレーション結果と計算結果が良く一致しているため、(23)式は実用的には $s_{E_i}^{(N)}$ すべての評価式と考えることができる。 そこで改めて次の実験式を提案する。

$$s_{E_i}^{(N)} = KN^{-1/2} \quad \text{ただし} \quad K = \sqrt{N^* s_{E_i}} \quad (24)$$

なお、3・3節で示したように、 s_{E_i} は(8)あるいは(10)式によって評価することができる。 この場合、 N^* は、 v_0, v_1, v_2 のいずれも 0 でないなら $N^*=3$ 、また、いずれか 1 つ 0 なら $N^*=2$ 、二者が 0 なら $N^*=1$ と考えれば良い。

5 積層構成の選択と積層作業の精度について

前節までの結果をもとに、面内弾性特性の変動を小さくするという観点から最適な積層構成を選択することができる。ここでは、各面内弾性定数の変動を規定した場合に配向角の標準偏差がどうなるかについて考察する。

各面内弾性定数の標準偏差の限界値を $\tilde{s}_{E_i}$ ($i=1, 2, 6$) とすると、次の関係が得られる。

$$s_{E_i}^{(N)} \leq \tilde{s}_{E_i} \quad (i=1, 2, 6) \quad (25)$$

上式に(24)式を代入すると次式を得る。

$$s_{E_i}^* \sqrt{\frac{N^*}{N}} \leq \tilde{s}_{E_i} \quad (i=1, 2, 6) \quad (26)$$

ここで、 $s_{E_i}^*$ は配向角 θ_k を有する層をひとまとまりにして解析した場合の各面内弾性定数の標準偏差であり、各配向角の変動が同じであれば(10)式を用いて評価することができる。したがって、(10)式および(26)式より次式を得る。

$$s_{E_i} \leq \frac{\sqrt{N/N^*}}{\sqrt{\left(\frac{\partial E_i}{\partial \theta_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial E_i}{\partial \theta_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial E_i}{\partial \theta_2}\right)^2}} \tilde{s}_{E_i} \quad (27)$$

いま、計算例として Table I に示した積層構成において各有効工学的弾性定数の変動係数を 1% 以内にする場合を考える。

各弾性定数 E_1, E_2 、および E_6 の平均値はそれぞれ 80, 47.13, および 30 (GPa) であるから各弾性定数の標準偏差の限界値は次のようになる。

$$\tilde{s}_{E_1}=0.8, \tilde{s}_{E_2}=0.471, \tilde{s}_{E_6}=0.3 \text{ (GPa)} \quad (28)$$

このとき、全積層数 $N=40$ として(27)式を用いて s_{E_i} を計算した結果を Table IV に示す。 $s_{E_i}(E_i)$ とは、 $\tilde{s}_{E_i}$ から求められる配向角の標準偏差であり、 s_{E_i} の最小値は $s_{E_i}(E_i)$ の内で最小のものである。このため、 E_1 の変動係数だけを 1% 以内にするには配向角の標準偏差 s_{E_i} は $s_{E_i}(E_1)$ 以下であれば良く、 E_1, E_2 、および E_6 すべて

Table IV. Standard deviation of the orientation angle s_{E_i} . (In the case of $\tilde{s}_{E_1}=0.8, \tilde{s}_{E_2}=0.471, \tilde{s}_{E_6}=0.3$ (GPa), $N=40$)

Constitution No.	$s_{E_i}(E_1)$	$s_{E_i}(E_2)$	$s_{E_i}(E_6)$	Minimum of s_{E_i}
1	3.98	0.91	2.60	0.91
2	1.29	1.20	1.40	1.20
3	0.96	7.69	1.36	0.96
4	1.19	1.79	1.95	1.19
5	4.30	0.74	2.30	0.74
6	1.55	0.99	1.58	0.99

Note: $s_{E_i}(E_i)$ denotes s_{E_i} calculated from the upper bound for $\tilde{s}_{E_i}$, s_{E_i} in degree.

の弾性定数の変動係数を 1% 以内にするには配向角の標準偏差は s_{E_i} の最小値以下にしなければならない。

たとえば、積層構成 No.1 では、 E_1 の変動係数を 1% 以内にするには s_{E_i} を 3.98° 以下にすれば良く、 E_1, E_2 、および E_6 のすべての弾性定数の変動係数を 1% 以内にするには s_{E_i} は 0.91° 以下でなければならない。

このため、Table IV より各弾性定数の変動を小さく、しかも積層作業が楽に行えるという観点から最適な積層構成を選択することができる。

弾性定数 E_1 だけの変動を少なくする場合には積層構成 No.5 を採用する。このとき変動係数を 1% 以下として s_{E_i} は 4.30° 以下であれば良い。 E_1, E_2 および E_6 すべての変動を小さくする場合には積層構成 No.2 を採用する。このとき、変動係数 1% 以下にするには s_{E_i} は 1.20° 以下にする。

こうして、適切な積層構成を選択すれば、配向角の変動をある程度許容しつつ、有効工学的弾性定数の変動を最小にすることが可能であることが明らかとなった。

なお、配向角の標準偏差を一定値以下にするには積層作業者にどのような指示を与えれば良いかについては予備実験を行うなどして判断する必要があるが、これはまた別の問題となる。

6 結 論

面内弾性特性を基準とする複合材料積層板の材料設計において解として得られる積層構成を実現する場合の問題点、(1)弾性特性のばらつきという観点から考えた最適積層構成は何か？ および、(2)面内弾性特性の変動を一定値以下に抑えるにはどの程度の精度で積層作業を行わなければならないか？ について考察し、以下の知見を得た。

(1) 積層構成が異ると、有効工学的弾性定数 E_i ($i=1, 2, 6$) の変動に及ぼす配向角の変動の影響が著しく異なるので、 E_i については、等価な複数個の積層構成の中から最適な構成を選択することができる。

(2) 積層数 N の積層板の有効工学的弾性定数 E_i の標準偏差 s_{E_i} は, (4), (8)および(24)式を用いて評価することができる.

(3) 積層数 N の積層板の有効工学的弾性定数 E_i の標準偏差 s_{E_i} をある値以下にする場合には, (27)式を用いて配向角の標準偏差を規定することができる.

終りに, 本研究をまとめるにあたり本学4年生上田良範君の協力を得た. 記して謝意を表する.

(昭和57年3月25日 第11回 FRP シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) 三木光範, 強化プラスチック, **27**, 377 (1981).
- 2) 三木光範, 第10回 FRP シンポジウム前刷, p. 61(1981) 日本材料学会
- 3) 三木光範, 日本機械学会講演論文集, No. 814-8, 17 (1981).
- 4) 三木光範, 材料, **30**, 1051 (1981).
- 5) Miki, M., "Progress in Science and Engineering of Composites", p.1725 (1982) Japan Society for Composite Materials
- 6) 三木光範, 材料システム, **1**, 21 (1982).
- 7) 近藤次郎, "応用確率論", p. 125 (1974) 日科技連
- 8) 瀧 保夫, 茅 陽一, 宮川 洋, 関根泰次, "確率統計現象", p. 41 (1978) 岩波書店