重畳波形下の推定疲労寿命に及ぼす 影響因子と寿命推定法の検討†

高 杉 俊 二* 堀 川 武*
恒 成 利 康** 中 村 宏*

Factors Influencing Predicted Life under Superposed Stress Wave and Examination on Its Fatigue Life Prediction Method

by

Shunji TAKASUGI, Takeshi HORIKAWA, Toshiyasu TSUNENARI
and Hiroshi NAKAMURA

(Technical Institute, Kawasaki Heavy Industries Ltd., Akashi)

As a basic study on fatigue damage accumulation of structural members (for example; truck frame and plate spring of rolling stocks) subjected to service load, the authors have carried out fatigue tests under superposed stress wave on fifteen metallic materials (about 400 experimental points.)

In this paper, a few factors having influence on the predicted fatigue life have been discussed by comparing the experimental life $\bar{N}$ with the predicted life $\bar{N}_{es}$ with regard to these experimental points.

For the fatigue life prediction method, three kinds of stress cycle counting methods were used; the zero cross range pair mean method (ZRPM method), the range pair mean method (RNPM method) and the range pair method (RNPR method).

The modified Goodman's method was used to evaluate the effect of mean stress on stress amplitude. The lives were predicted by using the linear cumulative fatigue damage law.

The results obtained were as follows.

The most suitable cycle counting method was RNPM method, because of the scatter band of $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ being narrowest in three cycle counting methods. The mean stress effect on fatigue life amplitude was very complex, and the modified Goodman's method was not always adaptable for the prediction of the above experimental points.

In order to make narrow the scatter band of $\bar{N}/\bar{N}_{es}$, some discussions were made on the fatigue damage accumulation caused by the secondary stress amplitude cycling.

(Received Aug. 12, 1983)

キー・ワード：重畳波形，応力頻度読み取り法，平均応力の影響，重畳山数の影響，寿命推定法

1 ま え が き

各種実機部材の応力測定結果によると，繰返し速度の異なる波形が重畳した応力波形（重畳波形）がしばしば観察される．このような応力波形下での疲労強度評価を明らかにするために，著者の一人は早くから重畳波形下の実験研究に着手してきた．その後，主としてディーゼル機関ピストンクラウンの寿命評価の必要性から各種の実験研究を行ってきた．また，重畳波形

は上記の他に車両用台車枠⁵⁾，タービンや送風機の翼⁶⁾および船用推進軸⁷⁾などにもみられ，機械構造物の疲労寿命推定にとってその波形下の寿命評価は重要である^{8,9)}．一方，学問的見地からみれば重畳波形は応力頻度読み取り法や平均応力の評価法および疲労損傷の累積についての検討などを実験結果をもとに行えるため，筆者らは種々の材料について実験研究を実施してきた．

さて，本報ではこれまでに得られた実験結果を整理し，推定寿命と実験寿命の比較から，応力頻度読み取り法や平均応力の評価法および重畳山数と推定寿命の関係などについて若干の知見が得られたので取りまと

† 原稿受理 昭和58年8月12日

* 正 会 員 川崎重工業(株)技術研究所 明石市川崎町

** 川崎重工業(株)技術研究所 明石市川崎町

めて報告する。

2 疲労寿命推定法

整理結果の説明を行う前に、重畳波形下の疲労寿命推定法について簡単に Fig. 1 に基づいて説明する。Fig. 1 (a)に示す重畳波形 (f_1, f_2 は 1 次波および 2 次波の繰返し速度) をレンジペアーミン法¹⁰⁾ (RNPM 法と略記) を用いて応力頻度を求めると Fig. 1 (b)に示すように 1 回の最大応力 $\sigma_{\max}$ と 2 次波によって生ずる平均応力 σ_{mi} を有する応力振幅 σ_{ai} の応力頻度となる。つぎに平均応力の評価を行って両振応力に変換した応力振幅 σ_{ti} を求めると、重畳波形(a)は(c)に示すような $\sigma_{\max}$ (疲労限以上の応力) と両振応力振幅 σ_{ti} (疲労限以下の応力を多く含む) の組合さった変動応力振幅試験と同じ波形となる。つぎに、疲労限以下の応力による疲労損傷は変動応力振幅試験結果を参考にして(e)に示すように修正 Miner 則を用いて計算すれば図に示すように疲労損傷 D が計算され、推定寿命 $\bar{N}_{es}$ は D の逆数から求まる。さて、応力頻度読み取り法としては上記の RNPM 法の他に平均応力を読み取らないレンジペアーミン法¹⁰⁾ (RNPR 法と略記) および波形が 0 レベルを横切るごとに RNPM 法を適用するゼロクロスレンジペアーミン法¹⁰⁾ (ZRPM 法と略記) の三種類について以下に比較する。また、平均応力の評価

