重畳波形およびランダム波形下における FRP の疲労寿命推定に関する研究[†]

網 島 貞 男* 谷 本 敏 夫*
松 岡 敬** 越 智 昭 夫**

Fatigue Life Estimation of FRP under Superimposed Sinusoidal Wave and Various Random Load Patterns

by

Sadao AMIJIMA, Toshio TANIMOTO, Takashi MATSUOKA and Akio OCHI
(Faculty of Engineering, Doshisha University, Kyoto)

Investigation was firstly made on the estimation method of fatigue life for FRP subjected to superimposed sinusoidal wave loads. Secondly, the fatigue life estimation was performed for three different load patterns programmed with triangular waves. Fatigue tests were conducted under both a constant stress amplitude and various programmed load patterns by a hydraulic fatigue testing machine.

The test results showed that it is possible to make the fatigue life estimation for FRP under various superimposed sinusoidal wave loads based upon the frequency dependence of fatigue with the aid of the equivalent frequency method studied in the previous paper. The fatigue life under various load patterns can also be estimated to some extent by employing the equivalent stress range for the evaluation of stress value in random waves.

(Received May 10, 1983)

キー・ワード：FRP, 信頼性, 重畳波形, プログラム荷重, 寿命推定

1 緒 言

FRP が機械構造物や機械部品に広範に利用されつつある現在、実働荷重が作用した場合における疲労寿命を的確に推定することは、安全性、信頼性の高い設計を行うにあたり重要な事柄である。¹⁾²⁾ そのためには、実働荷重波形が有する周波数成分やピーク応力の頻度分布等のランダム波が有する特徴を十分に把握しておくことが必要となる。

例えば、車両等の実働荷重としてよく観測されるパターンとして、基本的な低周波数成分上に高周波数成分が重畳した波形がある。³⁾ 金属材料においては、このような重畳波形下での疲労に関する研究は数多くなされているが、⁴⁾⁵⁾ FRP に関してはほとんど研究されていない状態である。これまでの一連の研究から一般に、FRP の疲労寿命は周波数に大きく依存することが知られており、⁶⁾⁷⁾ したがって、重畳している高周波数成分

の負荷速度および応力振幅の疲労寿命に及ぼす影響を十分に検討しておくことは FRP においては、特に重要である。

このような観点から、本研究では以下に示すように 2 種類の典型的な実働荷重波形（重畳波および引張側と圧縮側の荷重が常に変動するパターン）に対する寿命推定法について前報で報告した同じ試験片、同じ試験機を用いて検討を行った。

まず第一に、荷重波形として 1 Hz の正弦波に 5, 10, 15 および 20 Hz の正弦波を応力も同時に変化させた 14 種類の二重重畳波形を用い、引張圧縮疲労試験を実施し、等価周波数法という考え方にに基づき各荷重波形下における疲労寿命を検討した。さらに、重畳波形のより一般的な形として、三重重畳波形および一次波に狭帯域波を重畳させた荷重波形を用いて疲労試験を実施し、それらに対しては等価周波数法に r. m. s. ピーク応力値を用いて疲労寿命を推定することの有効性について検討を加えた。

二番目に研究の対象とした実働荷重は、荷重のピー

[†] 原稿受理 昭和58年5月10日

* 正 会 員 同志社大学工学部 京都市上京区烏丸今出川

** 学生会員 同志社大学工学部 京都市上京区烏丸今出川

ク値が引張側と圧縮側に常に変動するパターンである。まず、繰返し速度が 10 Hz の三角波で引張側の荷重に対して圧縮側の荷重をそれぞれ 0.5, 1.0 および 1.5 倍にした荷重波形, また反対に圧縮側の荷重に対して引張側の荷重をそれぞれ 0.5, 1.0 および 1.5 倍にした荷重波形を用いて疲労試験を実施し, 圧縮側および引張側荷重の増減が疲労寿命に与える影響を検討した。さらに, 引張側の荷重を一定にし圧縮側の荷重を 0.5, 1.0 および 1.5 倍の 3 種にランダムに変化させた荷重波形, 逆に圧縮側が一定で引張側をランダムに変化させた荷重波形, および引張り, 圧縮の両側がランダムに変化した荷重波形を用いて疲労試験を実施し, それらに対する疲労寿命の推定法について検討を行った。

