繰返し応力ひずみ曲線を用いた弾塑性変形挙動解析法の検討[†]

猪 狩 敏 秀* 瀬 戸 口 克 哉* 山 内 雅 文*

Study on Elastic-Plastic Deformation Analysis Using a Cyclic Stress-Strain Curve

by

Toshihide IGARI, Katsuya SETOGUCHI and Masafumi YAMAUCHI

(Nagasaki Technical Institute, Mitsubishi Heavy Industries, Ltd., Nagasaki)

This paper presents the results of the elastic-plastic deformation analysis using a cyclic stress-strain curve with an intention to apply this method for predicting the low-cycle fatigue life.

Uniaxial plastic cycling tests were performed on 2¼Cr-1Mo steel to investigate the correspondence between the cyclic stress-strain curve and the hysteresis loop, and also to determine what mathematical model should be used for analysis of deformation at stress reversal.

Furthermore, a cyclic in-plane bending test was performed on a flat plate to clarify the validity of the cyclic stress-strain curve-based theoretical analysis.

The results obtained are as follows:

(1) The cyclic stress-strain curve corresponds nearly to the ascending curve of hysteresis loop scaled by a factor of 1/2 for both stress and strain. Therefore, the cyclic stress-strain curve can be determined from the shape of hysteresis loop, for simplicity.

(2) To perform the elastic-plastic deformation analysis using the cyclic stress-strain curve is both practical and effective for predicting the cyclic elastic-plastic deformation of structures at the stage of advanced cycles. And Masing model can serve as a suitable mathematical model for such a deformation analysis.

(Received Nov. 2, 1982)

キー・ワード：繰返し応力ひずみ曲線，弾塑性解析，繰返しひずみ履歴

1 はじめに

原子力機器や中間負荷運用のボイラ，タービンをはじめとして厳しい使用条件下にある機器においては低サイクル疲労を問題とする場合が多くなっている。低サイクル疲労寿命を精度よく評価するためには強度上厳しい箇所の応力ひずみ挙動を弾塑性解析によって精度よく推定する必要がある。この場合，処女材の状態から疲労き裂発生までの過程を，塑性特性の変化を考慮しながら逐一履歴を追った解析をすることは現実的でないため，何らかの簡易手法が要求されてくる。

この簡易手法の一つとしてよく用いられるのが，繰返し¹⁾応力ひずみ曲線を用いて単調負荷に対する弾塑性解析を行うことにより，繰返し²⁾の進んだ段階での変形挙動を求める方法である。しかし，異なるひずみ範囲のヒステリシスループの頂点を結んだ繰返し応力ひずみ

曲線は，ヒステリシスループとの対応の点で物理的意味が必ずしも明確でなく，繰返しが進んだ時点でのヒステリシスループ上昇部曲線を1/2に縮尺したものと繰返し応力ひずみ曲線が対応するという考えはあるものの，その一般性については実験による確認が必要である。また，構造物の繰返し弾塑性解析にどのようにして繰返し応力ひずみ曲線を用いるかについては，応力反転時の弾塑性変形挙動モデル化を含めて十分には検討されておらず，実験および弾塑性解析による検討を行って明確にする必要がある。

ここでは，2¼Cr-1Mo 鋼について単軸繰返し変形挙動試験，平板の繰返し面内曲げ試験および繰返し弾塑性解析を行って，これらの点に検討を加えた。

2 単軸繰返し弾塑性変形挙動の検討

2・1 試験方法

供試材は 2¼Cr-1Mo 鋼の焼ならし焼もどし材 (ASME SA182 F22 および ASME SA387 Gr. 22) である。標点間距離 15 mm，直径 12 mm の中実丸棒試験

[†] 原稿受理 昭和57年11月2日

* 正 会 員 三菱重工業(株)長崎研究所 長崎市飽の浦町

Table I. Test condition (uniaxial continuous cycling).

