構造物の健全度評価へのファジィグラフの適用[†]

白 石 成 人* 古 田 均* 橋 本 光 行**

Application of Fuzzy Graph Theory to Analysis of Structural Integrity

by

Naruhito SHIRAIISHI, Hitoshi FURUTA and Mitsuyuki HASHIMOTO

(Faculty of Engineering, Kyoto University, Kyoto)

It has been recognized that a considerable number of structures require repairing or alteration from time to time. Under this situation, it is an emergent and important task to establish a method of evaluating the integrity of structures. However, analysis of structural integrity is very difficult, because the mechanism of damage assessment is complicated and concerned with various kinds of factors.

In this paper, an attempt is made to develop a synthetic analytical method of structural integrity, based on the theory of fuzzy graph. At first, representative factors, which affect the structural integrity, are enumerated and integrated into a hierarchy system. By using the evaluating system, the analysis is performed through such linguistic variables as "large", "medium", "small", *etc.* Information of the linguistic variables is transmitted from the input events to the top event, in which weightening is taken into account on the evaluation of each factor. The final result, which is obtained at the top event in the form of membership function, is interpreted by use of the concept of pattern recognition.

The numerical results obtained confirm that (1) the method developed herein is available to introduce the engineering judgement into the integrity analysis, (2) the use of linguistic variables enables to merge the subjective assessment with the observation data or experimental results through simple matrix computations, and (3) the concept of pattern recognition is quite useful for classifying the degree of integrity of existing structures.

(Received Apr. 11, 1983)

キー・ワード：健全度，グラフ理論，ファジィ集合，言語変数

1 ま え が き

現在，公共構造物の健全度評価や，その確保の問題はきわめて重要な問題となっている。ところが，従来，構造物の健全度評価というと，その経済・社会的重要性にもかかわらず，技術者の経験や直感に頼らざるを得なかった。この理由としては，以下に示す健全度評価問題の特徴が挙げられる。

- (1) 健全度に影響する因子は極めて多数である。
- (2) さらに，それらの因子は相互に影響を及ぼし，複雑な関係にある。
- (3) 施工段階時に含まれる不確実性などの定量化しにくい因子も少なくない。
- (4) 公共構造物は単品生産であり，統計的解析が容易でない。

すなわち，有用なデータの不十分さもあるが，多岐にわたる定量化しにくい要因を総合的な形で評価することが要求され，単純な力学モデルでは適確な判定を下すことが不可能なためである。

以上のことから，構造物の健全度を適確に評価し，維持補修のための有益なデータを得るためには，定性的および定量的な情報を論理的かつ合理的な形で総合化できる方法論を確立する必要があると考えられる。本研究は，この要件を満たす可能性のある手法としてグラフ理論¹⁾に注目し，構造物の健全度評価をよりシステムチェックに行い，さらにより信頼性の高い実際的な評価を得るためにファジィ理論の導入を図り，主観的不確定性の影響を健全度評価に反映させることを試みる。

本方法を用いた健全度評価の特徴を列挙すると，つぎのようになる。

- (1) 種々の要因に対する技術者の工学的判断を，言

[†] 原稿受理 昭和58年4月11日

* 正 会 員 京都大学工学部 京都市左京区吉田本町

** 京都大学大学院 京都市左京区吉田本町

語変数を媒介として定量化し、構造物の健全度の評価に反映させることができる。

(2) 各要因間の重みを一対比較に基づいて求めることにより、入力される情報の重要度を健全度評価に反映させることができる。

(3) 各要因ごとに与えられた健全度評価をファジィ合成などの代数的処理を行うことによって、総合的な健全度評価に結びつけることができる。

(4) 頂上事象で得られる最終的な総合的評価値をパターン認識の概念を用いて分類することができる。

2 ファジィグラフ理論の健全度評価への適用

2.1 健全度評価グラフの作成

構造物の健全度には、極めて多数の要因が影響を及ぼすと考えられるが、本研究では議論を簡単にするために、代表的な要因のみについて考える。評価項目として、以下のものが挙げられる。²⁾³⁾