Fig. 1. Fatigue life prediction method.

式としては修正 Goodman の式を若干修正した次式を用いることにする。

$$\sigma_t = \sigma_a \left/ \left(1 - \frac{\sigma_m}{k\sigma_B} \right) \right. \quad (1)$$

ここで、 σ_t : 両振換算応力振幅 (kg/mm^2)

σ_a : 応力振幅 (kg/mm^2)

σ_m : 平均応力 (kg/mm^2)

σ_B : 材料の引張強さ (kg/mm^2)

k : σ_B の補正係数 ($k=1$ のとき修正 Goodman の式となる。)

3 推定寿命に及ぼす影響因子の検討

3.1 応力頻度読み取り法

上記の三種類の応力頻度読み取り法によって推定寿命 $\bar{N}_{es}$ と実験寿命 $\bar{N}$ の関係がどのように変化するかについて検討した結果を説明する。実験点は全部で 418 点であるが、材料としては炭素鋼、合金鋼、鋳鋼、鋳鉄、ステンレス鋼などであり、常温で 15 種類 (310 実験点)、300~500℃ の中高温で 7 種類 (108 実験点) で

Fig. 2. Comparison among cycle counting methods on frequency of $\bar{N}/\bar{N}_{es}$.

Fig. 3. Comparison with frequency distributions of $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ (examination of stress ratio m).

ある。なお、平均応力の評価は式(1)で $k=1$ とした。

各種材料の $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ の幾何平均 $\bar{x}$ と標準偏差 s ($s=10^s$, s' は $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ の対数の標準偏差) を各種読み取り法ごとに示し、適する読み取り法に^{*1} “○”印を付けて示した(結果を示す一覧表は省略する)。また、それらの結果を $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ の頻度分布で示した結果が Fig. 2 である。 $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ の幾何平均とその標準偏差を比較すると、ZRPM 法の場合で $\bar{N}/\bar{N}_{es}=1.34$ となり $\bar{N}_{es}$ が $\bar{N}$ より若干短寿命側の傾向がある。一方、RNPM 法は $\bar{N}/\bar{N}_{es}=0.82$ となり、 $\bar{N}_{es}$ は $\bar{N}$ よりも長寿命となる場合が多い。また、RNPR 法では $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ が 0.43 であり推定寿命の方が実験寿命より長くなる。RNPR 法と RNPM 法の差は、RNPR 法では平均応力を評価しないために疲労損傷を小さく見積り $\bar{N}_{es}$ が大きくなることになる。また、ZRPM 法と RNPM 法の差については重畳波形の応力比 $m(=\sigma_2/\sigma_{max})$ が 0.5 以上と以下の場合に分けて比較した。Fig. 3 にその結果を示す。RNPM 法の $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ の幾何平均値は m によらずほとんど差が生じないのに対して、ZRPM 法では $m < 0.5$ で $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ の幾何平均値は RNPM 法とほぼ同じであるが $m \geq 0.5$ ではその値は 1.61 で RNPM 法よりかなり大きい値となる。これは $m \geq 0.5$ の重畳波形は 2 次波のすべてが 0 レベルを横切るため、この波