Material	Temp. (°C)	Strain range (%)	Strain rate or frequency	No. of cycles
ASME SA 182 F 22	RT	3.0, 1.0, 0.5	1 cpm ($\Delta\epsilon=3\%$) 2 cpm ($\Delta\epsilon=1\%$) 3 cpm ($\Delta\epsilon=0.5\%$)	~ 200 ($\Delta\epsilon=3\%$) ~ 500 ($\Delta\epsilon=1\%$) ~ 500 ($\Delta\epsilon=0.5\%$)
ASME SA 387 Gr. 22	RT	2.0, 1.2, 0.8	0.1%/sec	$\sim N_f$
	500	2.0, 1.2, 0.8 0.6, 0.4	0.2%/sec	
	550	2.0, 0.6, 0.4	0.5%/sec	
		2.0, 1.5, 1.0 0.7, 0.5	0.1%/sec	
	600	2.0, 1.2, 0.8 0.6, 0.4	1.0%/sec	

片を用いて、Table I に示す条件下での繰返し両振りひずみ制御試験を行った。

2・2 試験結果

単調負荷曲線およびヒステリシスループ上昇部曲線から得られる応力 σ および塑性ひずみ ϵ_p の関係を

$$\sigma = k(\epsilon_p)^n \quad (1)$$

の形で求め、材料定数 k および n の変化を繰返し数 N 、相当塑性ひずみの累積値 $\bar{\epsilon}_p$ および疲労寿命消費率 N/N_f （以降疲労損傷と呼ぶ。 N_f ：破断繰返し数）との関係の一例を Fig. 1 に示す。ここでは ϵ を全ひずみ、 E をヤング率として

$$\epsilon_p = \epsilon - \frac{\sigma}{E} \quad (2)$$

の形で塑性ひずみを求め、 $\epsilon_p \geq 0.2\%$ のデータについて

Fig. 1. Example of change of plastic properties.

て式(1)の形で最小二乗近似を行って k および n を決定している。

繰返し応力ひずみ曲線を求めるための異なるひずみ範囲のヒステリシスループ群として次の2種類を考えた。

①繰返し数をそろえたヒステリシスループ群

②疲労損傷の度合をそろえたヒステリシスループ群
繰返し数 N として $N=10, 100$ および $1/2 N_f$ でのヒステリシスループ引張側頂点の実験結果を Fig. 2 に示す。また、図中にはそれぞれの試験での最大ひずみ範囲のヒステリシスループ上昇部曲線を応力ひずみとともに1/2に縮めた曲線および単調負荷曲線も併記している。

Fig. 2. Comparison between cyclic stress-strain curve and hysteresis loop.

2・3 考察

2・3・1 繰返しに伴う塑性特性の変化

繰返し荷重を受ける構造物の各部においては繰返し負荷回数は共通であるが、構造物内の応力ひずみ分布のためにひずみの変動範囲は異っている。このような状態にある構造物の弾塑性解析を行う場合、塑性特性として繰返し数 N 、ひずみ履歴量である相当塑性ひずみの累積値 $\bar{\epsilon}_p$ あるいは疲労損傷 N/N_f のいずれに依存するものを用いるか検討する必要がある。そこで Fig. 1 に示すように、塑性特性を N 、 $\bar{\epsilon}_p$ および N/N_f との関係で整理を行った。図からわかるように本材料の塑性特性は N 、 $\bar{\epsilon}_p$ あるいは N/N_f のいずれとの関係でも整理できており、したがって、いずれの関係を用いてもよいと思われる。また、Fig. 1 の関係はひずみ範囲に関係なく得られたものであり、したがって、簡易的には最大ひずみ範囲のヒステリシスループより得られ

る塑性特性をもって代表できる. なお, Table I の他の条件についても Fig.1 と同じ傾向が見られた.