- (1)目視 (2)浸透探傷, 超音波探傷試験 (3)レベル, トランシット, 沈下計等による測量 (4)載荷試験 (5)硬度試験 (6)トルクレンチによる点検 (7)耐荷力調査 (8)履歴調査 (9)実態調査 (10)主桁, 主構の損傷度 (11)下部構造の損傷度 (12)接合・継手部の損傷度 (13)支承部の損傷度 (14)付属設備その他の損傷度 (15)部材のひびわれ(クラック) (16)変位, 沈下量 (17)ひずみ, 応力, たわみ, 振動状況 (18)熱による影響度 (19)高力ボルトのゆるみ (20)自然環境, 社会環境の不適合 (21)変形による損傷度 (22)変位による損傷度 (23)ひびわれによる損傷度 (24)腐食による損傷

1 : Dummy	16 : Crack of members
2 : Inspection	17 : Sink
3 : Exploring test for defects	18 : Stress and strain
4 : Measurement by transit	19 : Thermal effects
5 : Loading test	20 : High-tension bolts
6 : Hardness test	21 : Environments
7 : Check by torque wrench	22 : Deformation
8 : Material test	23 : Displacement
9 : Survey of historical records	24 : Crack
10 : Inquiry	25 : Corrosion
11 : Damage of main members	26 : Global damage
12 : Damage of substructures	27 : Cumulative damage
13 : Damage of joints	28 : Local damage
14 : Damage of shoes	29 : Evaluation of integrity
15 : Damage of attachments	

Fig. 1. Evaluation graph of integrity.

度 (25)全体的損傷度 (26)累積損傷度 (27)局部的損傷度

これらの要因の間に何らかの関係があるものをすべて直線で結び、健全度評価という頂上事象に結びつけると Fig.1 のようになる。

2.2 言語変数による評価

各要因の評価には言語変数を用いる。これはある程度、経験、直感等に基づいて判断しなければならない⁴⁾要因が存在するためである。この言語変数は Zadeh によって提案されたものであり、あいまいな事象を取り扱うのに有効である。

いま、各要因の表す内容を、「損傷がある」または「損傷がない」といったように明確に評価するのではなく、「損傷が大きい」とか「損傷が小さい」といったような幅の広い表現で評価することを考える。「損傷がある」を1, 「損傷がない」を0と考えると, 「大きい (Large)」 「小さい (Small)」等は Fig.2 のように数直線上に表すことができる。これらの Large, Small 等をファジィ集合と規定し、各値のその集合に属する程度(グレード)を考える。これが帰属度関数である。

Fig. 2. Evaluation by linguistic variables.

このように、各要因の評価を一般に我々が日常使用する言語に対応させて行うのが、言語変数による評価の特徴である。

2.3 ファジィ関係の設定

つぎに、健全度評価を行うにあたって、各々の要因に対する情報を言語変数の形で原因事象に入力したとき、その情報が結果事象にどのような形で伝えられるべきかについて考える。

いま、事象 x と y がある関係にあるとする。たとえば、「もし x が F なら y は G である」という関係を考える。直積の考え方を用いると、この関係をファジィ関係行列 R で表現することができる。⁵⁾

$$R_{xy} = F \times G \quad (\times \text{はファジィ演算での直積}) \quad (1)$$

たとえば、「 x が Small なら y は Large」といったファジィ関係を考える。「Small」「Large」を全領域 $U = V = \{1, 2, 3, 4\}$ において

$$F=\text{Small}=1/1+0.6/2+0.1/3+0/4 \quad (2)$$

$$G=\text{Large}=0/1+0.1/2+0.6/3+1/4 \quad (3)$$

と仮定すると、 R_{xy} は直積の定義を用いることによつて次式のように表される。

$$R_{xy}=F \times G = \begin{pmatrix} 0 & 0.1 & 0.6 & 1 \\ 0 & 0.1 & 0.6 & 0.6 \\ 0 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

