密閉容器の高速破砕に関する理論的考察[†]

山 柝 滋 郎* 宮 本 博**

Theoretical Consideration on High Strain Rate
Fragmentation of a Closed Vessel

by

Jiro YAMAMASU

(General Dynamics International Corporation, Tokyo)

and Hiroshi MIYAMOTO

(Science University of Tokyo, Noda)

In the previous Report No. 1, the empirical equations were obtained, showing that the characteristic indices, q_0 , q_m and β of the fragment weight distribution function, $F(q)=1-\exp[-(q/q_m)^\beta]$ which is derived from the proposed fracture model, are the functions of fracture strain rate $\dot{\epsilon}_f$ of a closed vessel wall. This paper gives the theoretical discussion on those equations, resulting in the following conclusions:

(1) The dependence of the fragment mean weight upon $\dot{\epsilon}_f$ is well explained by the nucleation process.

(2) Generally, the total effective work to be required for fragmentation varies with the material even in the same loading condition. It is inferred that this comes from the existence of energy coefficient λ inherent to the material, which can be derived from the empirical equations. Theoretically, the λ -value, defined as the ratio of q_m^β to $q_0^{2/3}$, determines the interrelation between the indices, q_0 , q_m and β , covering the range of $0 < \lambda < 0.872$.

(3) All the values of q_0 , q_m and β decrease with increasing $\dot{\epsilon}_f$. The value of fracture exponent β is in the range of $0 < \beta < 2/3$.

In addition, two engineering cases are given as the examples of application of the fragmentation concept.

(Received July 14, 1983)

キー・ワード：鍛鋼材料，破壊，高速破砕，衝撃強度

1 緒 言

前報告（第1報）¹⁾では密閉容器が内部に充てんされたさく葉により高速破壊をおこし多数個の破片に破砕するとき、破片の重量組成は破片形成に必要な有効仕事量の分布から導いた破壊モデルでよく説明できることを実験により確かめるとともに重量分布の諸特性値が破壊ひずみ速度の関数であることを示して外力との相関性を明らかにした。本報告では、試験の結果得られた諸実験式例えば破片平均重量 (q_0) ならびに破片形成平均有効仕事量 (r_m) のひずみ速度依存性、あるいは材料固有の特性値と推定されるエネルギー定数 (λ) の意義等について理論的説明をおこない併せて以上の

破砕に関する考え方の応用例を示す。

2 破片発生メカニズム

破砕挙動の理論的検討に必要な破片発生メカニズムを次のように設定する。

(1) 密閉容器（薄肉円筒と仮定）内のさく葉起爆により器壁の膨張が開始され、器壁材料が伸びの限界 $\bar{\epsilon}_f$ 、破壊応力 σ_f 、破壊ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_f$ に到達すると破砕が発生する。

(2) 器壁の膨張に伴い壁内の塑性流動応力 σ は Zener/Hollomon の実験式に従って増加し、破壊応力 σ_f までに蓄積された弾性エネルギーが全破砕有効仕事量 F を供給する。

(3) 器壁材料内に先在する微視的クラックあるいは応力集中箇所は、膨張過程の熱揺動と応力とによって活性化されて破壊の核となり、これを起点として破面が成長し破面の交差により破片が形成される。

(4) 破片の大きさは、破壊モデルで仮定した破片形

[†] 本報を「材料の高速破壊（第2報）」(On High Strain Rate Fracture of Material, II) とする。

原稿受理 昭和58年7月14日

* 正会員 ゼネラル・ダイナミクス・インターナショナル・コーポレーション 東京都港区虎ノ門

** 正会員 東京理科大学 野田市山崎東亀山

成有効仕事量の分布則により定まる。

(5) 発生する破壊核と破片の数はそれぞれ 1:1 の対応をする。

3 実験式の理論的検討

3.1 破片平均重量 q_0 と破壊ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_f$ との相関性

密閉容器 (供試体) 重量 Q にはもともと破壊クラックの核となり得る応力集中箇所 N_f 個 ($N_f \propto Q$) が先在する。器壁が膨張開始後、時刻 t において N_f 個のうち N 個の核が 2 章(3)項仮定に基づいて発生する。破壊完了時刻 t_f において $N \rightarrow N_0$ となり、2 章(5)項仮定により N_0 個の破片が発生する。