形に ZRPM 法を適用すると応力頻度のすべては波形のピーク値をカウントしたものとなる。したがって、応力振幅を大きく読み取ることとなり、結果的に $\bar{N}_{es}$ が実際に以上に小さくなったものである。すなわち、Fig. 2(a) では m に関係なく $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ の幾何平均をとったために、その値が 1.34 となったものと考えられる。つぎに標準偏差について比較すると、ZRPM 法と RNPM 法では 3.0 程度ではほぼ等しく、RNPR 法では 2.34 となりばらつきの幅が小さくなっている。さて、応力頻度読み取り法を比較したとき、RNPR 法は $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ が 1 よりかなり小さく、 $\bar{N}_{es}$ が $\bar{N}$ より長寿命となり工学的には適していない。RNPM 法と ZRPM 法では、前者は材料の応力-ひずみ挙動(ヒステリシスループ)との対応が良いことから、合理性も高く、 $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ も比較的 1 に近いので好ましい。特に応力頻度読み取りのアルゴリズムをコンピュータにプログラムしておいて波形を処理する場合は、この方法を使うと便利である。しかし、オシロ

グラフに記録された波形を人手により読み取るときは RNPM 法はかなり煩雑であり、むしろ ZRPM 法が簡単である。さらに、ZRPM 法は $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ の平均値は 1 よりも若干大きく、安全側の推定寿命を与える傾向を示しているので利用価値がある。以上、読み取り法について比較を行ったが、ここでもう一つの重要な点は RNPM 法で修正 Goodman の式を用いて平均応力の評価を行うと、 $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ の平均値が 1 よりも小さな値を示すことである。すなわち、読み取り法が正しいと仮定すれば、平均応力の評価が充分でないとも言える。そこで、この点について検討した結果を以下に説明する。

3.2 平均応力の評価法

Fig. 1 において、応力頻度分布を求める場合、平均応力の評価を式(1)で行い両振応力に変換する方法を採用しているが、その方法の適否が推定寿命に大きく影響すると思われる。現在のところ、この点についての充分な研究成果が得られていないので前節では $k=1$ とする修正 Goodman の式を用いてきた。しかし、検討した結果、 $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ の平均値が必ずしも 1 にはならなかった。ここでは $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ の平均値が 1 になる k の値について検討した。その結果を Fig. 4 に示す。SCM 435 材では $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ の平均値が 1 になるのは $k \approx 0.8$ であり、2 1/4Cr-1Mo 鋼では k は約 1.5 である。比較的平均応力の影響が大きく疲労損傷に効くと言われる合金鋼(ここでは SCM 435 材)では $k < 1$ とな

*1 適する読み取り法は $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ の幾何平均 $\bar{x}$ が 1 に近く、標準偏差 s が小さい読み取り法を RNPR 法、RNPM 法、ZRPM 法の中より選んで決めた。

Fig. 4. Relation of $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ to k (examination of evaluation method of mean stress, No.1).

Fig. 5. Relation between k and $\sigma_{\max}/\sigma_B$ (examination of evaluation method of mean stress, No.2).

り、その影響が比較的少ないと言われる $2\frac{1}{4}\text{Cr-1Mo}$ 鋼では $k>1$ となることは興味深い。また、Fig.4 の実線（または点線）は $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ の標準偏差の範囲を示している。このようなばらつきは実験結果のばらつきのほか、その他の影響もあるのではないかと考えて検討した結果が Fig.5 である。 $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ が1となるような k の値を求め $\sigma_{\max}/\sigma_B$ の関係を調べると、 $\sigma_{\max}/\sigma_B$ が小さい程、 k を小さくすると良いことが分った。これまでに説明した結果では、圧縮側の平均応力については引張側と同じような評価する方法をとってきたが、この方法を変えた場合について比較検討した結果を以下に説明する。ここでは、平均応力に相当する1次波としては正弦波ではなく矩形波である場合の結果を用いて検討した。SNCM 439 材について実施した結果を Fig.6 に示す。圧縮の平均応力の評価法を検討す

Fig. 6. Influence of being given to $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ by the mean stress evaluation in the compressive stress region to $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ value (examination of evaluation method of mean stress, No.3).