また、 x と y の間に複数個の関係があるときには、式(4)は次式のように定義される。

$$R_{xy}=(F \times G) \cup (F' \times G') \cup \dots \quad (5)$$

実際には、このファジィ関係は言語変数を用いて作成された技術者へのアンケートの結果に基づいて決定されることになる。

2.4 ファジィ関係に対する重みづけ

ある事象に複数個の下位事象が関係しているときには、それから伝達される情報に重みを考慮する必要がある。ここでは、Saaty⁹⁾ によって提案された手法を用いて、ファジィ関係 R_{xy} にこの重みの影響を考慮することを考える。Saaty の手法は、人間は複数個の事柄を評価する場合、各々 2 個の事柄の対比較により重みづけを行い、総合的な評価をしているとの考え方を基にしている。

実際に、いくら経験豊かな技術者でも、即座にすべての要因間に妥当な重みづけを行うことは不可能である。そこで、対象をある二つの原因 k と l ($k, l=1, \dots, n, n$: 原因数) にしぼり、その評価値 w_k, w_l を与える。この値を用いて事象 k と l の相対的な重み e_{kl} を計算する。

$$e_{kl}=w_k/w_l \quad (k, l=1, 2, \dots, n, k \neq l) \quad (6)$$

この値をそれぞれの事象 j について、アンケートで解答を求め、 j について e_{kl} を行列要素とした n 行 n 列の行列 E を得る。

$$E = \begin{bmatrix} 1 & e_{12} & e_{13} \cdots e_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \cdots \vdots \\ e_{n1} & e_{n2} & e_{n3} \cdots 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

ところが、 E の要素はある二つのもののみに注目して対比較により得られた結果であるから、その関係に矛盾が生じていることがある。そこで、一貫性をもたすために、以下の固有値解析を実行することにより、妥当な重み w_i を求める。すなわち、

$$Ew=nw \quad w=(w_1, w_2, \dots, w_n) \quad (8)$$

この操作は、あるふく湊した関係のある軸(主軸になる)をとることにより、一つの明らかな関係として求めようとするに対応している。

このようにして、同一事象に伝達される情報に重みを考慮することによって、実状に即した、より正確な健全度評価を行うことができる。

Fig. 3. Example graph.

Table I. Fuzzy relation.

Node	Relation	
(1, A)	L	V_L
(2, A)	M	L
(3, B)	L	L
(B, TOP)	L	M
(B, TOP)	S	V_S

2.5 健全度評価法

いま、Fig. 3 のような簡単な健全度評価グラフが得られ、また、そのファジィ関係は Table I のように与えられたとする。

ここで、節点 A に注目し、節点 1 と A、2 と A のファジィ関係行列は式(1)より

$$\left. \begin{aligned} R_{1A} &= L \times V_L \\ R_{2A} &= M \times L \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここで、節点 1, 2 に I_1, I_2 という言語変数による情報が入力されたたすると、重み w_1, w_2 を考慮して、節点 A に伝達される情報は

$$I_A = \{(R_{1A} \wedge w_1) \circ I_1\} \vee \{(R_{2A} \wedge w_2) \circ I_2\} \quad (10)$$

で計算される。同様に、節点 B についても $w_3=1$ として、

$$I_B = (R_{3B} \wedge w_3) \circ I_3 = R_{3B} \circ I_3 \quad (11)$$

(ただし、記号 $\circ$ は min-max 演算によるファジィ合成を表す)

結局、節点 1, 2, 3 に I_1, I_2, I_3 という情報が同時に入力したときは、以下の式から頂上事象における情報 I_{TOP} が得られることになる。

