多項式近似によるX線三軸応力解析法 および平面応力問題への適用†

吉 岡 靖 夫* 佐々木敏彦** 倉 元 真 実**

X-Ray Multiaxial Stress Analysis by Means of Polynomial Approximation and an Application to Plane Stress Problem

by

Yasuo YOSHIOKA

(Musashi Institute of Technology, Tokyo)

Toshihiko SASAKI and Makoto KURAMOTO

(The Institute of Vocational Training, Sagamihara)

A new polynomial approximation method was proposed for the X-ray multiaxial stress analysis, in which the effect of stress gradient along the penetration depth of X-rays was taken into account. Three basic assumptions were made; (1) the stress gradient is linear in respect to the depth from the specimen surface, (2) the penetration depth of X-rays is a function of $\sin^2\psi$ and (3) the strain measured by X-rays corresponds to the weighted average strain on the intensity of the diffracted X-rays. Consequently, the stress state within the thin layer near the surface was expressed by making use of three surface stresses and six stress gradients in the present method.

The average strains by X-rays were approximated by the third order polynomial equations of $\sin^2\psi$ using a least square method at several ϕ angles on the coordinate system of specimen. Since the coefficients of these polynomials include these nine stress components mentioned above, it is possible to solve them as simultaneous equations. The calculating process of this method is simpler than that of the integral method.

An X-ray plane stress problem was analyzed as an application of the present method, and the residual stress distribution on a shot-peened steel plate was actually measured by use of Cr-K α X-rays to verify the analysis. The result showed that the compressive residual stress near the surface determined by the present method was smaller than the weighted average stress by the $\sin^2\psi$ method because of the steep stress gradient. The present method is useful to obtain a reasonable value of stress for such a specimen with steep stress gradients near the surface.

(Received Aug. 10, 1983)

キー・ワード：X線応力測定，残留応力，応力こう配，三軸応力解析

1 緒 言

三軸応力状態や表面近傍に急激な残留応力こう配をもつ試料のX線解析には従来の $\sin^2\psi$ 法は適用できず、これに代るものとしては Dölle らの¹⁾提案した $\sin^2\psi$ 法を²⁾発展させた方法か、または Lode らの^{3,4)}積分法によって測定が行われてきた。しかしながら、これらの二つの方法とも応力状態等の仮定に非現実的な点があり完全とはいえない。

筆者らは、これらの方法の欠点を克服したX線侵入

深さ内での応力こう配を考慮した積分法を応用したX線三軸応力解析法を提案し、シミュレーションおよび実測を行った結果、充分実用性のあることを明らかにした。^{5,6)}しかし、その際、X線侵入深さを $\sin^2\psi$ の一次関数に近似することと、数値積分過程での誤差が相乗して結果に影響を与える場合があることも認め、この点の改善がさらに必要であることも言及した。またすべての応力成分とこう配成分を求めるには Dölle らの方法で問題であった無ひずみ時の格子面間隔 d_0 または回折角 $2\theta_0$ の精密な値がこの場合にも必要であり、この値が Dölle らの方法と同様に測定精度に影響を与えることも指摘した。

† 原稿受理 昭和58年8月10日

* 正 会 員 武蔵工業大学 東京都世田谷区玉堤

** 正 会 員 職業訓練大専校 相模原市相原

その後, d_0 または $2\theta_0$ を使用せずに全応力テンソルを求める方法について検討を行ったところ, 前記X線侵入深さを $\sin^2\psi$ の二次関数に近似すれば, 積分法を応用することにより理論的に可能であることを見出した⁵⁾。しかし, 数値積分過程での誤差が大きくなり, かって精度を悪化させることをその後の検討により知り, 実用化にはかなり疑問のあることを見出した。

また, 数値積分はシンプソン法により行いが, その前段階でデータの平滑化をはかることが必要であり, 測定値を $\sin^2\psi$ または ψ に対して多項式で表すなどの操作が実際上必要なことも判明した。しかし, この検討過程で, データを多項式表示するのであれば, 積分法を用いなくとも三軸応力解析が可能なことを知った。

本報では, X線ひずみを $\sin^2\psi$ に対する多項式近似をすることで全応力成分とこう配成分を求める一般解法と, この解法を平面応力問題に適用した実測例について述べる。

2 基本仮定

2・1 応力状態

前報³⁾と同じく, 測定値に寄与している実質的なX線侵入深さの範囲において三軸応力状態であること, および, 全応力成分は表面から深さ方向にかけて直線的に変化すると仮定する。いま, Fig. 1 のように座標軸

Fig. 1. Coordinate system of specimen and definition of the angles ϕ and ψ .

