多軸圧縮荷重を受けるコンクリート供試体の挙動 の有限要素シミュレーション†

中 川 浩 二*

Finite Element Failure Analysis of Concrete Specimen in Multi-Axial Compression

by

Koji NAKAGAWA

(Faculty of Engineering, Yamaguchi University, Ube)

One of the purposes of this study is to show the relationship between the internal structural failure mechanism of concrete specimens and the confining pressure in multi-axial compression. Another one is to discuss the failure condition which may depend on the specimen confining method in loading.

In the study, the finite element simulation method was employed and a concrete specimen was divided into finite elements. Each element represents one of the fracture patterns (cracking or sliding) when the condition (Griffith's criterion or Coulomb's criterion with tension cut-off) is satisfied in the element. The fracture development and the accumulated behavior of the elements under increasing loading were discussed.

The numerical results gave some explanations of the fracture mechanism and failure conditions of concrete specimens under multi-axial compression.

(Received Apr. 22, 1983)

キー・ワード：コンクリート，多軸圧縮，シミュレーション，破壊，有限要素法

1 はじめに

圧縮荷重下におけるコンクリートの挙動に関する研究はコンクリートの力学的挙動の研究の第一歩といえるものであり，巨視的にも微視的にも多くの成果が今日までに得られてきている。しかし応力-ひずみ曲線や強度などとクラックの発生，発達とを直接結びつけるような研究は意外に少ない。そこで筆者は先にこの問題の定性的な解釈に有限要素シミュレーションが有効であることを示し，一軸圧縮荷重下におけるコンクリート供試体の挙動を力学的に検討した。

本研究では先の研究を一步進めて多軸圧縮荷重下におけるコンクリート供試体の挙動を構造的立場から数値シミュレートした。すなわちまず二次元的に表されたコンクリートの構造モデルを剛な圧盤による拘束圧を与えて圧縮載荷する場合，モデルの挙動に拘束圧が与える影響を検討した。続いて拘束を液圧とする場合にモデル供試体の破壊過程，破壊条件が剛な圧盤拘束の場合とくらべてどのように変化するかを検討した。

そしてこれらにより多軸圧縮荷重下におけるコンクリート供試体の挙動を構造的に説明するとともに，多軸圧縮時の拘束圧の与え方による破壊機構，破壊条件の変化に力学的な説明を加えた。

2 載荷方法と載荷経路

コンクリート供試体を圧縮載荷するとき，拘束圧が大きくなるに従って破壊強度が大きくなることはよく知られるところであり，拘束圧の増加により供試体の破壊の機構も変化すると考えられる。しかし拘束圧の載荷方法，載荷径路により生じる問題については必ずしも簡単ではなく，ここで若干の検討を加えておく。

コンクリート供試体を圧縮載荷するとき単軸圧縮であれば一般には鋼圧盤による載荷が行われる。しかし多軸圧縮の場合には拘束圧を与える方法や載荷径路を変化させることにより種々の載荷条件が考えられる。

拘束圧の与え方としてはゴムスリーブなどを介して液圧で与える方法と軸方向の場合と同様に鋼圧盤で与える方法が多く用いられている。いま載荷される供試体が完全に等方等質であるとするれば載荷にともなう破壊の進行は供試体全体で同じである。したがって拘束

† 原稿受理 昭和58年4月22日

* 正 会 員 山口大学工学部 宇部市常盤台

圧を鋼圧盤で与えても液圧により与えても圧盤と供試体との間の摩擦による端面拘束がないとすれば得られる結果は同じである。しかしコンクリートは非常に非均質であり、破壊の発生、発達は局部的に著しくなることが考えられる。したがって鋼圧盤で拘束圧を与えれば拘束は側面の変形に対応して作用するため、局部的な破壊が進行し、供試体の横方向へのはらみ出しが生じると圧盤からの拘束圧はその部分で大きく作用し、他の部分では結果的に小さくなることが予想される。しかるに拘束圧を液圧で与えると拘束は破壊の進行している位置と進行していない位置とで等しい大きさで作用する。このことを考慮すると拘束を与える方法によって破壊の進行、得られる強度等に差が生じる可能性が考えられる。