るため、圧縮側の評価法を引張側の評価を延長する場合 (Fig. 6 (A)) と引張側と同じにする場合 (Fig. 6 (B)) について比較すると、両者の評価法による推定寿命の差は小さく、むしろ k の値を変えた場合の方が推定寿命に与える影響は大きい。特にこの実験結果の場合、応力比 R が一定 ($R=0$ と $R=-1$) の $S-N$ 線図から耐久限度線図を求めると横軸の切片の値が σ_B でなく、 $2.5\sigma_B$ となった。そこで $k=2.5$ を用いて $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ を求めると、 $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ は $k=1$ の場合より1に近くなる。

3.3 重畳山数の影響

重畳山数 n によって $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ の値がどのように変化するかについて調べた結果が Fig.7 である。この図によると、ZRPM 法と RNPM 法では n が大きくなると $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ は大きくなる。すなわち、推定寿命が $\bar{N}$ に比べ短くなるが、RNPR 法では逆の傾向を示す。このことは、平均応力を評価しない RNPR 法では損傷を小さく見積るため、 n が大きくなる程その影響が大きくなって $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ は小さくなる。しかし、他の二つの方法の場合は平均応力を評価するために RNPR 法よりも損傷を大きく見積り、特に n が大きくなるほど損傷の評価が過大となる。したがって、 $\bar{N}_{es}$ が小さ

Fig. 7. Relation between k and n (examination of superposed wave number n , No.1).

くなり $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ は大きくなる傾向を示す。このように RNPM 法や ZRPM 法で重畳山数 n が多くなる程、 $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ が大きくなることは実際に与えている損傷以上に 2 次波による損傷を大きく評価していることになる。したがって、平均応力の評価法を修正 Goodman の式が適用できると仮定し、同一応力振幅の繰返しによるひずみ時効効果や、二段多重変動応力振幅試験での 2 次応力の繰返しに伴う塑性ひずみ幅の減少などを考慮して、重畳波形の 2 次波による損傷を線型でなく非線形と考え n^β (ただし、 $\beta < 1$) で表す。そのとき、 $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ がどのようになるかを検討した結果が Fig. 8 である。ここで、後述する等価な重畳山数 n_{eq} は式(5)を使用した。この n_{eq} は次のようにして求めた。すなわち、井手らが行った軟鋼の二段多重変動応力振幅試験¹²⁾によると塑性ひずみ幅の減衰は次式で示されるので、SNCM 439 材の場合にも仮に適用してみる。

$$\lambda = \Delta \varepsilon_{p2i} / \Delta \varepsilon_{p21} = c n_2^{-\alpha} \quad (2)$$

$$n_{eq} = \sum \Delta \varepsilon_{p2i} \cdot n_i / \Delta \varepsilon_{p21} \quad (3)$$

で表す。

(2)(3)より

$$n_{eq} = \int_1^n c \cdot n^{-\alpha} \cdot dn = \frac{c}{1-\alpha} (n^{1-\alpha} - 1) \quad (4)$$

ここで、S15C の場合、 $\alpha = 0.05$, $c = 0.86$ であり、

Fig. 8. Relation between k and n (examination of superposed wave number n , No.2).

S55C の場合 $\alpha = 0.04$, $c = 0.81$ である。¹²⁾ そこで、SNCM 439 の場合には σ_B で外挿すると $\alpha = 0.03$, $c = 0.77$ となる。

したがって

$$\begin{aligned} n_{eq} &= 0.79(n^{0.97} - 1) \\ &\doteq 0.79n^{0.97} \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)で示される等価な重畳山数 n_{eq} を使用すると、Fig. 8 から $k=1$ であっても $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ は 1 に近くなることが分る。

3・4 材料の機械的性質と $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ との関係

材料の機械的性質 σ_B と $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ との関係は文献 13) に示すごとく ZRPM 法では σ_B にあまり依存しなく、全体的なばらつきからみると $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ の平均値は 1.1~1.4 程度にある。一方、RNPR 法、RNPM 法はともに σ_B が大きくなると、 $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ は小さくなる傾向がある。実線の範囲は各材料の $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ の標準偏差を示す。