を設定するとき, 表面から深さ z の点における応力成分 $\sigma_{ij}(z)$ は次式のように表される。

$$\sigma_{ij}(z) = \begin{bmatrix} \sigma_{11}(z) & \sigma_{12}(z) & \sigma_{13}(z) \\ \sigma_{12}(z) & \sigma_{22}(z) & \sigma_{23}(z) \\ \sigma_{13}(z) & \sigma_{23}(z) & \sigma_{33}(z) \end{bmatrix} = \sigma_{ij0} + A_{ij} \cdot z$$

$$= \begin{bmatrix} \sigma_{110} & \sigma_{120} & 0 \\ \sigma_{120} & \sigma_{220} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{12} & A_{22} & A_{23} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{bmatrix} \cdot z \quad (1)$$

ただし, σ_{ij0} は表面 ($z=0$) での応力, A_{ij} は応力こう配である。このように, X線侵入領域内の応力状態は3個の σ_{ij0} 成分と6個の A_{ij} 成分によって表される。

2・2 X線侵入深さ

有効X線侵入深さ T を次式で表す。⁶⁾

Fig. 2. Relation between the penetration depth of X-rays and $\sin^2\psi$.

$$T = \frac{\sin^2\theta - \sin^2\phi}{2\mu \sin\theta \cos\phi} \quad (2)$$

いま, α 鉄を $\text{CrK}\alpha$ 線による (211) 面と $\text{FeK}\alpha$ 線による (220) 面にてそれぞれ測定する場合を想定して, T を $\sin^2\psi$ に対してプロットすると Fig. 2 のように表せる。 $\sin^2\psi$ が 0.5 すなわち ψ が 45° 位の範囲では式 (2) の関係は前報で仮定したように $\sin^2\psi$ の一次関数で近似できるが, 本研究では $\sin^2\psi$ の二次関数に近似した。すなわち

$$T = T_0 + T_1 \sin^2\psi + T_2 \sin^4\psi \quad (3)$$

と仮定する。この場合は角度範囲を 45° より広げても誤差は少ない。また後述のように応力状態が簡単化できる場合には, $T_2 = 0$ すなわち一次近似に仮定することも可能である。

2・3 重みつき応力値

X線侵入領域内に応力こう配が存在する場合の測定値は重みつき平均値として測定される。この値を $\langle \sigma_{ij} \rangle$ をつけて表す。すると $\langle \sigma_{ij} \rangle$ は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{ij} \rangle &= \frac{\int_0^{z_1} \sigma_{ij}(z) \cdot I(z) dz}{\int_0^{z_1} I(z) dz} \\ &= \frac{\int_0^{z_1} \sigma_{ij}(z) \cdot \exp(-z_1/T) dz}{\int_0^{z_1} \exp(-z_1/T) dz} \\ &= \sigma_{ij0} + A_{ij} \cdot T \frac{\exp[-z_1/T](1+z_1/T) - 1}{\exp[-z_1/T] - 1} \\ &= \sigma_{ij0} + A_{ij} W \cdot T \end{aligned} \quad (4)$$

ここで W は重みつき係数で $z_1 = T$ で 0.42, $z_1 = \infty$ で 1 である。式 (4) に式 (3) を代入すると

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \sigma_{ij0} + W \cdot A_{ij} (T_0 + T_1 \sin^2\psi + T_2 \sin^4\psi) \quad (5)$$

となる。

3 多項式近似による応力成分の決定 (一般解)

Fig. 1 の座標系で各応力成分が深さ方向に応力こう配を有しない場合のX線の応力-ひずみ関係式は次の通りである。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\phi\phi} = & \frac{1+\nu}{E} [(\sigma_{11}\cos^2\phi + \sigma_{12}\sin 2\phi \\ & + \sigma_{22}\sin^2\phi) \sin^2\psi + \sigma_{33}\cos^2\psi \\ & + (\sigma_{13}\cos\phi + \sigma_{23}\sin\phi) \sin 2\psi] \\ & - \frac{\nu}{E} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) \end{aligned} \quad (6)$$