また多軸圧縮荷重の載荷径路については軸圧と拘束圧とを比例状態とするか、あらかじめ定められた拘束圧を与えておいてそのうえで軸圧を増す(封圧下の載荷)方法が一般的である。載荷径路の相違によっては供試体内の複雑な破壊の進行過程で破壊を生じる部分の順序に相違が生じ、それが破壊強度にも影響を及ぼす可能性があることは十分に予想されるところである。

3 コンクリート供試体の有限要素シミュレーション

本研究ではコンクリート供試体を二次元的にモデル化し、平面ひずみ状態として取り扱う。コンクリート供試体は有限の大きさの要素の集合からなり、それぞれの要素は対応するコンクリート中の骨材境界の系で表される一つの弱面を有するとする。この弱面(すべり面)の方向は要素ごとに一様乱数的に変化するとする。この状況を有限要素法を用いて表すこととし、そのモデルを Fig. 1 に示す。この図で三角形は個々の要素を表し、要素内の平行線は要素固有のすべり面を表す。

実際のコンクリート中の破壊の進行は種々の形態をとるが、モデル化に際しては代表的なものとして次の三種のものを考える。

i) 骨材境界およびその系で作られる面でのすべり

Fig. 1. Finite element concrete model.

り: 骨材境界およびその系によって作られるすべり面は前述のように要素固有のすべり面によってモデル化される。このすべり面でのすべりはいくつかの骨材境界におけるボンドクラックを連ねたような形で形成されることが考えられるが局部的なものであり、供試体全体としてみた場合のすべりと異なることはいうまでもない。すべり面に沿ったすべり、あるいは分離を生じさせる応力条件は引張りに対する cut-off を有する Coulomb の条件で与えられるとする。この形式で破壊が生じた要素ではすべり面でのせん断抵抗力 τ は直応力 σ が引張りになるとうとする場合には 0 となり、 σ が圧縮の場合には $|\tau| = \mu\sigma$ となる。ここで μ はすべり面での摩擦係数である。

ii) 圧縮応力と平行または引張応力に垂直な割裂、分離: コンクリート中のクラックは荷重の増加とともに骨材境界のボンドクラックのみならずモルタルマトリックス中にも発達する。このモルタルクラックは通常その部分で圧縮応力にはほぼ平行、あるいは引張応力にはほぼ垂直となる。そこでこのクラックの発生条件が Griffith の条件で与えられると仮定する。すなわちある要素の応力状態が Griffith の条件を満足するとこの要素中には固有すべり面の方向とは関係なくそのときの最大主応力の方向と平行に多数のクラックが発生するとする。その結果、この要素中にはもとも固有のすべり面とは無関係に分離面ができることになる。この分離面においてもせん断応力の伝達は前の固有すべり面の場合と同じ σ , τ の関係が成り立つとする。

iii) 要素としての圧潰: 破壊の発達により供試体中には著しい圧縮応力の集中が生じることがある。このとき拘束応力によっては材料に割裂が生じるが、割裂によるクラックは圧縮応力に平行に発達するため、それだけでは著しい耐荷力の減少をもたらすことにはならない。そのためこの部分はさらに繰返し破壊を生じ局部的な圧潰を生じることがある。また局部的なすべりを生じた部分がすべり面とは異なる傾きをもった割裂クラックの発達により細かく碎かれ、圧潰に似たような状況となることも考えられる。この状況はシミュレーションにおいて次の状況を対応させる。すなわち一度 Griffith の条件を満足して割裂を生じた要素が固有すべり面ですべりを生じ、またはその逆の状態を生じる状況、あるいは一度割裂を生じて応力の再配分を行った要素が再び割裂を生じる状況である。この場合には要素は引張りに対しては抵抗しないが、圧縮に対しては体積弾性係数が破壊前の要素に近い流体のような挙動をとるものとする。

供試体端面の相対変位により要素の応力が増加すると一様乱数で与えられた弱面の方向および正規乱数で与えられたすべり面の粘着力等から定められる要素強

度の低いものから順に破壊条件が満足されることになる。またある要素で破壊が生じるとその要素の耐力力は生じた破壊の形式に従い低下する。したがって過剰の荷重は隣接する要素に分担され、供試体内には応力の乱れが生じ構造的な破壊が進行する。

このようにして各要素の破壊条件が順次満足され、供試体は応力の再配分と破壊の進行とをくり返し、供試体と載荷条件に対応する破壊のパターンを形成し、耐力力を失い崩壊するに至る。

4 数値計算と結果の考察

Fig. 1 に示したモデルを 18 cm×18 cm の正方形供試体に対応させて考えることにする。Fig. 2 に圧盤および液体で拘束圧を与えた場合の境界条件を示す。

Fig. 2. Boundary conditions in (a) rigid platen constraint and (b) liquid confinement (k : confinement to axial stress ratio).