このような応力依存型核生成過程においては、単位時間・単位容積あたり核を生ずる核発生速度 I は次式で与えられることが知られている。

$$I = L\sigma^j \quad (1)$$

ここに

$$L = \frac{z k T}{h} \exp\left(-\frac{4f^*}{kT}\right) \times C_1^j$$

$$j = \frac{1}{\mu k T}$$

式(1) L 項に含まれる C_1 , μ は、 v' を原子容積、 q' を応力集中係数とすれば $v' q'^2 \sigma^2 / 2E - 4A/q'^4 \sigma^4 = \ln(C_1 \sigma)^{1/\mu}$ なる応力近似式で決定される定数である。

ここに $A = \pi^3 \rho^3 E^2 / 6(1-\nu^2)^2$, z : 単位容積あたり破壊核発生源の個数 (転位密度と推定) k : Boltzmann 定数 (1.38×10^{-6} erg/Mol. K) h : Planck 定数 (6.62×10^{-27} erg · sec) T : 絶対温度 $4f^*$: クラック端において原子を分離するための活性化自由エネルギー ρ' : 表面張力 E : 弾性係数 ν : ポアソン比

2 章(2)項から壁内の引張応力 σ のひずみ速度依存性は次式で与えられる。

$$\sigma = C_K \dot{\epsilon}^\delta \quad (2)$$

ここに C_K , δ はいずれも定数。

式(2)を(1)に代入して次式を得る。

$$I = L_1 \dot{\epsilon}^\tau \quad (3)$$

ここに $L_1 = LC_K^j$, $\tau = j\delta$ I は単位時間・単位容積あたりの核発生速度であるから次式が成立する。

$$N_0 = \frac{Q}{\rho} \int_0^{t_f} I dt \quad (4)$$

ここに ρ : 供試体の密度 破壊完了時刻 t_f における器壁円周方向の真ひずみを $\bar{\epsilon}_f$ とし、式(3)を(4)に代入して整理すれば次式が得られる。

$$N_0 = \frac{QL_1}{\rho} \int_0^{\bar{\epsilon}_f} \dot{\epsilon}^{\tau-1} d\bar{\epsilon} \quad (5)$$

2 章(5)項仮定から N_0 は破片個数に相当するので Q/F $N_0 = q_0$ となりしたがって式(5)を変換して次式を得る。

$$\frac{1}{q_0} = \frac{L_1 \bar{\epsilon}_f}{\rho} \left(\frac{\dot{\epsilon}_f}{2} \right)^{\tau-1}$$

あるいは

$$q_0 = \frac{\rho}{LC_K^j \bar{\epsilon}_f} \left(\frac{\dot{\epsilon}_f}{2} \right)^{-(\tau-1)} \quad (6)$$

式(6)は破片平均重量 q_0 と破壊ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_f$ との相関性を示す理論式である。

つぎに Table I を用いて式(1)の数値計算をおこなうと $L = 9.069 \times 10^{-4950} / \text{cm}^3 \cdot \text{sec}$, $j = 495.8$ が得られる。ただし式(2)における指数 δ については従来の文献からも本研究に合致する適切な値が得られないが、式(6)における指数 $(\tau-1)$ が実験値 (第 1 報式(2)参照) に対比することを考慮すると $\delta = 0.0091$ と推定される。

Table I. Numerical values used for calculation of Eq. (1).

Young's modulus	$E = 2 \times 10^{12} \text{ dyne/cm}^2$
Poisson's ratio	$\nu = 0.28$
Surface tension	$\rho' = 300 \text{ dyne/cm}$
Free energy of activation	$4f^* = 2.72 \times 10^{-12} \text{ ergs/Mol}$
Density of dislocation, assumed	$Z = 10^{12} / \text{cm}^3$
Atomic volume	$v' = 10^{-24} \text{ cm}^3$
Stress concentration factor	$q' = 21.72$
Absolute temperature	$T = 373 \text{ K}$
Constant for stress-strain rate eq.	$C_K = 9 \times 10^9 \text{ dyne/cm}^2$
Fracture true strain	$\bar{\epsilon}_f = 0.16$

