一端衝撃法による高ひずみ速度下での ポリ塩化ビニルの降伏応力の評価*

伊 達 秀 文*

Estimation of Yield Stress of Poly Vinyl Chloride at High Strain Rate Using Projectile Impact Technique

by

Hidefumi DATE

(Faculty of Engineering, Tohoku Gakuin University, Tagajo)

The present paper is concerned with the measurement of flow stress of poly vinyl chloride at high strain rate using the technique in which a projectile collides with an elastic bar. The dynamic yield stress of polymer was obtained using one dimensional elasto-plastic wave propagation analysis by Hutchings (1979) who employed the same technique. But one of the assumptions used in the Hutchings's theory is not consistent with the experimental results in this paper. Therefore, the assumption that elastic wave velocity in the projectile is constant with impact velocity is used in this paper instead.

The results showed that the modified yield stress increased with impact velocity, though the stress from Hutchings's theory was roughly constant. The modified yield stress agreed with the stress obtained from strain gages qualitatively and coincided also with the experimental data of other papers.

(Received Jan. 20, 1984)

キー・ワード：一端衝撃，ポリ塩化ビニル，ひずみ速度，降伏応力，Hutchings 法

1 緒 言

高ひずみ速度下で，材料の応力・ひずみ関係を求めようとするとき，スプリット・ホプキンソン棒法（以後，SHPB 法と記す。）が数多く用いられており，多くの重要な結果が得られている。また，自由飛行から剛体壁へ衝突する試験片の衝突前後の幾何学的形状から，比較的簡単に動的降伏応力を求めることが Taylor¹⁾により行われ，その後，動的降伏応力を評価するばかりでなく^{2,3)}新たな解析モデルの提案⁴⁾，衝撃端での微視的構造の観察など⁵⁾多くの研究者等によってこの一端衝撃問題が扱われてきた。

一方，高分子材料の衝撃特性を明らかにすることは，今後その使用領域が拡大すると考えられることから重要なことと思われる。しかし，高分子材料はその生い立ちにより，その構造と物性に多大なる興味⁶⁾が寄せられ，その強度や破壊の特性⁷⁻⁹⁾いわゆる一般的な機械的特性には関心が低いようである。同様に，衝撃特性も金属ほど積極的には研究されず，その試験もほとんど SHPB 法に限られている。一方，前述した一端衝撃

法により高分子材料の動的降伏応力を求めることが Hutchings¹⁰⁾により行われた。彼は，応力波を衝撃波と仮定する弾塑性波の伝ば理論と変形中ひずみ速度が変化しないことを仮定し，さらに塑性波と自由端から生じる弾性除荷波との1回の干渉により衝撃が終了する衝撃速度（以後，限界速度と呼ぶ。）の範囲内で動的降伏応力の評価式を導出した。しかし，その式の導出にあたり，本実験の結果と矛盾する仮定を設けていると考えられる。

そこで，本論文においては，一端縦衝撃を受けるポリ塩化ビニルの実験結果から限界速度以上の速度でも1回の干渉で衝撃が終了することを確認し，その結果から Hutchings の理論の問題点を指摘し，その修正法を提案しその方法により動的降伏応力を求め，さらにひずみゲージによる出力結果や他の実験者との結果と比較することによりその妥当性を検討した。

2 実験装置

実験に用いた試料は市販のポリ塩化ビニル (PVC) 丸棒を径 9.2 mm，長さ 20 mm，30 mm の2種とし，機械加工したものを熱処理せずに実験に使用した。加速機には Fig. 1 に示す背圧 2.94 MPa (30 kg/cm²) の

† 原稿受理 昭和59年1月20日

* 正 会 員 東北学院大学工学部 多賀城市中央

Fig. 1. Experimental apparatus and block diagram of measuring system.

エアガンを用いた。加速された試料は管出口に設けられた速度測定部を通り、管出口下流 50 mm の位置にある径 15 mm の工具鋼丸棒 (SK 4, 長さ 2000 mm) のみがかれた端面に衝突する。速度の測定は、Fig. 1-c に示す通り 2 組の赤外 LED とフォトダイオードさらに 0.1 μ sec のオーダーまで測定可能のタイマーを用いて行った。接触時間および衝撃力は衝撃端から 100 mm (A ゲージ) と 300 mm (B ゲージ) の 2 箇所にそれぞれ軸対称にはりつけた 1 k Ω の半導体ひずみゲージにより検出し、その出力をトランジェント・メモリーに記憶後 Fig. 1 の測定系を用いてデータの処理を行った。なお、実験値としては A ゲージは衝撃端に近くその出力が不安定なため B ゲージの出力を用いて衝撃応力を求めた。

3 Hutchings の理論¹⁰⁾

まず、対象とする高分子を線型弾性・完全塑性材料と見なし、さらに衝突速度が変化しても実験により求められる平均ひずみ速度はほとんど変化しないことから、衝突速度にかかわらず変形は一定ひずみ速度で起っており、応力・ひずみ関係は衝撃継続中変化しないと仮定している。また、高分子のような大きな弾性ひ

Fig. 2. Lagrangian characteristics diagram showing elastic and plastic wave fronts traversing a polymer projectile.