Dölle らはこの式に $\sin^2\psi$ 法を適用するために $+\psi$ と $-\psi$ のひずみの平均値 a_1 および偏差 a_2 を算出しているが、ここではこの a_1 および a_2 を利用する。まず a_1 は次のようになる。

$$\begin{aligned} a_1 = & \frac{1}{2}(\varepsilon_{\phi\phi+} + \varepsilon_{\phi\phi-}) = \frac{1+\nu}{E} [(\sigma_{11}\cos^2\phi \\ & + \sigma_{12}\sin 2\phi + \sigma_{22}\sin^2\phi) \sin^2\psi \\ & + \sigma_{33}\cos^2\psi] - \frac{\nu}{E} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) \end{aligned} \quad (7)$$

この式の a_1 を重みつき測定値 $\langle a_1 \rangle$ に、応力成分 σ_{ij} を $\langle \sigma_{ij} \rangle$ に置き換える。そうして $\langle \sigma_{ij} \rangle$ に式(5)を代入して整理を行い $\langle a_1 \rangle$ を次のような $\sin^2\psi$ の3次式にする。

$$\begin{aligned} \langle a_1 \rangle = & \frac{1+\nu}{E} [\langle \sigma_{11} \rangle \cos^2\phi + \langle \sigma_{12} \rangle \sin 2\phi \\ & + \langle \sigma_{22} \rangle \sin^2\phi + \langle \sigma_{33} \rangle \cos^2\psi] \\ & - \frac{\nu}{E} (\langle \sigma_{11} \rangle + \langle \sigma_{22} \rangle + \langle \sigma_{33} \rangle) \\ = & C_0 + C_1 \sin^2\psi + C_2 \sin^4\psi + C_3 \sin^6\psi \end{aligned} \quad (8)$$

係数 $C_0 \cdots C_3$ は σ_{ij0} , A_{ij} , E , ν , T_0 , T_1 , T_2 および ϕ を含みそれぞれ次式で表せる。

$$\begin{aligned} C_0 = & -\frac{\nu}{E} (\sigma_{110} + \sigma_{220}) \\ & + \frac{1}{E} (A_{33} - \nu(A_{11} + A_{22})) W \cdot T_0 \\ C_1 = & \frac{1+\nu}{E} [(\sigma_{110}\cos^2\phi + \sigma_{120}\sin 2\phi \\ & + \sigma_{220}\sin^2\phi) + (A_{11}\cos^2\phi \\ & + A_{12}\sin 2\phi + A_{22}\sin^2\phi \\ & - A_{33}) W \cdot T_0] \\ & + \frac{1}{E} [A_{33} - \nu(A_{11} + A_{22})] W \cdot T_1 \\ C_2 = & \frac{1+\nu}{E} (A_{11}\cos^2\phi + A_{12}\sin 2\phi \\ & + A_{22}\sin^2\phi - A_{33}) W \cdot T_1 \\ & + \frac{1}{E} [A_{33} - \nu(A_{11} + A_{22})] W \cdot T_2 \\ C_3 = & \frac{1+\nu}{E} (A_{11}\cos^2\phi + A_{12}\sin 2\phi \\ & + A_{22}\sin^2\phi - A_{33}) W \cdot T_2 \end{aligned} \quad (9)$$