2・3・2 繰返し応力ひずみ曲線とヒステリシスループの対応 Fig.2 において, ヒステリシスループ先端の応力ひずみ値の実験点が, ヒステリシスループ上昇部を 1/2 に縮尺したものとほぼ対応していることを考えると, 繰返し応力ひずみ曲線とヒステリシスループとは対応していること, また, ヒステリシスループ形状から簡便に繰返し応力ひずみ曲線を推定できることがわかる.

3 平板の繰返し面内曲げ試験および弾塑性解析

3・1 試験方法

供試材は 2¼Cr-1Mo 鋼の焼ならし焼もどし材 (ASME SA182 F22) であり, 前章の単軸試験に用いたものと同じである. Fig.3 に試験片および試験装置の概要を示す. 試験は電気油圧式疲労試験装置に曲げ荷重治具を取付けて常温で行った. 荷重は曲げモーメント繰返し両振負荷 (曲げ応力: $\pm 60 \text{ kgf/mm}^2$) とし, 繰返し速度 2 cpm の三角波で最大繰返し数 $N_{\max} = 100$ まで試験を行った. ひずみ計測はモアレ法により行い, $N=1, 50, 100$ 回目においてモアレしま変化を時間を追って連続写真撮影した. なお, モアレ法によるひずみ計測精度については LVDT による結果との比較により確認している.

Fig. 3. Test specimen and testing apparatus for in-plane bending test.

3・2 弾塑性解析法

定ひずみ要素による有限要素法を用いて平板の繰返し弾塑性解析を行った.

解析法は既に示したものと同じであり, ひずみ増分理論に従うものである. 降伏関数は von Mises の初期降伏条件に Ziegler の移動硬化則を考えたものであ

る. 塑性ひずみ増分 $d\epsilon_{ij}^p$ および降伏曲面の移動量増分 $d\alpha_{ij}$ は関連流れ則および塑性変形中は応力が降伏曲面上にあるという条件から次のように表せる.

$$d\epsilon_{ij}^p = \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} d\sigma_{kl}}{\frac{2}{3} H \frac{\partial F}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{mn}}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3)$$

$$d\alpha_{ij} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} d\sigma_{kl}}{(\sigma_{mn} - \alpha_{mn}) \frac{\partial F}{\partial \alpha_{mn}}} (\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) \quad (4)$$

ここで F は降伏関数, H は単軸応力・塑性ひずみ曲線の傾きを表す.

ここでは非線形な繰返し応力ひずみ曲線をベースとした解析を行うため, 式(3)中の H に対し Fig.4 に示すような考え方をを用いる. すなわち

$$H = H(\bar{\epsilon}_p) \quad (5)$$

Fig. 4. Models for plastic deformation used in analysis.

の形で応力反転を考慮してひずみ履歴の影響を考える. $\bar{\epsilon}_p$ は相当塑性ひずみの累積値 $\bar{\epsilon}_p$ と同様の定義であるが, 各々の応力反転時を基準とするものである. また, 単調負荷時と最初の応力反転時以降のそれぞれの H を $H_1(\bar{\epsilon}_p)$, $H_2(\bar{\epsilon}_p)$ とした場合, 前章で示した繰返し応力ひずみ曲線とヒステリシスループの関係を考慮して $H_1(\bar{\epsilon}_p)$ と $H_2(\bar{\epsilon}_p)$ の関係を次のように定義する. すなわち, Fig.4 で

OAB : $\sigma = f(\bar{\epsilon}_p)$ 繰返し応力ひずみ曲線

BCD : $\sigma = g(\bar{\epsilon}_p)$ ヒステリシスループ (=DEF)

とすると, 前章で示したようにヒステリシスループ上昇部曲線を 1/2 に縮尺すると繰返し応力ひずみ曲線と対応するので,

$$2f(\varepsilon_p) = g(2\varepsilon_p) \quad (6)$$

$$H_1(\varepsilon_p) = f'(\varepsilon_p) = g'(2\varepsilon_p) = H_2(2\varepsilon_p) \quad (7)$$