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} I_{A1} \\ I_{A2} \\ I_{B3} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} w_1 & 0 & 0 \\ 0 & w_2 & 0 \\ 0 & 0 & w_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{1A} & 0 \\ 0 & R_{2A} \\ 0 & 0 & R_{3B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \\ I_A &= I_{A1} + I_{A2} \quad (\text{+はファジィ演算での和}) \\ I_B &= I_{B3} \\ I_{\text{TOP}} &= \begin{bmatrix} w_A & 0 \\ 0 & w_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{A\text{TOP}} & 0 \\ 0 & R_{B\text{TOP}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

このようにして、どのような複雑なグラフにおいても簡単なマトリックス演算を通じて、順次情報を上位事象へ伝達することにより、最終的に頂上事象で一つの帰属度関数の形で総合的な健全度評価が得られることになる。

2.6 総合的評価値を用いた健全度の分類法

Fig. 4. Pattern of integrity.

ここでは、最終的に得られた帰属度関数を評価するために、たとえば、Fig. 4 に示されるような典型的なパターンの帰属度関数を数種考え、そのパターンにどれだけ近似しているかということにより健全度評価を行う。

いま、典型的なパターンを示す帰属度関数を $\tilde{m}_i(u)$ ($i=1, \dots$) とし、得られた帰属度関数を $m_j(u)$ とすると、その近似度 d_{ij} は

$$d_{ij} = \int_0^1 |\tilde{m}_i(u) - m_j(u)| du \quad (13)$$

で定義され、この値をもってどのパターンに分類できるかを判別する。

以上の手順により、帰属度関数の形といった概念で、より信頼度の高い総合的健全度評価が可能になると思われる。

3 数値計算例

言語変数 Very small (V_s), Small (S), Medium (M), Large (L), Very large (V_l) などに対応する

Fig. 5. Membership functions of linguistic variables.

帰属度関数は取り扱っている問題の現象認識に基づき、慎重に決定される必要があるが、本例では、計算等の簡略化のために Fig. 5 に示すような 5 種の帰属度関数を用いた。

本研究では、議論を簡単にするために、構造物、特に鋼橋の健全度に影響する代表的な要因についてのみ考えた。各々関係のあるものを直線で結び、頂上事象である健全度評価に結びつけグラフを作成すると、2・1 節で示した Fig. 1 のようになる。つぎに、このグラフの直線で結ばれた各要因間のファジィ関係を、技術者のアンケートにより、たとえば、Table II に示されたような解答が得られたと仮定して決定した。本例では、健全度を表すあいまいな情報を損傷状態が Very small, Small, Medium, Large, Very large といった 5 種の言語変数で表現できると考え、各要因ごとに 5 種のファジィ関係を設定し、関係行列を決定した。

Table II. Examples of fuzzy relations.

Input		Output node			Input		Output node	
Node	Information	26	27	28	Node	Information	29	
24	V_s	V_s	V_s	V_s	8	V_s	V_s	
	S	V_s	S	S		S	S	
	M	S	L	L		M	L	
	L	L	V_l	V_l		L	V_l	
	V_l	V_l	V_l	V_l		V_l	V_l	
25	V_s	V_s	V_s	V_s	9	V_s	V_s	
	S	V_s	S	S		S	V_s	
	M	S	M	M		M	S	
	L	M	L	L		L	M	
	V_l	L	V_l	V_l		V_l	L	

Input		Output node	Input		Output node
Node	Information	29	Node	Information	29
21	V_s	V_s	27	V_s	V_s
	S	S		S	S
	M	M		M	L
	L	L		L	M
	V_l	V_l		V_l	V_l
26	V_s	S	28	V_s	V_s
	S	M		S	S
	M	L		M	M
	L	V_l		L	L
	V_l	V_l		V_l	V_l

前章で示したように Saaty の手法により、固有値解析を実行することによって要因間の妥当な重みを得た。本例では、Table III に示された値がアンケートにより得られたと仮定して計算した。Table III を見ると、相対的な重み $e_{11,11}=0.7$, $e_{11,13}=2$, $e_{13,17}=1.11$ といった矛盾した値が、 $w_{11}=1$, $w_{13}=0.708$, $w_{17}=0.702$ といった妥当な重みに固有値解析によって変換されていることがわかる。このようにして、各要因間

Table III. Weightening for fuzzy relations.