2 実験結果および考察

2・1 重畳波形下における疲労寿命の推定

2・1・1 二重重畳波形下における 疲労寿命推定方法 Fig. 1 (a)に示すように二重重畳波形は一次波が周波数 f_1 および応力振幅 σ_1 の正弦波であり, かつこの波形に二次波として f_1 より高い周波数 f_2 を有する応力振幅 σ_2 の正弦波を重畳させたものである。また, 図中に示した σ_{pmax} はこの波形における最大ピーク応力値である。

本実験は, 一次周波数を $f_1=1$ Hz と一定にし, 周波数の影響を知るために二次周波数 f_2 を 5, 10, 15 および 20 Hz の 4 種類に変化させ, さらに応力振幅の影響を調べるために応力比 σ_1/σ_2 も同時に変化させた14種類の二重重畳波形について実験を行った。本研究で行った荷重波形を Table I にまとめて示す。

一般に, 中村らが提案した等価繰返し数法によると二重重畳波形を単一正弦波 (等価波) に置き換えて, この波形の応力値は最大ピーク応力値 σ_{pmax} に等しいと仮定し, かつこの波形の繰返し数は一次波の繰返

Fig. 1. Schematic figure of two-superimposed sinusoidal wave.

し数で評価できるとしている。⁸⁾ 本研究において, 著者らはこの手法に基づき等価な周波数 f_{eff} を用いる等価周波数法という考え方に拡張し, 本研究への適応性を検討した。

まず, 一次波と二次波の応力比 R を,

$$R = \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \quad (1)$$

で定義した場合, R をパラメータとすると, $0 \leq R \leq 1$ の範囲で種々の二重重畳波形を表すことができる。つまり, 二重重畳波形において R が 0 に近づくとき, Fig. 1 (b)に示すような周波数が f_1 で応力振幅が $\sigma_{pmax} (= \sigma_1)$ の荷重波形に近づき, R が 1 に近づくとき, Fig. 1 (c)に示すような周波数が f_2 で応力振幅が $\sigma_{pmax} (= \sigma_2)$ の荷重波形に近づくものと考えられる。等価周波数法

Table I. Frequency and stress ratio for two-superimposed sinusoidal wave and actually observed wave.

Stress ratio		Primary frequency f_1 (Hz)			
σ_1/σ_2	$R = \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}$	Secondary frequency f_2 (Hz)			
		5	10	15	20
5/1	0.167				
2/1	0.333				
1/1	0.500				
1/2	0.667				
1/5	0.833				

は、この 0 から 1 の間で変化する任意の R に対して等価波の周波数 f_{eff} は近似的に f_1 から f_2 の中間の値を有し、等価波の応力は $\sigma_{p\text{max}}$ であるとする考え方である。等価繰返し数法によれば、縦軸に応力比 R を真数で、横軸に寿命比 α を対数でとり、その間に直線関係があると考えている。本研究においては、等価波の周波数 f_{eff} に対する一次周波数 f_1 の周波数比 α を、

$$\alpha = \frac{f_{\text{eff}}}{f_1} \quad (2)$$

とし、応力比 R を縦軸に、周波数比 α を対数で横軸にとった関係に置き換えて考えることにする (Fig. 2 参照)。先に示した二つの条件を式(2)に代入すれば、 $R=0$ のとき $f_{\text{eff}}=f_1$ より $\alpha=1$ 、また $R=1$ のとき $f_{\text{eff}}=f_2$ より $\alpha=f_2/f_1$ と求まる。したがって、Fig. 2 に示したようにこれらの 2 点間に直線関係があると仮定すると、