以上の考察から式(6)の数値計算をおこなうと次式が得られる。

$$q_0 = (7.691 \times 10^{15}) \dot{\epsilon}_f^{-3.509} \quad (7)$$

第 1 報で得られた実験式は $q_0 = (7.537 \times 10^{15}) \dot{\epsilon}_f^{-3.509}$ であって式(7)とよく合致する。

3.2 材料エネルギー特性値 λ の意義

λ に関する実験式 (第 1 報式(2)参照) は次式のとおりである。

$$\frac{\gamma_m}{K} = q_m^\beta = \lambda q_0^{0.667} \quad \lambda = 0.55 \quad (8)$$

いま供試体重量 Q が N_0 個に破碎するとき、破片重量が均一な理想的破碎の全有効仕事量 $F_{\max}$ は次式で与えられる。

$$F_{\max} = N_0 K q_0^{2/3} \quad (9)$$

ここに K : 破片定数 $F_{\max}$ は均一破片の破面生成に必要な表面エネルギーからなると考えられる。一方、本研究で示した通常破碎の全有効仕事量 F (第 1 報 2.2 節参照) は次式で与えられる。

$$F = N_0 K q_m^\beta \quad (10)$$

ここで $\lambda = F/F_{\max}$ と定義すれば式(9), (10)から次式が成立する。

$$\lambda = \frac{q_m^\beta}{q_0^{2/3}} \quad (11)$$

式(11)は実験式(8)と全く同一であり $\lambda < 1.0$ であると推定される。分布特性値 (q_0 , q_m , β) の相関式 (第 1

報式(17)参照)を再掲記すれば次式となる。

$$q_0 = q_m \Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) \quad (12)$$

式(11)に(12)を代入して次式を得る。

$$\frac{1}{\lambda} = \left[\Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) \right]^\beta q_0^{2/3 - \beta} \quad (13)$$

あるいは

$$\log q_0 = \left\{ \log \frac{1}{\lambda} - \log \left[\Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) \right]^\beta \right\} / \left(\frac{2}{3} - \beta \right) \quad (14)$$

式(13), (14)から λ に関し次のことが明らかになる。

(1) λ は実験式(8)から器壁材料が同一であれば破壊ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_f$ に無関係な定数であった。したがって λ が定数であれば式(13)から (q_0, β) は相関性を有することが判明する。

(2) 一般的に q_0 が $0 < q_0 < +\infty$ の連続実数値をとるためには、式(14)において $\beta \rightarrow 2/3$ のとき同式右辺の分子は $1/\lambda > [\Gamma(1+1/\beta)]^\beta |_{\beta=2/3} = 1.209$ の条件を満足する必要がある、これは $\lambda < 0.827$ の範囲にあるべきことを意味する。

(3) 特例として $\beta = 2/3$ の場合には式(13)から q_0 に無関係に $\lambda = 0.827$ となることが判明する。

以上の考察から λ は材料固有のエネルギー定数と称されるべきものではないかと推論される。

式(13)を数値計算すると Fig. 1 のとおりである。 (q_0, β) の相関性に関し同図には $\lambda \leq 0.827$ の場合を実線で $1 \geq \lambda > 0.827$ の範囲を点線で示してある。一般的に本研究に使用した供試材料と類似のものでは $\lambda < 0.827$ の範囲にあるものと推定される。図中の○印は実験値を示す。

Fig. 1. Relationship between mean fragment weight and fracture exponent under variable energy coefficient.

3・3 破片平均有効仕事量 γ_m と破壊ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_f$ との相関性

$\gamma_m = F/N_0$ であるから式(10), (11)から次式が得られる。

$$\frac{\gamma_m}{K} = \lambda q_0^{2/3} \quad (15)$$

式(15)に(6)を代入して次式を得る。

$$\frac{\gamma_m}{K} = \lambda \left[\frac{\rho}{LC_K \dot{\epsilon}_f} \right]^{2/3} \left(\frac{\dot{\epsilon}_f}{2} \right)^{-3/2(\tau-1)} \quad (16)$$

式(16)は破片平均有効仕事量 γ_m と破壊ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_f$ との相関性を示す理論式である。式(16)の数値計算($\lambda = 0.55$)をおこなうと次式が得られる。

$$\frac{\gamma_m}{K} = (2.142 \times 10^{10}) \dot{\epsilon}_f^{-2.339} \quad (17)$$