モデルにおける固有すべり面での摩擦係数は0.75とし、固有すべり面の粘着力は平均値を 50.0 kg/cm²、偏差を 15.0 kg/cm² とする正規乱数で与えている。さらに Coulomb の条件における引張応力に対する cut-off として粘着力の 75 % をとっている。またモルタルの引張強度は 45.0 kg/cm² とした。要素の初期弾性係数およびポアソン比も正規乱数を用いてばらつきを与えることが考えられるが、要素強度のばらつきはすべり面の傾きと固有すべり面の粘着力のばらつきによりある程度実現される。そこで簡単のため本研究ではこれらの値を一定とし 250 000 kg/cm² および 1/6 とした。

要素に破壊が発生する以前には各要素は弾性係数 E_1 ($=250\,000$ kg/cm²)、ポアソン比 ν_1 ($=1/6$) の等方弾性体である。要素が固有すべり面ですべり、あるいは分離を生じたとき要素は直交異方性になるとする。このとき固有すべり面での直応力が引張りであればこの面に垂直な方向の弾性係数を $E_2=E_1/10\,000$ ($=25.0$ kg/cm²) とし、平行な方向の弾性係数は元のとおりとする。直応力が圧縮の場合には二方向の弾性係数は元のままであるが、分離面でのせん断応力が $|\tau| \leq \mu\sigma$ を満足するようにせん断弾性係数を修正することになる。

要素応力が Griffith の条件を満足し割裂を生じた場合についても同様であるが、この場合は多数のクラックが発生したとして破壊面に平行な方向の弾性係数も元の値の 85 % に低下させるとする。

要素としての圧潰を生じた場合、要素の面積ひずみが引張りであれば弾性係数 $E_2=25.0$ kg/cm²、ポアソン比 $\nu_2=0.00001667$ の等方弾性体、面積ひずみが圧縮の場合には弾性係数 E_2 、ポアソン比 $\nu'=0.49997$ の等方弾性体としている。

数値解析の軸方向端面変位 1 ステップに対応するひずみ増分は 50 μ strain であり、各ステップごとに応力、したがって要素の破壊の進行の検討を行っている。

異なった特性を有する供試体モデルを得るためには乱数を発生させるための初期値を変化させることになる。初期値の異なるいくつかの供試体について若干の数値実験を行ったところ、結果によく似た傾向が得られた。そこで本研究では乱数を発生させるための初期値はすべての載荷条件で同一とし、本研究の全解析を通じて同一の供試体（前報で標準とした供試体）を例にとっている。

Fig. 3 に拘束圧を鋼圧盤で与えた場合の軸方向ならびに拘束方向の応力-ひずみ曲線を軸方向圧に対する拘束圧比 0（単軸）、1/30、1/20、1/10、1/7 について示す。この図において応力-ひずみ曲線は圧盤の変位と圧盤に作用する荷重とをひずみと応力の形として表したものである。ここでは軸方向圧と拘束圧とをある一定の比例状態として載荷する比例載荷法を用いている。この場合ある与えられた軸方向圧盤変位に対して拘束圧が軸方向圧のある定められた比となるように

Fig. 3. Stress strain curves in bi-axially compressed specimens (rigid platen constraint).