ある ϕ 角で測定された $\langle \varepsilon_{\phi\phi} \rangle$ を $\sin^2\psi$ に対して三次

式に近似して係数 $C_0(\phi) \cdots C_3(\phi)$ を求めれば、これより応力成分 σ_{ij0} とこの配成分 A_{ij} を求めることができる。通常 ϕ 角としては 0° , 90° および 45° を採用するが、それぞれについて係数を求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} C_0(0) = & C_0(90) = C_0(45) \\ = & -\frac{\nu}{E} (\sigma_{110} + \sigma_{220}) \\ & + \frac{1}{E} [A_{33} - \nu(A_{11} + A_{22})] W \cdot T_0 \\ C_1(0) = & \frac{1+\nu}{E} [\sigma_{110} + (A_{11} - A_{33}) W \cdot T_0] \\ & + \frac{1}{E} [A_{33} - \nu(A_{11} + A_{22})] W \cdot T_1 \\ C_2(0) = & \frac{1+\nu}{E} (A_{11} - A_{33}) W \cdot T_1 \\ & + \frac{1}{E} [A_{33} - \nu(A_{11} + A_{22})] W \cdot T_2 \\ C_3(0) = & \frac{1+\nu}{E} (A_{11} - A_{33}) W \cdot T_2 \\ C_1(90) = & \frac{1+\nu}{E} [\sigma_{220} + (A_{22} - A_{33}) W \cdot T_0] \\ & + \frac{1}{E} [A_{33} - \nu(A_{11} + A_{22})] W \cdot T_1 \\ C_2(90) = & \frac{1+\nu}{E} (A_{22} - A_{33}) W \cdot T_1 \\ & + \frac{1}{E} [A_{33} - \nu(A_{11} + A_{22})] W \cdot T_2 \\ C_3(90) = & \frac{1+\nu}{E} (A_{22} - A_{33}) W \cdot T_2 \\ C_1(45) = & \frac{1+\nu}{E} \left[\frac{1}{2} (\sigma_{110} + \sigma_{220}) + \sigma_{120} \right. \\ & + \left. \left\{ \frac{1}{2} (A_{11} + A_{22}) + A_{12} \right. \right. \\ & \left. \left. - A_{33} \right\} W \cdot T_0 \right] \\ & + \frac{1}{E} [A_{33} - \nu(A_{11} + A_{22})] W \cdot T_1 \\ C_2(45) = & \frac{1+\nu}{E} \left[\frac{1}{2} (A_{11} + A_{22}) + A_{12} \right. \\ & \left. - A_{33} \right] W \cdot T_1 \\ & + \frac{1}{E} [A_{33} - \nu(A_{11} + A_{22})] W \cdot T_2 \\ C_3(45) = & \frac{1+\nu}{E} \left[\frac{1}{2} (A_{11} + A_{22}) \right. \\ & \left. + A_{12} - A_{33} \right] W \cdot T_2 \end{aligned} \quad (10)$$

$C_3(0)$ および $C_3(90)$ より $(A_{11} - A_{33})$ と $(A_{22} - A_{33})$ が求められる。さらに $C_2(0)$, $C_2(90)$ より $[A_{33} - \nu(A_{11} + A_{22})]$ が求まるので、この三つの値より A_{11} , A_{22} , A_{33} が求まる。よって、 $C_1(0)$, $C_1(90)$ より σ_{110} , σ_{220} が算出される。さらに A_{12} , σ_{120} は $C_3(45)$

と $C_1(45)$ より求められる。

実際の測定ではブラッグ角の重みつき値 $\langle 2\theta_{\phi} \rangle$ が測定されるので、この場合は係数にダッシュをつけて表すと

$$\left. \begin{aligned} C_0' &= (-2 \tan \theta_0) C_0 + 2\theta_0 \\ C_1' &= (-2 \tan \theta_0) C_1 \\ C_2' &= (-2 \tan \theta_0) C_2 \\ C_3' &= (-2 \tan \theta_0) C_3 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

となる。

つぎに σ_{13} , σ_{23} 成分に関しては次の操作を行う。Dölle の方法での偏差 a_2 は次式の通りである。

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{1}{2} [\varepsilon_{\phi\phi} - \varepsilon_{\phi\phi}] \\ &= \frac{1+\nu}{E} [\sigma_{13} \cos \phi + \sigma_{23} \sin \phi] \sin 2\phi \end{aligned} \quad (12)$$

このままでは、 σ_{13} , σ_{23} を $\langle \sigma_{13} \rangle$ と $\langle \sigma_{23} \rangle$ に置き換えても多項式近似が $\sin^2\psi$ に対してできないため、 $\sin 2\phi$ を移項する。また以後重みつき値で表す。

$$\begin{aligned} \frac{\langle a_2 \rangle}{\sin 2\phi} &= \frac{1+\nu}{E} [\langle \sigma_{13} \rangle \cos \phi + \langle \sigma_{23} \rangle \sin \phi] \\ &= e_0 + e_1 \sin^2\psi + e_2 \sin^4\psi \end{aligned} \quad (13)$$