(a) Pair-comparison matrix.											(b) Weights.	
	(11, 24)	(12, 24)	(13, 24)	(14, 24)	(15, 24)	(16, 24)	(17, 24)	(18, 24)	(19, 24)	(20, 24)	Relation	Weight
(11, 24)	1	1	0.83	0.71	10	0.5	0.67	0.71	0.77	1.25	(11, 24)	0.531
(12, 24)	1	1	1	0.83	10	0.67	1	1	1.25	2	(12, 24)	0.657
(13, 24)	1.2	1	1	0.83	10	0.67	0.83	1	1.25	2.5	(13, 24)	0.666
(14, 24)	1.4	1.2	1.2	1	10	0.77	1	1.25	1.43	2.5	(14, 24)	0.764
(15, 24)	0.1	0.1	0.1	0.1	1	0.1	0.125	0.17	0.2	0.5	(15, 24)	0.088
(16, 24)	2	1.5	1.5	1.3	10	1	1.25	1.67	1.67	5	(16, 24)	1.0
(17, 24)	1.5	1	1.2	1	8	0.8	1	1.25	1.43	5	(17, 24)	0.803
(18, 24)	1.4	1	1	0.8	6	0.6	0.8	1	1.11	3.33	(18, 24)	0.643
(19, 24)	1.3	0.8	0.8	0.7	5	0.6	0.7	0.9	1	2.5	(19, 24)	0.555
(20, 24)	0.8	0.5	0.4	0.4	2	0.2	0.2	0.3	0.4	1	(20, 24)	0.489

のファジィ関係と重みを決定し、前章で示したように、ファジィ関係行列を用いて行列演算を行い、順次情報を伝達してゆき、頂上事象における帰属度関数を得た。なお、入力した言語変数の帰属度関数は、離散的に取扱ひ、 $[0, 1]$ を 50 個に分割し、各々に対応する値を用いて帰属度関数とした。

最後に得られた帰属度関数の評価を次のようにして行った。実際の構造物の調査を想定して、13個の入力節点③～⑮に V_s, S, M, L, V_i といった5種の言

語変数をいろいろ組合せて入力した。本例では、Fig. 6～11 に示すような帰属度関数が頂上事象（健全度評価）において得られ、この総合的評価値を前章で示したようなパターン認識の概念を用いて判定した。この判定のために、健全度を“非常に健全”、“健全”、“まあ健全”、“危険”、“非常に危険”という5種類の典型的なパターンに分類し、Fig. 12 に示すような関数をそれぞれ考えた。この帰属度の図で1に近いところが

Fig. 6. Membership function obtained for example 1 (all variables are V_s).

Fig. 8. Membership function obtained for example 3 (all variables are V_i).

Fig. 7. Membership function obtained for example 2 (all variables are M).

Fig. 9. Membership function obtained for example 4.

Fig. 10. Membership function obtained for example 5.

Fig. 11. Membership function obtained for example 6.

危険な状態を表し、0に近いところが健全であることを示している。得られた6種の帰属度関数が、どの典型的なパターンに近似しているかという相対的な値を $V(1) \sim V(5)$ で示す。この値が小さいほど、各健全度パターンに近い特性を示していると解釈でき、帰属度関数の形状の類似度という、より多くの情報を用いて健全度の分類が可能になる。

まず、Fig. 6~8のexampleは、それぞれ入力情報をすべて V_i , M , V_i としたときの例である。Fig. 6は構造物がほとんど損傷を受けていない場合の例である。この場合 $V(1)$ が最小となっており、したがってFig. 12の(1)のパターンに近いことを示している。またFig. 8は、かなり損傷を受けている場合であり、 $V(5)$ が最小となる。つぎに、Fig. 9~11では、実際の場合を想定して、ランダムに情報を入力した例を示す。これらの例は順に、 $V(4)$, $V(3)$, $V(2)$ が最小となるので、それぞれ“危険”“まあ健全”“健全”といったような健全度評価を行うことができる。

Fig. 12. Classification of membership pattern.