側方圧盤の変位を定めねばならない。側方圧盤の変位の決定は供試体の破壊が進行すると若干の困難を伴う。すなわち後述するように破壊の進行した状態では供試体の側面は必ずしも全面が圧盤に接しているとは限らず、またみかけのポアソン比から与えられた側方変位状態に対応する拘束圧が必ずしも所定の拘束圧値になるとは限らない。そこで数値解析法に Relaxation 法を用い、逐次側面変位の修正を行うとともに拘束圧の誤差の許容範囲を正しい値の3%とした。すなわち破壊の進行に伴って供試体の変形が一樣でなくなると供試体が圧盤から受ける圧力(節点力)は一樣ではなくなる。この状態は軸方向より拘束方向で著しく、時に拘束方向では後述するように圧盤と供試体とは部分接触状態となる可能性もある。

応力-ひずみ曲線は拘束圧比が大きくなるほど強度破壊近くまで直線に近くなるのがみられる。Fig. 4 に拘束圧比を 0, 1/20, 1/10 としたときの強度破壊点とその 200μ および 400μ strain 前における供試体内要素の破壊の進行を示す。これによると破壊進行のそれぞれのレベルでの破壊要素数は拘束圧の増加とともにひずみレベルが高くなるにもかかわらず減少している。

実際のコンクリートや岩石供試体を拘束圧下で圧縮すると応力-ひずみ曲線は拘束圧の増加とともに強度破壊点近くではゆるやかなこう配の変化を示し、ある程度以上に拘束圧比が高くなると明確な強度破壊を示さなくなる。また拘束圧の増加とともに供試体の強度破壊点近くではモルタルクラックの発達は減少するが、ボンドクラックの発達程度は増加することが認められ

Fig. 4. Fracture development in the specimen (rigid platen constraint).

ている。このシミュレーション結果と実際のコンクリートの挙動との一見の相違については次のように解釈される。すなわち本研究のシミュレーションはコンクリート供試体の破壊の進行を構造的立場から解釈することを目的としており、そのため分割要素の大きさのレベルのクラックの発生、発達を供試体の挙動と関連づけて考えている。このレベルのクラックは実際のコンクリートに対応させたとき、粗骨材あるいはそれ以上の大きさのレベルのものとなる。すなわち本研究でモデル化しているすべり、割裂といったコンクリート供試体の構造的な破壊を支配するレベルの破壊は実際のコンクリート供試体において拘束圧の増加とともに減少し、局部的に限定されることを示している。また高拘束圧下におけるコンクリート供試体の変形は主としてさらに小さいレベルでのモルタル部分の破壊の進行によると考えるのが妥当であろう。したがってこの変形の増加をも含めた形でのシミュレーションを行うとすれば筆者らがかつて発表したような方法をとれば良いことになる。

Fig. 5 に拘束圧を液圧とした比例载荷の場合の軸方向応力-ひずみ曲線を示す。いまこれを Fig. 3 と比較すると Fig. 5 (液圧拘束)にくらべて Fig. 3 (鋼圧盤拘束)の方が同じ拘束圧比に対してかなり高い破壊強度を与えるのが認められる。この理由を考えると Fig. 6 および Fig. 7 が参考となる。Fig. 6 は鋼圧盤拘束で拘束圧比 1/20 の場合、軸方向ひずみの増加に対して供試体左側面 (Fig. 1, 2 参照) の拘束圧の分布(節点力の分布による)の変化を示している。この場合側面変位は鋼圧盤の変位で拘束される。図に

Fig. 5. Stress strain curves in bi-axially compressed specimens (proportional liquid confinement).

Fig. 6. Distribution of constraining stress in each height of the specimen (rigid platen constraint).

Fig. 7. Side displacement at each height of the specimen (proportional liquid confinement).

において圧力 0 ということはこの節点で供試体と圧盤とが分離している可能性を示す。図からみられるように供試体の局所的な破壊が進むとその部分のはらみ出しが生じ、鋼圧盤はその部分で著しく大きな抵抗を示す。さらに破壊が進むと拘束力のほとんどははらみ出しの著しい点での拘束力のみで費やされ、いくつかの節点（高さ 6 cm および 12 cm）では供試体と圧盤とが分離する現象がみられる。ところが最終的には初期に破壊の著しかった部分の破壊進行は小さくなり、別な高さ（9 cm および 12 cm）での破壊が著しくなり、供試体は耐荷力を失うと考えられる。この状況は前の Fig. 4 (b) を参照すればさらによく理解できよう。また Fig. 7 には同じ拘束圧比 1/20 で液圧拘束の場合の比例載荷における供試体左側面の変位（節点変位）を示している。この場合拘束圧が供試体の任意高さで一定であることはいうまでもない。図からみられるように液圧拘束のもとで比例載荷すると供試体の破壊は底部に近い（高さ 3 cm）あたりで進行し、強度破壊近くなって 9 cm あたりでの破壊の進行とあいまって供試体としての破壊にいたると考えられる。以上の結果はここで用いたモデルに関するものであるが、一般的に次のことがいえよう。すなわち液圧拘束の場合には局所的な破壊が進行しても側面全体で拘束圧は同じであり、特に破壊の進行した部分に拘束が集中的に生じるということはない。したがって供試体のある部分で破壊が生じると一般にその部分は側方へのはらみ出しを生じ、破壊はその部分でいよいよ著しくなり、供試体は強度破壊、崩壊にいたると考えられる。すなわち鋼圧盤拘束の場合には供試体の破壊の進行がより全体的