となり、 e_0 , e_1 , e_2 はそれぞれ次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} e_0 &= \frac{1+\nu}{E} (A_{13} \cos \phi + A_{23} \sin \phi) W \cdot T_0 \\ e_1 &= \frac{1+\nu}{E} (A_{13} \cos \phi + A_{23} \sin \phi) W \cdot T_1 \\ e_2 &= \frac{1+\nu}{E} (A_{13} \cos \phi + A_{23} \sin \phi) W \cdot T_2 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

したがって、 $\phi=0^\circ$, 90° を代入して、 e_1 , e_2 のいずれかより A_{13} , A_{23} が求められる。

従来の $\sin^2\psi$ 法は ε_ϕ と $\sin^2\psi$ の関係が一次式であり、応力はこの一次式のこう配を求めることと等価である。そしてこのこう配は通常、測定値を最小二乗法によりいわゆる平滑化して求める。本解析法は、この平滑化を三次式にまで拡張して全応力成分を求めるものである。

積分法では数値積分をシンプソン法によって実行しているが、その前段階であらかじめデータの平滑化が実際には必要であり、そのことは測定値の関数近似を行うことと同じであるから、本解法の方がはるかに簡単である。

4 平面応力状態での解法

平面応力状態が成立する場合 (ψ スプリット現象が各 ϕ で見られない場合) は上記一般解法よりは、はるかに簡単に解が得られる。平面応力状態とはここでは

$$A_{13} = A_{23} = A_{33} = 0 \quad (15)$$

が成立することであるから、まず、式(12)~(14)によるせん断応力成分 A_{13} , A_{23} に関する操作が不要である。

つぎに σ_{110} , σ_{120} 等の成分について、式(9)中の A_{33}

をすべて0として計算することによって解が得られるが、ここではさらに簡単化した方法について述べる。

X線侵入深さの近似値を本研究では式(3)のように、 $\sin^2\psi$ の二次式とおいたが、ここでは $\sin^2\psi$ の一次式とおく。(一次式でも前報等^{3,4)}で述べられているように、 $50^\circ > \psi > 0$ の範囲では十分な精度で近似可能である。)

$$T = T_0 + T_1 \sin^2\psi \quad (16)$$

この式は式(3)で $T_2=0$ とおいたものである。(ただし、 T_0 , T_1 の値は当然 $T_2 \neq 0$ の場合とは異なる。) すると式(9)は $A_{33}=0$ と相まって次のように簡単になる。

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= -\frac{\nu}{E} (\sigma_{110} + \sigma_{220}) \\ &\quad - \frac{\nu}{E} (A_{11} + A_{22}) W \cdot T_0 \\ C_1 &= \frac{1+\nu}{E} [(\sigma_{110} \cos^2\phi + \sigma_{120} \sin 2\phi \\ &\quad + \sigma_{220} \sin^2\phi) + (A_{11} \cos^2\phi \\ &\quad + A_{12} \sin 2\phi + A_{22} \sin^2\phi) W \cdot T_0] \\ &\quad - \frac{\nu}{E} (A_{11} + A_{22}) W \cdot T_1 \\ C_2 &= \frac{1+\nu}{E} (A_{11} \cos^2\phi + A_{12} \sin 2\phi \\ &\quad + A_{22} \sin^2\phi) W \cdot T_1 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

したがって $\phi=0^\circ$, 90° および 45° についてはそれぞれ次のように係数が表される。(C_0 は省略)

$$\left. \begin{aligned} C_2(0) &= \frac{1+\nu}{E} \cdot A_{11} \cdot W \cdot T_1, \\ C_2(90) &= \frac{1+\nu}{E} \cdot A_{22} \cdot W \cdot T_1 \\ C_1(0) &= \frac{1+\nu}{E} (\sigma_{110} + A_{11} W \cdot T_0) \\ &\quad - \frac{\nu}{E} (A_{11} + A_{22}) W \cdot T_1 \\ C_1(90) &= \frac{1+\nu}{E} (\sigma_{220} + A_{22} W \cdot T_0) \\ &\quad - \frac{\nu}{E} (A_{11} + A_{22}) W \cdot T_1 \\ C_2(45) &= \frac{1+\nu}{2E} (A_{11} + A_{22} + 2A_{12}) W \cdot T_1 \\ C_1(45) &= \frac{1+\nu}{2E} [(\sigma_{110} + \sigma_{220} + 2\sigma_{120}) \\ &\quad + (A_{11} + A_{22} + 2A_{12}) W \cdot T_0] \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