という関係が得られる。このモデルは「Masing の仮説」と呼ばれる考え方をもとにした一種の非線形移動硬化モデルであり、Masing モデルと呼ぶことにする。

ここでは繰返し数を合せた繰返し応力ひずみ曲線を用いることとし、平板の繰返し面内曲げ試験と対応して 100 サイクル目の繰返し応力ひずみ曲線を考えて次のような値を用いた。

$$K = 30 \text{ kgf/mm}^2$$

(K : 降伏曲線の大きさ)

$$H_2(\varepsilon_p) = 275 + 6100 \text{ Exp}(-250 \varepsilon_p) + 39000 \text{ Exp}(-2500 \varepsilon_p) \quad (8)$$

$$H_1(\varepsilon_p) = H_2(2\varepsilon_p)$$

これらは、ASME SA182 F22 の $\Delta\varepsilon=3\%$ の 100 サイクル目のヒステリシスループをもとに 0.02% のオフセットひずみを考えて降伏曲面の大きさ K を、また $H_2(\varepsilon_p)$ を実験式として決定したものである。

また、ここでは弾塑性解析によく用いられる bilinear モデルも用いたのでその求め方を Fig.4 に併記し、その塑性特性を Table II に示す。ここでは Pugh らの提案を参考にし、応力・塑性ひずみ線図の傾き H (一定値) を決めるための最大予想ひずみとして 0.5% および 1% を、降伏曲面の大きさ K を決定するためのヒステリシスループとして $N=10$ および 100 の $\Delta\varepsilon=3\%$ 、および $N=100$ の $\Delta\varepsilon=1\%$ のデータを用いた。 $N=10$ を選んだのは SUS 304 についての Pugh らの推奨法との比較を行うためである。

Table II. Plastic properties for bilinear model.

Equation No	Properties	Base data for H	Base data for K
(9)	$K=49.5 \text{ kgf/mm}^2$ $H=511.2 \text{ kgf/mm}^2$	Monotonic $\sigma\varepsilon$ curve, σ for $\varepsilon=0.5\%$ and 1%	Hysteresis loop for $\Delta\varepsilon=3\%$, $N=10$
(10)	$K=45 \text{ kgf/mm}^2$ $H=511.2 \text{ kgf/mm}^2$	Monotonic $\sigma\varepsilon$ curve, σ for $\varepsilon=0.5\%$ and 1%	Hysteresis loop for $\Delta\varepsilon=3\%$, $N=100$
(11)	$K=38.5 \text{ kgf/mm}^2$ $H=511.2 \text{ kgf/mm}^2$	Monotonic $\sigma\varepsilon$ curve, σ for $\varepsilon=0.5\%$ and 1%	Hysteresis loop for $\Delta\varepsilon=1\%$, $N=100$
(12)	$K=38.5 \text{ kgf/mm}^2$ $H=1475.5 \text{ kgf/mm}^2$	Monotonic $\sigma\varepsilon$ curve, σ for $\varepsilon=0.25\%$ and 0.5%	Hysteresis loop for $\Delta\varepsilon=1\%$, $N=100$

Fig. 5. Calculated and experimental results for uniaxial stress-strain behavior.

Fig. 6. Calculated and experimental results for a plate subjected to in-plane bending.

ヤング率 E および ポアソン比 ν はそれぞれ 21000 kgf/mm^2 および 0.3 とした。

3.3 試験結果および解析結果

式(8)および Table II の式(9)~(12)の特性を用いて $\Delta\varepsilon=1\%$ および 3% の $N=100$ の単軸ひずみ両振試験のシミュレーション計算を行った結果を実験結果と比較して Fig.5 に示す。また、平板の繰返し面内曲げ試験に関し、繰返し弾塑性解析の結果得られた試験片幅方向のひずみ分布および試験片側端部での弾性曲げ応力 σ elastic bending (M/Z , M : 曲げモーメント, Z : 断面係数) とひずみの関係を 100 サイクル目の実験結果と対比して Fig.6 に示す。Fig.6 (a) からわかるように 1 サイクル目と 2 サイクル目で応力ひずみ挙動にほとんど差がなかったため、解析は 1 サイクル半のみについて行っている。