第1報で得られた実験式(第1報式(23)参照)は $\gamma_m/K = (2.115 \times 10^{10}) \dot{\epsilon}_f^{-2.339}$ であって式(17)とよく合致する。

3・4 破壊指数 β と破壊ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_f$ との相関性

式(6), (8), (12), (16)から q_0, q_m を消去して $(\beta, \dot{\epsilon}_f)$ の相関性を求めると次式が得られる。

$$\log \dot{\epsilon}_f = \left\{ \left(\frac{1}{\beta} \log B - \log A \right) + \log \Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) \right\} / (\tau - 1) \left(\frac{2}{3\beta} - 1 \right) \quad (18)$$

ここに

$$A = \frac{\rho}{LC_K \dot{\epsilon}_f} \left(\frac{1}{2} \right)^{-(\tau-1)}$$

$$B = \lambda A^{2/3}$$

式(6), (7)から $A = 7.691 \times 10^{15}$, $\tau - 1 = 3.509$ 式(16), (17)から $B = 2.142 \times 10^{10}$ ($\lambda = 0.55$ として)が得られるので式(18)の数値計算をおこなうと次式が得られる。

$$\log \dot{\epsilon}_f = \frac{1}{\frac{2.339}{\beta} - 3.509} \left\{ \frac{10.3308}{\beta} - 15.8860 \right\} + \log \Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) \quad (19)$$

式(19)は得られた実験式(第1報式(24)参照)とよく合致する。

3・5 破片定数 K の意義

3・2節で理想的破砕に必要な全有効仕事量 $F_{\max}$ は式(9)で与えられそれは均一破片の破面生成に要する表面エネルギーからなるとした。このとき均一破片1個の表面積 s は次式で与えられる。

$$s = K_s q_0^{2/3} \quad (20)$$

ここに K_s :破片形状係数であって破片の形状により定まる特性値とする。 $F_{\max}$ に対応する全表面積 $S_{\max}$ は式(20)から次式で与えられる。

$$S_{\max} = N_0 K_s q_0^{2/3} \quad (21)$$

塑性変形をとまう表面エネルギーを γ_p とすれば理想的破砕においては破面形成に必要な有効仕事量は表面エネルギーのみに消費されるので次式が成立する。

$$F_{\max} = \gamma_p S_{\max} \quad (22)$$

式(21), (22)から $F_{\max} = N_0 \gamma_p K_s q_0^{2/3}$ が得られるのでこれを式(9)と対比して次式を得る。

$$K = \gamma_p K_s \quad (23)$$

式(23)は破片定数 K の内容を示すものと考えられる。

4 応 用 例

Table II. Fragment weight grouping.

Fragment weight domain	0/0.03125 (ton)	0.03125/0.0625 (ton)	0.0625/0.125 (ton)	0.125/0.25 (ton)	0.25/0.5 (ton)	0.5/1.0 (ton)	1.0/2.0 (ton)	2.0/4.0 (ton)	4.0/8.0 (ton)	Total
Number of fragment	4	4	1	6	8	3	9	7	2	44
Total weight (ton)	0.0275	0.1739	0.110	1.230	3.110	2.450	13.650	18.940	9.040	48.7314

Table III. Cumulative number of fragment per weight lower limit.

Group No.	N_0	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7	N_8
Fragment weight lower limit q_i (ton)	>0	>0.03125	>0.0625	>0.125	>0.25	>0.5	>1.0	>2.0	>4.0
Cumulative number of fragment N_i	46	40	36	35	29	21	18	9	2

Note: $N_0=46$, assumed from β -diagram

Fig. 3. β -diagram for fragmentation of chemical reaction vessel.