一般の $\sin^2\psi$ 法はさらに $A_{11}=A_{12}=A_{22}=0$ の場合に相当するから、 $C_1(0)$ と $C_1(90)$ を解くことに相当する。

以上、3章で三軸応力状態での一般解を、そうして4章で平面応力状態が成立する場合の解を述べたが、つぎに平面応力状態が成立する場合の実測例について述べる。

5 平面応力状態下での実測例

5.1 材料および試験片

本研究では、平面応力状態で表面近傍に急激な残留応力こう配が生じる表面加工法としてショットピーニング加工を選び、この残留応力分布を通常の $\sin^2\psi$ 法と今回本報で提案した方法で測定した。

材料は SK5M 炭素工具鋼で、アークハイト測定用アルメンストリップで幅19、長さ76、厚さ1.295の板材に加工後、焼入れ焼もどしを行って HRC46~50 に調製した。その後ショットピーニング処理を行った。主な条件は、0.7 mmφ スチールショットを 100 kgf/min で30秒間ショットピーニングしたものであり、アークハイトは 0.45 mmA であった。

5.2 X線応力測定

上記試験片の長手方向 (Fig.1 の11方向に一致) および直角方向 (22方向) の表面よりの残留応力分布を測定した。用いた装置は位置検出型比例計数管 PSPC を用いたはん用X線応力測定装置である。主な測定条件を Table I に示す。X線入射角の選定は、あらかじめ、この試験片では ψ スプリット現象が見られないことを確かめたのち、 ψ を 0° より 5° おきに 45° まで10点を選んでブラッグ角の測定を行った。なお、本来ならば $\phi=45^\circ$ での測定も行うべきであるが、本実験では割愛した。また重みつき係数は $W=0.42$ を本研究では使用した。

Table I. X-ray conditions for stress measurement.

Characteristic X-ray	Cr-K α ($\lambda=0.2291$ nm)
Diffraction plane	α Fe(211) ($a=0.28664$ nm) ($d=0.11702$ nm)
Diffraction angle	$2\theta_0=156.41^\circ$
Elastic constants	$E=206$ GPa, $\nu=0.28$
Linear absorption coefficient	$\mu=9.505 \times 10^{-4} \mu\text{m}^{-1}$
ϕ angles	$0^\circ, 90^\circ$
ψ angles	$0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, \dots, 45^\circ$
Irradiated area of X-ray beam on specimen	$2 \times 8 \text{ mm}^2$
Detector	PSPC
Preset peak count number	2048

5.3 測定結果

まず、最表面での $\phi=0^\circ$ および 90° の $\sin^2\psi$ 線図を Fig.3 に示す。 $\sin^2\psi$ 法で測定すれば大きな圧縮残留応力が存在することが明らかである。また長手方向残留応力よりも直角方向残留応力の方が大きい。しかし、 $\sin^2\psi$ 線図は全体に上に凸の曲線であり、これは圧縮の応力こう配の存在を示しているの、この応力こう配を考慮した本解析法での測定では、表面残留応力は $\sin^2\psi$ 法による重みつき測定値とは異なることが予想できる。

Fig. 3. 2θ - $\sin^2\psi$ diagram on the measurement of residual stress in the surface of shot-peened steel specimen. (σ_{ii} : measured by the $\sin^2\psi$ method. σ_{iio} and A_{ii} : measured by the present method.)

さて、この残留応力をまず $\sin^2\psi$ 法で求めると

$$\sigma_{11} = -287 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{22} = -535 \text{ MPa}$$

となった。ついで本解析法で求めると次のようになった。ただし $\langle\sigma_{ii}\rangle$ は次式によって求めた重みつき応力値である。ただし $W=0.42$ として計算を行っている。

$$\langle\sigma_{ii}\rangle = \sigma_{iio} + A_{ii} \cdot W \cdot T_0 \quad (19)$$

$$\sigma_{110} = 52 \text{ MPa}, A_{11} = -153 \text{ MPa}/\mu\text{m}$$

$$\langle\sigma_{11}\rangle = -297 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{220} = -222 \text{ MPa}, A_{22} = -137 \text{ MPa}/\mu\text{m}$$

$$\langle\sigma_{22}\rangle = -535 \text{ MPa}$$

予想通り、 $\sin^2\psi$ 法で求めた σ_{ii} と最表面の値 σ_{iio} とは異なった測定値が得られた。しかし、重みつき応力値 $\langle\sigma_{ii}\rangle$ と σ_{ii} とは以後の測定も含めてはほぼ良い一致が見られた。これは重みつき係数 W を 0.42 とすることがほぼ妥当であることを示すものである。