$$\alpha = \left(\frac{f_2}{f_1} \right)^R \quad (3)$$

となる。よって式(2)と(3)より R が 0 と 1 の間における任意の応力比 R に対する等価周波数 f_{eff} は、

$$f_{\text{eff}} = f_1 \left(\frac{f_2}{f_1} \right)^R \quad (4)$$

で表される。ただし、本実験の場合 $f_1=1\text{ Hz}$ と一定なので、

$$f_{\text{eff}} = f_2^R \quad (5)$$

なる簡単な式で等価波の周波数が与えられることになる。このようにして求めた各二重重畳波形の等価周波数 f_{eff} の値を Table II に示す。

先に示した Fig. 1 (b)や(c)のような一定応力振幅の場合、疲労寿命は正弦波の繰返し数で表せばよいが、

Fig. 2. Relation between stress ratio R and frequency ratio α in logarithmic scale.

Table II. Equivalent frequency for each two-superimposed sinusoidal wave.

Stress ratio		Secondary frequency $f_2(\text{Hz})$			
σ_1/σ_2	$R = \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}$	5	10	15	20
5/1	0.167	1.308	1.468	1.570	1.648
2/1	0.333				2.717
1/1	0.500	2.236	3.162	3.873	4.472
1/2	0.667				7.368
1/5	0.833	3.824	6.813	9.552	12.139

Fig. 1 (a)のような重畳波の場合、何を疲労寿命の基準にとるかが問題となる。本研究においては、中村らが提案した等価繰返し数法と同様に、重畳波の周期は一次波の周期と一致していることから、破壊までの一次波の繰返し数 N_1 をもって、重畳波の疲労寿命とすることにする。一般に、FRP の疲労寿命は周波数に大きく影響を受けることは著者らが行った一定応力振幅疲労試験結果からも明らかであり、 $S-N$ 曲線 ($\sigma^m \cdot N = C$) における材料定数 m および $\log C$ は周波数 f と直線関係にあることを報告した。本研究において、重畳波の疲労寿命は繰返し数 N_1 で評価されることから、参考文献(6)に示した各周波数の疲労寿命データの取り扱い方を若干変更する必要があると思われる。本研究で用いた重畳波のプログラム周期はすべて 1 秒であるので、二次波の正弦波に対しても 1 秒を 1 ブロックとして考えなくてはならない。つまり、各疲労寿命データを各周波数 f で割ったものを、本研究における一定応力振幅疲労データとして考える必要がある。このようにして新たに求めた各周波数に対する $S-N$ 曲線を、Fig. 3 にまとめて示す。また、材料定数 m および $\log C$ と周波数 f との直線関係を次式に示す。

$$m = 0.91f + 9.78 \quad (6)$$

$$\log C = 1.71f + 25.7 \quad (7)$$

ここで、等価周波数法では等価波の応力を $\sigma_{p\text{max}}$ 、周波数を f_{eff} 、また疲労寿命を一次波の繰返し数 N_1 としていることなどを考慮すると、二重重畳波形の疲労寿命は次式から求めることができる。

Fig. 3. $S-N$ diagrams for various kinds of frequency.

$$\sigma_{p\text{max}}^{0.91f_2R+9.78} \cdot N_1 = 10^{1.71f_2R+25.7} \quad (8)$$

このようにして求めた疲労寿命推定結果、および各二重重畳波形下での疲労試験結果を Fig. 4~7 に示す。これらの $S-N$ 線図から明らかなように、FRP の二重重畳波形下での疲労寿命は、等価繰返し数法に基づき FRP 特有の周波数影響を考慮した等価周波数法という寿命推定方法により、近似的ではあるが、ある程度まで寿命推定ができるものと思われる。

2・1・2 三重重畳波形下および正弦波に微小ラン

Fig. 4. Relation between experimental data and estimated S-N curve ($f_1=1\text{ Hz}$, $f_2=5\text{ Hz}$).

Fig. 5. Relation between experimental data and estimated S-N curve ($f_1=1\text{ Hz}$, $f_2=10\text{ Hz}$).

Fig. 6. Relation between experimental data and estimated S-N curve ($f_1=1\text{ Hz}$, $f_2=15\text{ Hz}$).