ずみをもった材料には Taylor¹⁾ や Hawkyard²⁾ により剛完全塑性体を前提に導出された式を適用することができないため、Hutchings は以下に示す弾塑性波の伝ば理論を基礎として解析を行った。

材料中の微少要素について運動量の平衡から¹¹⁾

$$\Delta \sigma = \rho c \Delta v \quad (1)$$

ここで ρ ; 初期密度, σ ; 公称応力, V ; 粒子速度, C ; ラグランジュ座標による波動速度, Δ ; 波を横切ったの跳躍量

ひずみと速度の関係は次式で示される。

$$\Delta v = C \Delta \epsilon \quad (2)$$

式(1), (2)から波動伝ば速度は次式で求められる。

$$C^2 = \frac{1}{\rho} \frac{\Delta \sigma}{\Delta \epsilon} \quad (3)$$

以上の式を用いて数値計算された波動伝ば挙動の例を Fig. 2 に示す。原点 O から発生した弾性負荷波は自由端 B で除荷波として反射し衝撃端に向い、点 C において塑性波と干渉する。このとき、塑性域が図に示すように弾性域まで除荷されれば、衝突速度により異なるが D 点または F 点で衝撃は終了する。そこで、実験値として求められる平均軸ひずみ k は次式で示される。

$$k = 1 - L/L_0 \quad (4)$$

ここで, L_0 ; 変形前の試験片長さ, L ; 変形後の試験片長さ。また, Fig. 2 に示すように弾塑性波の一回の干渉で塑性波が除荷されるとすれば、解析的に k は次式のように求められる。

$$k = \frac{2 \cdot \bar{C}_p \cdot (\epsilon - \epsilon_y)}{(1 + \bar{C}_p)} \quad (5)$$

ここで, $\bar{C}_p = C_p/C_0$, C_p ; 塑性波速度, C_0 ; 弾性波速度。つぎに, C_p , C_0 に式(3)を適用し、さらに加工硬化が起らないと仮定すれば $\bar{C}_p$ は次式のように求められる。

$$\bar{C}_p^2 = \epsilon_y / (1 - \epsilon) \quad (6)$$

式(5), (6)から $\bar{C}_p$ を消却すれば

$$\epsilon = \{ (8\epsilon_y^2 + 4k \cdot \epsilon_y - k^2) + [(k^2 - 8\epsilon_y^2 - 4k \cdot \epsilon_y)^2 - 16\epsilon_y(4\epsilon_y^3 + 4k\epsilon_y^2 + k^2\epsilon_y - k^2)]^{1/2} \} / 8\epsilon_y \quad (7)$$

また, Fig. 2 中の領域 P の応力を式(1)を用いて求め、さらに

$$\sigma = Y / (1 - \epsilon) \quad (8)$$

式(8)を用いて真応力 Y に書き換えれば次式となる。

$$(Y/\rho V^2)^{1/2} = \bar{C}_p / \{ (\epsilon_y - \epsilon)^{1/2} [1/(1 - \epsilon) - (1 - \bar{C}_p)/(1 - \epsilon_y)] \} \quad (9)$$

ここで, ϵ_y は領域 E のひずみ (降伏ひずみ) を示す。衝突速度を増加させたとき、試料に永久変形を生じさせる限界の衝突速

度を V_e (以後、弾性限速度と呼ぶ、Fig. 4 参照) とすれば、この弾性限速度と式(1)を用いて降伏応力を定義し、さらに式(3)と(8)から降伏ひずみは次式のように求められる。

$$\epsilon_y = \frac{\rho V_e^2 / Y}{1 + (\rho V_e^2 / Y)} \quad (10)$$

実験により、 V_e 、 ρ 、 V 、 k を求めれば、式(7)、(9)、(10)を連立することにより、 ϵ_y 、 Y 、 $\bar{C}_p$ の値が数値的に求められる。