3・4 考察

3・4・1 繰返し応力ひずみ曲線を用いた弾塑性解析の実用性 Fig.5 および Fig.6 に示すように, 繰返し応力ひずみ曲線を用いた式(8)の Masing モデルによる計算値は一樣応力ひずみ場および応力ひずみ分布のある単軸状態について実験値と比較的よく対応している. したがって, 繰返しの進んだ時点での繰返し応力ひずみ曲線から得られる塑性特性を用いた1~2サイクルの繰返し弾塑性解析によって, その時点での応力ひずみ挙動を推定できる点で, 本解析法は実用的なものと考えられる. 実機への適用を考えると, 比例負荷あるいはそれに近い負荷状態で, 一方向への進行性変形を伴わないような条件については適用可能であると推定される.

3・4・2 bilinear モデルに対する考察 簡易化された応力ひずみ特性である bilinear モデルは Fig.5 および Fig.6 からわかるように特性の決定法により応力ひずみ挙動が異ってくる. Fig.6 で $N=10$ のデータに基づく計算値は実験値に比べて小さなひずみ範囲を, また, $N=100$ のデータについても最大ひずみ予想値を 0.5% ($\Delta\epsilon=1\%$ 相当) として H を決め, $\Delta\epsilon=1\%$ のデータに基づいて K を決めた式(12)によるものがより実験値に近いものとなっている. したがって, bilinear モデルとしては, 比較的正確な最大ひずみ予想値と単調負荷曲線から H を, 問題となる繰返し数およびひずみ範囲のヒステリシスループから K を求めたものが, 実用的に使えるものと思われる.

4 ま と め

弾塑性解析を行って構造物の低サイクル疲労寿命評価を行う場合, 繰返しが進んだ段階の構造物の弾塑性変形挙動を繰返し応力ひずみ曲線を用いて1~2サイクル程度の弾塑性解析で推定できれば実用上便利であ

る. この観点から検討した結果, 次のことがわかった.

(1) 繰返しに伴う塑性特性の変化は, 繰返し数, 相当塑性ひずみの累積値あるいは疲労損傷のいずれとの関係でも整理できる.

(2) 繰返し応力ひずみ曲線と1/2に縮められたヒステリシスループ上昇部曲線は, 同じ繰返し数段階および同じ疲労損傷段階ではほぼ対応している. したがって, 繰返し応力ひずみ曲線はヒステリシスループ形状より簡易的に推定できる.

(3) 繰返しが進んだ段階での構造物の繰返し弾塑性変形挙動を推定する方法として, その段階での繰返し応力ひずみ曲線を用いた弾塑性解析を行うことは実用的で有効な方法である. また, その際の変形挙動モデルとしては Masing モデルが有力である.

(4) bilinear モデルによる弾塑性解析は材料特性の設定法により計算結果が大きく変化するため, 対象構造物の変形挙動を予測した適切な材料特性の設定が必要である.

(昭和57年9月17日 第20回高温強度シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) J. D. Morrow, ASTM STP 378, 45 (1964).
- 2) 鵜戸口英善, 野末康博, 日本機械学会論文集, **41**, 1052 (1975).
- 3) 国分孝友, 猪狩敏秀, 浜上義行, 瀬戸口克哉, 三菱重工技報, **16**, 675 (1979).
- 4) 井上達雄, 猪狩敏秀, 田中喜久昭, 吉川正治, 材料, **24**, 215 (1975).
- 5) 瀬戸口克哉, 猪狩敏秀, 三菱重工技報, **14**, 914 (1977).
- 6) H. R. Jhansale, J. Engineering Materials and Technology, January, 33 (1975).
- 7) C. E. Pugh, J. M. Corum, K. C. Liu and W. L. Greenstreet, ORNL-TM-3602 (1972).