ダム波が重畳したプログラム荷重波形下における寿命推定方法 多くの重畳波形は、前節で示したような二次波として正弦波が重畳している場合は極めて少なく、ほとんどの場合ランダム波が重畳した荷重波形である。

Fig. 7. Relation between experimental data and estimated S-N curve ($f_1=1\text{ Hz}$, $f_2=20\text{ Hz}$).

本節では、二重重畳波形より一歩進んだ三重重畳波形、および正弦波に微小ランダム波が重畳した荷重波形に対して疲労試験を実施し、かつその疲労寿命推定について検討を行った。

Table III にそれぞれ実際に作用している三重重畳波形、および正弦波に微小ランダム波を重畳させたプログラム荷重波形(以下 SRW 波と称することにする)を示す。

この三重重畳波形は、一次波を 1 Hz の正弦波とし、二次波、三次波にそれぞれ 10 Hz, 20 Hz の正弦波の応力振幅を一次波の応力振幅と等しく重畳させたものである。また、SRW 波は、1 Hz の正弦波にパワースペクトル密度が 20 Hz でピークを有するような狭帯域波を重畳させたものであり、1 Hz と 20 Hz のパワースペクトル密度の比を、25 : 1 となるように設定したものである。

以前に、著者らは、擬ランダム荷重下および異なる荷重波形パターン下での FRP の寿命評価に対して、rms ピーク応力値 σ_{rms} を用いることの有効性を検討した。そこで、本研究においては、1 Hz の正弦波に重畳している狭帯域波および三重重畳波形の二次波と三次波の rms ピーク応力値 σ_{rms} を前述の等価周波数法における σ_2 に置き換えて寿命評価を行ってみることにする。ただし、rms ピーク応力値はマイクロコンピュータにより、重畳する荷重波形を 1024 分割することにより、数値計算法から求めた。このように

Table III. The value of stress ratio R and equivalent frequency f_{eff} for three-superimposed sinusoidal wave and SRW wave.

Actually observed wave
Wave type	Three-superimposed sinusoidal wave	SRW wave
Stress ratio $R = \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}$	0.586	0.197
Equivalent frequency f_{eff} (Hz)	3.853	1.802

して求めた一次波と二次波の応力比 R の計算結果を Table III に示す。また、二次波の周波数としては三重重畳波形の場合は 10 Hz を使い、SRW 波の場合は重畳する狭帯域波の中心周波数である 20 Hz を用いて各重畳波形の等価周波数 f_{eff} を求めた。その結果もあわせて Table III に示す。

このような方法により得られた寿命推定結果および各荷重波形下での実験結果を Fig. 8 および 9 に示す。これらの図から、三重重畳波形および正弦波上に微小ランダム波が重畳している場合には、r.m.s. ピーク応力値 σ_{rms} を等価周波数法の 2 次波の応力振幅 σ_2 に置き換えることにより、ある程度まで寿命推定ができることが明らかとなった。

Fig. 8. Relation between experimental data and estimated S-N curve for three-superimposed sinusoidal wave.

Fig. 9. Relation between experimental data and estimated S-N curve for SRW wave.

2.2 等価応力レンジ評価によるランダム荷重下における疲労寿命推定

本節では、引張側および圧縮側の荷重変化の影響を知るために、引張側は一定荷重とし、圧縮側を引張側の荷重に対して 0.5, 1.0 および 1.5 倍と変化させた疲労試験を実施した。さらに、それとは逆に圧縮側を一定に、引張側を 0.5, 1.0 および 1.5 倍と変化させた疲労試験も同時に実施した。ただし、本実験に用いた荷重波形は、繰返し速度 10 Hz を基本とした三角波を用い、各応力レベルで 5 本以上の試験片を用いて疲労試験を実施した。これらの荷重波形パターンをまとめて Fig. 10 に示す。ただし、ここに示した T1 波

Fig. 10. Schematic figure of programmed loads.