4 実験結果

前節で述べた式(5)は、塑性波が自由端からの除荷波との1回の干渉により弾性波に除荷される衝突速度の範囲で成立し、具体的には式(11)に示す通りである。

$$V \leq 3V_e \quad (11)$$

したがって、衝突速度が $3V_e$ を越える衝突速度においては干渉回数が増加し、試験片が剛体壁へ接触している時間 (以後、接触時間と呼ぶ。)が増加すると考えられるが、本実験では Fig. 3 に示すように衝突速度が変化しても接触時間はほとんど変化せず、実験により求められた準静的な応力・ひずみ関係を用いて数値的に得られた1回の弾塑性波の干渉による接触時間曲線の延長上にあると考えられ (図中 A-A'), これは衝撃速度が変化しても弾性波速度が変化しないことをも意味している。さらに、式(4)により求められる平均軸ひずみの実験値と式(5)で求められた数値解との比較を Fig. 4 に示す。図より明らかなように、実験値は計算値よりもかなり小さく塑性変形域が狭いことを示している。すなわち、衝撃で発生する塑性波の速度がひずみ速度独立の理論より求められる塑性波の速度より遅いといえる。具体的に述べれば、Fig. 5 に示すように準静的応力・ひずみ曲線が $A_1B_1C_1$ であるとする。任意の衝突速度 V_1 (ひずみ速度 $=\dot{\epsilon}_1$) で B_1 の衝撃応力が発生し、つぎに衝突速度を V_2 (ひずみ速度 $=\dot{\epsilon}_2$) に増加させたとする。このとき、応力・ひずみ関

Fig. 3. Comparison of measured contact time with the calculated time from rate independent theory.

Fig. 4. Comparison of measured mean axial strain with the calculated strain from rate independent theory; 1 time interaction denotes the mean axial strain calculated by one time interaction of unloading wave and plastic wave; N times interaction denotes the mean axial strain calculated after impact.

Fig. 5. Representation of proposed stress-strain curve based on strain-rate dependent theory.

係がひずみ速度に依存しないとすれば発生する衝撃応力は準静的応力・ひずみ曲線上を C_1 へ移動し除荷波と塑性波との n 回の干渉により衝撃は終了する。しかし、ひずみ速度に依存すれば、同じ衝突速度 V_2 に対して衝撃応力は C_1 を取らず、ひずみ速度の効果に応じた応力レベルの C_2 を取り、降伏応力も同様にひずみ速度の効果を受けて A_1 から A_2 に増加し、その結果衝撃応力が増加しても1回の除荷波との干渉により衝撃が終了すると考える。

5 Hutchings の理論の問題点とその修正

Hutchings の理論における式(10)の導出において論理的に矛盾がないためには、式(1)を用いて弾性限速度 V_e から求められる衝突速度の関数である公称降伏応力 σ_y が任意の衝突速度に対して次式を満たす材質でなければならない。

$$\rho V_e = \sigma_y(V) / C_0(V) = \text{Const.} \quad (12)$$

ここで、 (V) は衝突速度の関数であることを示す。さらに、式(3)を用いれば式(12)は

$$\sigma_y(V) \cdot \epsilon_y(V) = \text{Const.} \quad (13)$$

となる。

これは、衝突速度 V を変化させたとき、降伏点での

ひずみと応力は、応力・ひずみ面上で双曲線上を移動することに対応する。もし、この条件が妥当であれば、衝突速度の増加にしたがって降伏応力は増加し $3V_0$ を越えても塑性波と弾性除荷波との1回の干渉で衝撃は終了すると考えられるが、降伏応力の増加と同時に縦弾性係数の増加、すなわち弾性波速度の増加を引起し持続時間の減少をまねく。これは、Fig. 3 で示した通り衝突速度が増加しても持続時間がほとんど変化しない実験結果と矛盾する。

そこで、本論文においては以上の点を考慮し以下にその修正法を述べる。用いる仮定は次の通りである。

(1) Hutchings の理論と同様、弾塑性波の伝ば理論すなわち、式(1), (2), (3)を基礎式とする。

(2) 衝突速度の増加とともに降伏応力も増加し、 $3V_0$ を越えても衝撃は弾性除荷波と塑性波の1回の干渉により終了する。

(3) 動的な真応力・ひずみ曲線は準静的真応力・ひずみ曲線と同様・弾完全塑性体とし、また公称応力 σ は真の降伏応力 Y と式(8)で結ばれる。

(4) 衝突速度が増加しても弾性波速度は変化せず、したがって縦弾性係数も衝突速度にかかわらず一定 (Fig. 5 参照) である。また、負荷・除荷状態でもかわらないとする。

(5) ひずみ速度は、実際には弾・塑性波頭の厚みに依存すると思われるが、¹⁰⁾ 本論文では、弾・塑性両域 (Fig. 2 中領域 P, E) でひずみ速度は等しいとする。