ついで表層を少量ずつ電解研磨により除去して、その都度残留応力測定を行い、分布を求めた。結果を Fig.4 に示す。 $\sin^2\psi$ 法で測定した残留応力分布は表面から内部に向かって圧縮残留応力が急激に増加する分布をとっており、この傾向は他研究者による測定でもよく報告されている分布とほぼ同じである⁸⁾。したがって、表面近傍では圧縮の残留応力こう配が存在することが明らかで、前述のように表面での測定で圧縮の残留応力こう配が測定されたこととよく一致する。そうして本解析法で測定した残留応力は図中○印で示されているが $\sin^2\psi$ 法による値よりも表面近傍では小さく

(a) Longitudinal direction of the specimen.

(b) Transverse direction of the specimen.

Fig. 4. Distributions of residual stress with respect to depth from surface in the shot-peened steel specimen.

なっていることが、長手、直角両方向の残留応力分布で観察される。しかし、内部での最大残留応力値附近では応力こう配があまり存在しないため、 $\sin^2\psi$ 法による σ_{11} , σ_{22} とほぼ一致している。また 0.2 mm 以上の深さで $\sin^2\psi$ 法による結果は応力こう配が存在するにもかかわらず本解析結果とあまり差が見られないのは、はっきりした原因は不明であるが、表層除去による残留応力の再配分の影響と推察する。

したがって、 $\sin^2\psi$ 法でこの Fig. 4 のように表面より内部に向かって急激に残留応力が増加する分布を有する場合は、表面近傍では、 $\sin^2\psi$ 法で測定される値よ

りもはるかに小さい残留応力が存在することになり、残留応力を材料強度評価の目的で測定する場合には問題となろう。

その点、本解法のように応力こう配を考慮しての測定では、前者に比べてより妥当な評価が可能なものと考ええる。

6 結 言

$\sin^2\psi$ 法が適用不可能な測定対象での X 線応力解析法として、X 線によって求めたひずみを $\sin^2\psi$ の三次または二次式に近似することより、応力成分と応力こう配成分を求める方法を提案した。そうして、実測例として平面応力状態で本法を用いてショットピーニングした材料の残留応力分布を測定したところ、この例では、表面近傍での分布は $\sin^2\psi$ 法で測定したものに比べて圧縮残留応力のはるかに小さいことを明らかにした。

この方法は、前に報告した積分を用いた方法よりも計算過程が簡単で、また積分法では、 ψ の範囲を -45° から $+45^\circ$ というように限定した範囲で測定を行う必要があるのに対して、本法ではそのような制限を必要としないなどの利点があり充分実用性のある測定法と考える。

ただ、今後の検討すべき問題は、積分法の場合も同様であるが、特に三軸応力解析を行うとき、 σ_{33} 成分の応力こう配を現在のように単に直線と仮定することが妥当であるか否か、また同時に X 線侵入深さの仮定も現在のままでよいかなど種々残されている。

これらの問題は、理論的検討とともに数多くの実験より検討することが必要と考え今後さらに実用性の高い測定法の確立を目指す所存である。

(昭和58年7月21日 第20回 X 線材料強度に関するシンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) H. Dölle, J. Appl. Cryst., **12**, 489 (1979).
- 2) W. Lode and A. Peiter, HTM, **32**, 235 (1977).
- 3) 佐々木敏彦, 吉岡靖夫, 倉元真実, 非破壊検査, **32**, 614 (1983).
- 4) 吉岡靖夫, 佐々木敏彦, 倉元真実, 非破壊検査, **32**, 623 (1983).
- 5) 佐々木敏彦, 吉岡靖夫, 倉元真実, 日本材料学会第32期学術講演会前刷, p. 89 (1983).
- 6) U. Wolfstieg, HTM, **31**, 19 (1976).
- 7) Y. Yoshioka, K. Hasegawa and K. Mochiki, Adv. X-Ray Anal., **24**, 149 (1981).
- 8) 例えば, 岩永省悟, 並川宏彦, 青山威恒, 材料, **21**, 1106 (1972).