および C1 波は、共に引張側ピークおよび圧縮側ピークが同じである同一の波形である。また、ランダム波の性質を検討する意味から、上記で示した T1 波, T2 波, T3 波をそれぞれ 4 個, 3 個, 3 個と組合せた引張側一定で圧縮側がランダムに変化する荷重波形 TR 波, および C1 波, C2 波, C3 波をそれぞれ 4 個, 3 個, 3 個と組合せた圧縮側一定で引張側がランダムに変化する荷重波形 CR 波を用いた疲労試験も実施した。さらに、一般的なランダム波形に近づけるために、引張側および圧縮側が共にランダムに変化するようにプログラムされた TCR 波を用いた疲労試験をも実施した。試験された種々の荷重波形パターンを Fig. 10 にまとめて示す。

まず初めに、引張側が一定である T タイプの荷重波形下での疲労試験結果、および圧縮側が一定である C タイプの荷重波形下での疲労試験結果を Fig. 11 および 12 に示す。ただし、三角波の引張側の応力を σ_T 、圧縮側の応力を σ_C と表示し、T タイプでは、 σ_T 、C タイプは σ_C を用いてそれぞれ応力評価を行った。図中

Fig. 11. S-N diagrams (T type).

Fig. 12. S-N diagrams (C type).

Table IV. Values of material constants.

Wave type	m	C
T1 wave	16.7	2.9210×10^{39}
T2 wave	11.9	4.3085×10^{30}
T3 wave	17.9	5.9236×10^{39}
C2 wave	24.3	1.3924×10^{37}
C3 wave	13.8	7.4136×10^{31}

の実線は、2母数ワイブル分布により算出した寿命の期待値の最小自乗法による直線近似結果である。参考までに、 $S-N$ 曲線 ($\sigma^m \cdot N = C$) の材料定数 m および C の値を Table IV にまとめて示す。これらの $S-N$ 線図から明らかなように、引張側および圧縮側の荷重の変化が増大するにつれて、いずれの場合についても疲労寿命が低下していくことがわかる。

本研究では、TR 波および CR 波の各ランダム波に対して、T タイプおよび C タイプの各 $S-N$ 曲線を用い、線型加算によって累積損傷度を考慮した疲労寿命推定を試みた。つまり、1 ブロックに対する荷重波形の相対頻度を考慮することにより、TR 波および CR 波の各応力における寿命値を算出した。このようにして求めた推定 $S-N$ 曲線とそれぞれのランダム波に対する疲労試験結果を Fig. 13 と 14 に示す。

この図から明らかなように、このような方法で寿命を評価すれば、比較的近い寿命に推定が可能である。しかしながら、TCR 波のように引張側および圧縮側

Fig. 13. Relation between experimental data and estimated S-N curve for TR wave.

Fig. 14. Relation between experimental data and estimated S-N curve for CR wave.

がランダムに変化するような荷重波形に対しては、このような方法で寿命を推定することは現実的には、不可能であると思われる。なぜなら、上記の方法によって寿命を推定するためには、引張側および圧縮側に变化したあらゆるパターンの疲労試験を行い、各 $S-N$ データをすべて十分に把握したうえでなければ寿命推定を行うことができないからである。したがって、TCR 波のような引張側、圧縮側にランダムに変動する荷重パターンに対する疲労寿命を推定するための一つの方法として、引張側および圧縮側の極値幅、すなわち山と谷との間の幅に相当する応力レンジを用いた寿命推定方法の妥当性について検討を行ってみた。まず初めに、各タイプの荷重波形 T1 波 (または C1 波)、T2 波、T3 波、C2 波および C3 波に対する疲労試験結果を応力レンジ S で評価した $S-N$ 線図を Fig. 15 にまとめて示す。この図における各プロットは各タイプに対する寿命の期待値であり、直線は最小

Fig. 15. Relation between stress range S and fatigue life for each triangular wave.