以上、重畳波形下の実験結果を使って推定寿命に及ぼす二、三の因子について検討を行ったが、それぞれの実験条件が必ずしも系統的に選ばれていないので、これらの結果から普遍的な結論を引き出すことはむずかしく、結果の説明や問題点の指摘にとどまらざるを得ない。しかし、すべての材料について実験条件の揃った資料が得られるにはかなりの時間が必要であり、現時点で得られた知見をもとに疲労寿命推定法について考えることもそれなりの意義はあるものと考えられるので以下に取りまとめた。

4 疲労寿命推定法についての二、三の検討

4・1 変動荷重下の疲労試験による知見を考慮した寿命推定法

重畳波形下の疲労寿命推定法は Fig.1 に説明した

ように、重畳波形は応力頻度読み取り法により応力波形の分解と平均応力の評価とで Fig. 1 (c) に示すような変動応力振幅試験に変換されるものと考へて寿命推定を行っている。さて、変動応力振幅試験結果を修正 Miner 則によって整理すると 1 次応力と 2 次応力の頻度によって累積損傷が必ずしも 1 とならず、2 次応力の繰返し数が多いとその値は 1 よりかなり大きくなる。すなわち、修正 Miner 則では疲労損傷を実際よりも大きく見積ることとなる。この点について種々の実験研究が行われているが、一つの便法として応力頻度分布に関係する変数 $\bar{\eta}$ (疲労限以上の損傷を全体の損傷で割った値) を定義し、累積繰返し数比 D と $\bar{\eta}$ の関係を調べて実験結果の下限を通る関係式を定めた。そこで、破断までの累積繰返し数比が 1 でなく D の値となったときとする方法も考えられている。実験結果によれば炭素鋼など強度のあまり高くない材料に対しては次式が得られている。

$$D\bar{\eta}^{1/4}=0.3 \quad (6)$$

Fig. 1 の寿命推定法において、この考え方を適用して寿命推定を行い、 $\bar{N}_{es}$ と $\bar{N}$ の比較をした結果が Fig. 9 である。ばらつきの範囲はそれほど狭くならないが $\bar{N}_{es}$ は $\bar{N}$ の下限寿命に近くなっている。上記の考え方によると重畳波形下の実験結果の範囲はほぼ $1/2 \leq \bar{N}/\bar{N}_{es} \leq$

Fig. 9. Comparison between experimental life $\bar{N}$ and predicted life $\bar{N}_{es}$ by using $D-\bar{\eta}$ diagrams (ZRPM method; examination of fatigue life prediction method, No. 1).

Fig. 10. Relation between $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ and correct coefficient Z (ZRPM method; examination of fatigue life prediction method, No. 2).

50の範囲に入るようである。

4・2 推定寿命に及ぼす影響因子を考慮した方法

前節までにおいて重畳波形下の寿命推定に及ぼす二、三の影響因子について述べたが、ここではその知見を取り入れた方法について説明する。 $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ は材料の機械的性質 σ_B あるいは重畳山数 n と関係がある。そこで、418 点のデータをもとに機械的性質および化学成分に依存する項 K を RNPR 法, RNPM 法, ZRPM 法ともに適用できるように試行錯誤により求めた。そして、同じ n からなる $\bar{N}/\bar{N}_{es}-K$ 線図を作成し、その線図を基にパラメータ Z を下記式(7)に示す K と n の関数で示した。各読み取り法ごとにパラメータ Z を示すと次式で示される。

$$Z = a \cdot 10^{b \cdot K} \quad (7)$$

$$K = \sigma_B \left(\frac{\varphi}{\psi} + \bar{c}^2 \right) \quad (8)$$

φ : 材料の伸び (%)

ψ : 材料の絞り (%)

$$\bar{c} = C + \frac{1}{6} \text{Mn} + \frac{1}{24} \text{Si} + \frac{1}{18} \text{Mo} + \frac{1}{120} \text{Cr} + \frac{1}{8} \text{Ni} \quad (9)$$

ここで、 a 、 b の値は読み取り法ごとに次式で示される。ZRPM 法の場合

$$\left. \begin{aligned} a &= 1.74 n^{-0.0597} \\ b &= 0.0056 \log n - 0.0162 \end{aligned} \right\} (10)$$