以上のように、頂上事象で得られた帰属度関数をパターン認識の概念を用いて判定し、健全度を“非常に健全”、“健全”、“まあ健全”、“危険”、“非常に危険”といった5段階ぐらいに分類して評価することが実際的であると思われる。このように、構造物の健全度評価にファジィ理論を組み込むことによって、ある程度の知識を持った人間による数種の情報だけで比較的容易に健全度評価を行い、分類することが可能である。しかしながら、本数値計算例で一意的に決めた帰属度関数をより正確に決定することや、いかにして典型的なパターンの帰属度関数を決めるか、あるいは、ファジィ関係や重みをより正確に決定することなどに問題が残る、今後の課題とされる。

4 結論および今後の課題

本研究では、構造物の健全度評価を行う場合、各要因間にあいまいな関係があることに注目し、グラフ理論にファジィ理論を組み込んだファジィグラフ理論を用いて健全度評価を行うことを試みた。まず、健全度に影響する要因を挙げ、健全度評価グラフを作成し、あいまいな情報を言語変数を用いて表現し、ファジィ関係および各要因間の重みを考えることにより、入力情報を頂上事象に伝達し、最終的に帰属度関数という形での健全度評価を行うことを考えた。さらに、構造物の健全度が5段階程度に分類された典型的なパターンと対比することによって、定量的に評価できることを示した。

本研究で得られた結果は、次のとおりである。

(1) ファジィ理論を用いた健全度評価法では、定量化が容易でない技術者の経験や直観を、技術者に対するアンケートをもとに、各要因間のファジィ関係や重みを決定することによって定量的な形で健全度評価に反映させることができる。

(2) さらに、あいまいな情報を言語変数を用いて表現できる。

(3) その際、入力された情報は、ファジィ関係より得られる関係行列を用いた簡単な行列演算を行うことにより、伝達が可能である。

(4) パターン認識の概念に基づくと、最終的に頂上事象で得られた帰属度関数を典型的なパターンと対比することにより、健全度の評価を容易に行うことができる。

以上のように、構造物の健全度評価にファジィ理論を組み込むことによって、従来、技術者の経験や直観に頼って行われていた構造物の健全度評価が、より明確な、しかも定量化された形で行える。

実際に、ファジィ理論を健全度評価に応用するには、帰属度関数の決定やファジィ関係行列の定義法などいろいろな問題が数多く残されているが、このような考

え方に立てば、従来あいまいという名のもとに捨てられていた情報、あるいは熟練した技術者にしか不可能であった判断が、明確な形で解析手順に組み込まれることになり、有益な情報を与えることになると考えられる。最後に、本論文では、あいまいな情報に焦点を絞ったが、実験、測定、観測等を通じて得られる定量的な情報も健全度評価では重要であり、本方法はこれらの定量的な情報をも含めることが可能である。

参 考 文 献

- 1) 福田収一, 材料, **30**, 339, 70 (1981).
- 2) 高架構造研究会編, “道路橋の点検補修”(1978) 理工図書
- 3) 白石成人, 古田 均, 杉本雅一, 第29回構造工学シンポジウム, p.43 (1983).
- 4) L. A. Zadeh, Information Sciences, **8**, 199 (1975).
- 5) D. I. Blockley, Proc. of ICE, **59**, 659 (1975).
- 6) 菅野道夫, 計測と制御, **22**, 171 (1983).
- 7) 浅居喜代治, C. V. Negoita, “あいまいシステム理論入門”(1978) オーム社
- 8) 西田俊夫, 竹田英二, “ファジィ集合とその応用”(1978) 森北出版
- 9) T. L. Saaty, Journal of Cybernetics, **4**, 53, (1974).