自乗法による直線近似結果である。この図から明らかなように、どのタイプの荷重波形に対しても疲労寿命結果はほぼ同一の応力レベルで評価でき、近似的に一本の $S-N$ 曲線で評価できるものと考えられる。言い換えると、このような応力レンジ評価は T1 波 (または C1 波) の一定振幅波 (応力レンジ S は振幅の 2 倍) による疲労試験結果を利用した簡便な寿命推定法として有用であるものと考えられる。

つぎに、TR 波、CR 波および TCR 波の各ランダム波に対する疲労寿命推定方法について再び考えてみることにする。先に述べたように、応力レンジ S で寿命を評価することにより、一定疲労試験結果から各タイプの寿命を知ることができることから、ここでは T1 波を基本 $S-N$ 曲線とし、応力レンジ S を用いた等価応力レンジ S_{eff} によってランダム波の疲労寿命を評価することにした。¹²⁾ 等価応力レンジ S_{eff} は、次式から算出することができ、 n_i は各応力レンジ S_i における負荷サイクル数である。

$$S_{\text{eff}} = \left(\frac{\sum_i n_i \cdot S_i^m}{\sum_i n_i} \right)^{1/m} \quad (9)$$

なお、上式における m は一定応力振幅疲労試験結果から得られた $m=16.7$ を用いた。Fig. 16 に、等価応力レンジを用いて寿命評価を行った各ランダム波に対する $S-N$ 線図をまとめて示す。ただし、図中の直線は T1 波の各期待値に対する最小自乗法の結果を示してある。この図に示すように、TR 波に対しては一定振幅疲労試験結果とほぼ同寿命領域で寿命推定が可能であるが、CR 波および TCR 波の実験結果は一定振幅試験結果よりも上下に少しずつ離れていることがわかる。しかしながら、全体的にみれば各ランダム波形に対して、等価応力レンジ評価を行えば一定応力振幅疲労試験結果からの疲労寿命推定が可能であると思われる。

Fig. 16. Relation between equivalent stress range S_{eff} and fatigue life for each random wave.

3 結 言

FRP の実働荷重下における疲労寿命推定を遂行するにあたり、実働波形の典型的なパターンである重畳

波形および引張側と圧縮側の荷重が常に変動するようなプログラム荷重下における、引張圧縮疲労試験を実施した。その結果、重畳波形下での疲労寿命は、FRP 特有の周波数影響を考慮した等価周波数法を用いることにより、寿命推定が可能であることが判明した。また、引張側および圧縮側の荷重がランダムに変動するような荷重波形に対しては、引張側および圧縮側の極値幅（いわゆる応力レンジ）を用いた等価応力レンジ評価により、一定応力振幅疲労試験結果からの寿命推定がある程度まで可能となった。

今後、さらに、著者らは、ランダム荷重下における疲労寿命推定を行ううえで、荷重波形のピーク応力の頻度分布や 0 値通過頻度などが、FRP の疲労寿命にどのような影響を及ぼすかについて検討してゆきたいと考えている。

なお、本研究にあたり樹脂を提供していただいた大日本インキ化学工業(株)に感謝の意を表する。

(昭和58年3月24日 第12回 FRP シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) T. Tanimoto, S. Amijima and H. Ishikawa, Proc. of US-JAPAN Joint Conf. on Composite Material, p.145 (1981).
- 2) 網島貞男, 谷本敏夫, 松岡 敬, 材料, **30**, 1190(1981).
- 3) 中村 宏, 田中真一, 日本機械学会論文集, **32**, 1755 (1966).
- 4) 田中道七, 出納真平, 材料, **19**, 629 (1970).
- 5) 山田敏郎, 北川 茂, 日本機械学会論文集, **32**, 1021 (1965).
- 6) 網島貞男, 谷本敏夫, 松岡 敬, 材料, **31**, 1156(1982).
- 7) S. Amijima, T. Tanimoto and T. Matsuoka, Proc. of the 4th Int. Conf. on Composite Materials, p. 701 (1982).
- 8) 中村 宏, 堀川 武, 蔵田親利, 伊藤 隆, 西村 勝, 日本機械学会論文集, **38**, 1915 (1972).
- 9) 網島貞男, 谷本敏夫, 松岡 敬, 材料, **30**, 1123(1981).
- 10) M.A. Miner, Tran. ASME, J. Appl. Mech., **67**, A-159 (1945).
- 11) 田中道七, 柴田俊忍, 材料, **17**, 72 (1968).
- 12) 岡村弘之, 板垣 浩, “強度の統計的取扱い”, p.90 (1979) 培風館