となる。そして局所的な破壊の進行が供試体の終局的破壊につながりやすい液圧拘束の場合にくらべて圧縮破壊における構造鈍感性が増加すると考えられる。その結果鋼圧盤拘束では液圧拘束の場合よりも強度が高くなる可能性がある。

Fig. 8 に液圧拘束比例載荷におけるそれぞれの拘束圧比での強度破壊時拘束圧（液圧）を軸方向載荷前より与えたいわゆる 封圧下での軸方向応力-ひずみ曲線を示す。ここでは軸方向圧盤の変位を固定して封圧をまず載荷するため、封圧の増加とともに軸方向圧盤

Fig. 8. Stress strain curves in bi-axially compressed specimens (constant liquid confinement).

の変位 0 に対して荷重が現れることになる。この封圧下の荷重の場合にはあらかじめ大きな拘束圧が存在するため、荷重初期における破壊の進行が遅れ、液圧拘束比例荷重にくらべてかなり大きい強度を与えるようである。

Fig. 9 に圧縮試験の結果得られた強度を破壊条件として示すため、一軸圧縮強度 σ_0 で無次元化して σ_2/σ_0 軸を $\sqrt{2}$ 倍した Rendulic の応力面表示を行っている。図からみられるように鋼圧盤拘束の場合破壊強度は最も大きく現れる。また封圧下の荷重の場合には Fig. 8 における強度は Fig. 3 の鋼圧盤拘束の場合とくらべてかなり低いようであるがこれは与えた封圧が液圧拘束比例荷重の強度破壊時のものであるためであり、Rendulic 面上の破壊条件からみれば両者の差は小さい。またこれらにくらべて液圧拘束比例荷重の場合には若干破壊条件が低くなるのが認められる。

なおここで得られた数値実験による破壊条件はコン

Fig. 9. Comparison of failure conditions on Rendulic stress plane.

クリートについて実験的に得られた破壊条件とほぼ同程度といえる（拘束は鋼圧盤によっている）。

5 おわりに

本研究では圧縮荷重下におけるコンクリート供試体の破壊の機構が拘束圧の増加とともにどのように変化するかを構造的に検討するとともに拘束圧の荷重方法により破壊の機構、強度がどのように変化を受けるかを検討することを目的とし、有限要素法による数値シミュレーションを行った。そのためシミュレーションにおいては材料の破壊の構造的解釈に重点を置き、微視的な物性変化（モルタルマトリックスの塑性化等）についての配慮を避けている。したがって数値計算の結果得られた応力-ひずみ曲線は拘束圧が高い場合に高応力に至るまで直線に近くなり、一般的に実験的に得られる結果とは若干異なったものとなっている。しかしこれによって拘束圧の増加にともなうコンクリートの圧縮破壊機構の変化（供試体としての破壊に対する構造的破壊の寄与率の低下）が示された。また拘束圧の荷重方法による破壊機構、破壊条件の差は主として供試体の構造的変化の差によるものと考えられ、あらかじめ予想されたことがその通り数値シミュレーションにより示された。これらの結果はコンクリート供試体の多軸圧縮試験結果を理解するうえで有用であると考えられる。

参 考 文 献

- 1) 中川浩二, 材料, **28**, 972 (1979).
- 2) Kármán, Th. V., Z. Ver. dt. Ing., **55**, 1749 (1911).
- 3) 丹羽義次, 小柳 治, 中川浩二, 土木学会論文報告集, **185**, 31 (1971).
- 4) 中川浩二, 小林昭一, 丹羽義次, 土木学会論文報告集, **197**, 125 (1972).
- 5) 小林昭一, 小柳 治, 材料, **16**, 897 (1967).