RNPM 法の場合

$$\left. \begin{aligned} a &= 2.38 n^{-0.0231} \\ b &= 0.00261 \log n - 0.0147 \end{aligned} \right\} (11)$$

RNPR 法の場合

$$\left. \begin{aligned} a &= 2.65 n^{-0.245} \\ b &= 0.00485 \log n - 0.0163 \end{aligned} \right\} (12)$$

ZRPM 法の場合、 $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ とパラメータ Z との関係を示すと Fig. 10 のように示される。実験結果の範囲はほぼ $1/2 Z \leq \bar{N}/\bar{N}_{es} \leq 2Z$ の範囲に入り、各種符号で示す $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ の値は幾何平均値である。また、この Z の値を上記の式(7)~(12)を使って求め、破断までの累積繰返し数比を Z として推定寿命 $\bar{N}_{es}$ を補正する。そして補正された $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ の頻度分布を求めると各応力頻度読み取り法ともそのばらつき幅は狭くなり、 $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ の幾何平均値は 1 に近くなる。 $\bar{N}/\bar{N}_{es}$ のばらつき幅は Z により補正すると ZRPM 法、RNPM 法とも約 8 割程度の減少となった。実験結果に合うように補正を行っているので、ばらつき幅が狭くなるのは当然であるが、変数 Z についてもう少し物理的な面からの検討を行えるような実験を実施し、その意味を明らかにすれば寿命推定法として利用できるのではないかと思われる。

5 あとがき

重畳波形下の実験結果について実験寿命 $\bar{N}$ と推定寿命 $\bar{N}_{es}$ の比 ($\bar{N}/\bar{N}_{es}$) を求め、各種のデータ整理を行い検討した。その結果、応力頻度読み取り法は RNPM 法が適しているが、平均応力の影響は複雑で修正 Goodman の方法で評価するには各種問題があることが分った。また、重畳山数 n が大きくなると 2 次波による損傷は n に線形に累積されずに $n^{B(B<1)}$ のように非線形に累積されるとする方法によると、推定寿命と

実験寿命は比較的良く一致することがわかった。そして、寿命推定法に関する検討を行い、変動応力振幅試験の知見を取り入れる方法と推定寿命に及ぼす影響因子を考慮する方法について述べた。

(昭和57年10月11日 第18回疲労シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) 中村 宏, 田村伸二, 渡辺喜一, 材料試験, **10**, 972 (1961).
- 2) 日本造船研究協会 SR136 研究部会報告書 No. 218(1975).
- 3) 中村 宏, 堀川 武, 鎌田敬雄, 山地成一, 日本機械学会論文集, **39**, 472 (1973).
- 4) 堀川 武, 中村 宏, 関西造船協会誌, No. 155, 151 (1974).
- 5) 中村 宏, 恒成利康, 堀川 武, 高杉俊二, 材料, **29**, 676 (1980).
- 6) 中村 宏, 馬越立郎, 堀川 武, 岡崎章三, 材料, **24**, 9 (1975).
- 7) 中村 宏, 船川正哉, 馬越立郎, 堀川 武, 鎌田敬雄, 山本文雄, 日本機械学会講演論文集, No. 710-1, 197 (1971).
- 8) 中村 宏, 田中真一, “機械の疲れ寿命算出法” (1972) 養賢堂.
- 9) 中村 宏, 恒成利康, 堀川 武, 高杉俊二, 材料, **30**, 760 (1981).
- 10) 例えば総合的な解説として, 中村 宏, 皆田日出男, 堀川 武, 機械の研究, **27**, 493 (1975).
- 11) 岡崎章三, 井手龍一郎, 恒成利康, 川崎重工技報70号 (1979年4月).
- 12) 中村 宏, 恒成利康, 堀川 武, 井手龍一郎, 日本機械学会論文集, **47**, 461 (1981).
- 13) 高杉俊二, 堀川 武, 恒成利康, 中村 宏, 第18回疲労シンポジウム, p.103 (1982).
- 14) 堀川 武, 大阪市立大学学位論文, “実働応力を受ける鉄鋼材料の疲労寿命推定法の研究” (1977).