常温で特にじん性値の低い母材板材のため、気密試験内圧ならびに母材の残留応力により、破壊じん性強度を超えることとなり、その結果板厚全体に及ぶぜい性割れを生じ、反応塔の全面的なぜい性破裂を発生させるに至ったものとしている。

このことは、反応塔破碎時、通常破碎とは異なり塔壁には全面的な高い破壊ひずみ速度が存在しないで破碎が進行したことを推定させる本破碎理論（前(4)項推論）とよく合致する。

4・2 所要破片数を最大にする設計条件

供試体重量 Q が与えられたとき、期望破片重量 q_r を下限とする累計破片数 N_r を最大にする条件について考察する。破片重量分布式（第1報式(2), (25)参照）から次の関係が得られる。

$$N_r = \frac{Q}{q_0} \exp\left(-\frac{q_r^\beta}{\lambda q_0^{2/3}}\right) \quad (24)$$

式(24)の両辺の対数をとれば次式が得られる。

$$\ln N_r = \ln Q - \ln q_0 - \frac{q_r^\beta}{\lambda q_0^{2/3}}$$

N_r を最大にする条件は $d(\ln N_r)/dq_0 = 0$ から得られる。したがって次式が成立する。

$$q_r^\beta \cdot q_0^{1/3} \left\{ \frac{2}{3q_0} - (\ln q_r) \frac{d\beta}{dq_0} \right\} = \lambda \quad (25)$$

式(25)左辺 { } 内の $d\beta/dq_0$ は式(13)から次式で決定で

きる。

$$\frac{d\beta}{dq_0} = \frac{\frac{2}{3} - \beta}{q_0} \cdot \frac{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \cdot \frac{1}{\beta} - \ln \frac{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)}{q_0}} \quad (26)$$

式(25), (26)から (q_r, q_0) の相関性を知り得る。すなわち q_r が与えられたとき、この相関性を満足する q_0 が得られるような破碎条件において N_r が最大になることを意味する。 (q_r, q_0, N_r) の相関性 ($\lambda=0.55$ における) を計算して Fig. 4 に示す。同図において明らかなことは、例えば $q_r=4\text{gr}$ の場合、 $q_0=2.453\text{gr}$ が得られるような破壊条件を与えることが、 N_r の最大値を得る要件となり、 $N_r/Q=0.0624/\text{gr}$ となる。 N_r/Q の値は q_r の増加に伴い著しく減少する。

Fig. 4. Relationship between q_r , q_0 and N_r for obtaining maximum cumulative number of fragment weight, desired.

5 結 言

密閉容器の高速破碎についての研究1・2報を取りまとめた所見は次のとおりである。

(1) 破碎に関する本研究の目的の一つは、破片重量

分布の特性値 (q_0, q_m, β) に及ぼす破壊外力の影響を解明することにあった。このためには外力のパラメータとして器壁の破壊ひずみ速度を採用することが好都合であった。なお本研究のひずみ速度は $10^4/\text{sec}$ のオーダーに達した。

(2) 破片重量分布は、破片形成に必要な有効仕事量の分布に関する熱統計力学的考え方から導いた破壊モデルによりよく説明できることを実験で確かめた。

(3) 分布特性値はいずれも器壁の破壊ひずみ速度 ($\dot{\epsilon}_f$) の関数であることを明らかにし、分布と外力との相関性を解明した。

(4) 破碎に必要な有効仕事量は破碎条件が同一でも材料によって異なると思われる。これは材料固有のエネルギー定数 (λ) が存在するためと推定され、 λ により (q_0, q_m, β) の相関性が規定される。一般に $\lambda < 0.827$ と推定されるが λ の物性的意義についてはさらに研究の必要がある。

(5) 破片平均重量 (q_0) の $\dot{\epsilon}_f$ 依存性は応力依存型核生成過程で説明できることを明らかにした。 $\dot{\epsilon}_f$ の増加により (q_0, q_m, β) はいずれも減少し破片組成の細粒化が促進される。破壊指数 (β) は $2/3$ 以下の値をとることが判明した。

(6) 本研究により高速破碎のマクロ的挙動を明らかにしたが破片生成のミクロ的解析はなされていない。

(昭和58年6月24日 第2回破壊力学シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) 山橋滋郎, 宮本 博, 日本材料学会第32期学術講演会前刷集, p. 281 (1983).
- 2) 横堀武夫, “材料強度学”, p. 104 (1979) 技報堂.
- 3) T. Yokobori, J. Phys. Soc. Japan, **10**, No. 5, p. 368 (1955).
- 4) 高圧ガス保安協会, “出光興産(株)徳山製油所第二接触水添脱硫装置反応塔事故調査報告書” (1980).