6 結果および考察

6・1 2種の動的降伏応力導出法の比較

実験データから、式(7), (9), (10)を用いて求められた動的降伏応力 (以後、Hutchings 法と呼ぶ。)を衝突速度に対して示した例が Fig. 6 である。衝突速度が変化しても降伏応力はあまり変化せず、衝突速度が 220 m/s 付近で極値を示す傾向にある。これに対し、式(10)のかわりに $C_0 = \sqrt{\sigma_y / (\rho \cdot \epsilon_y)}$ ($=1358.4$ m/s) を

Fig. 6. Values of yield stress calculated using equation (7), (8) and (9) (called Hutchings theory).

Fig. 7. Values of yield stress calculated using equation (7), (8) and $C_0 = \text{Const.}$ (called Modified theory).

Fig. 8. Comparison of the measured stress with the calculate stress from Modified theory and rate independent theory.

用いて求めた降伏応力 (以後、修正法と呼ぶ。)は Fig. 7 に示す通り Hutchings 法と比較してばらつきも小さく、衝突速度の増加とともに増加する。つぎに衝突速度に対する降伏応力の傾向を調べるために、弾性棒上のひずみゲージ (B ゲージ) により求められた最大応力と Fig. 7 を公称応力に書き換えた値、さらに準静的試験により求められた応力・ひずみ関係を用いて解析的に得られた衝突速度と応力の関係を 3 者ともに Fig. 8 に示す。ひずみゲージの結果と解析結果を比較すれば、明らかにポリ塩化ビニルはひずみ速度依存性を示している。また、ひずみゲージの結果と修正法の結果を比較すれば弾性限度付近で一致するように思われるが、全体的には修正法の結果がひずみゲージの結果を上回っている。この差は、試料径と弾性棒径に差があること、さらに弾性棒上のひずみゲージの出力は衝撃端での軸方向応力を完全に評価していないことなどが考えられるが、もっかのところ明らかではない。しかし、全体的傾向として Hutchings 法より修正法が妥当と思われる。

6・2 衝撃端軸方向ひずみの評価

解析的には、Fig. 2 の領域 P で最大ひずみと最大応

Fig. 9. Comparison between experimental and calculated axial strain of impact end from modified theory.

力が生じ、その後、除荷域へ入るため最大ひずみと最大応力が対応する。また、実験的に最大ひずみは次式で求められる。

$$\varepsilon = \varepsilon_x^p + \varepsilon_x^e + \varepsilon_x^r \quad (14)$$

ここで、 ε_x^e ；除荷により回復する弾性ひずみ、 ε_x^r ；衝撃後、測定までの時間中に回復するひずみ、 ε_x^p ；衝撃後の残留ひずみ。そこで、実験的に求められた最大ひずみと修正法により求められた最大ひずみとの比較を行ったものが Fig. 9 である。ただし、 ε_x^r はひずみ速度が小さいときには比較的大きな値であるが、高ひずみ速度下では小さく、試料の温度上昇によると考えられるが本実験ではひずみ値で約 0.5 % 程度なので無視した。また ε_x^e は塑性ひずみやひずみ速度の関数と考えられるが充分なデータがないので、ここでは便宜的に衝突端での軸方向永久ひずみ (Fig. 9 中の ε_{exp}) と修正法により求められたひずみ (ε_{mod}) を比較した。なお、衝撃端での軸方向ひずみは、衝撃端での円周方向ひずみ ε_θ^p から体積一定の条件を示す式(15)を用いて求めた。

$$\varepsilon_x^p = 1 - \frac{1}{(1 + \varepsilon_\theta^p)^2} \quad (15)$$

図から明らかなように、除荷による回復ひずみを加えることなしに実験値は修正法による値より大きく、高分子材料特有の最高荷重への到達後も塑性変形が大きく進行することを示している。したがって、実験値として求められた衝撃端ひずみを用いて応力・ひずみ曲線中の一点を決定するにはやや無理があると考えられる。

6・3 ひずみ速度の評価

ひずみ速度が弾性棒内を伝ばする波の測定値から比較的簡単に求められる SHPB 法と比較して、本論文で用いている自由端をもつ一端衝撃変形を受ける試験片は、軸方向へひずみの分布をもつためひずみ速度の評価が著しく困難である。¹⁶⁾ そこで、これまで Taylor により導出された平均ひずみ速度を示す次式が多く用

Fig. 10. Relation of impact velocity and mean strain rate.

Fig. 11. Comparison between the yield stress from Modified theory and that in Ref. 9) against strain rate.

いられている。¹⁾

$$\dot{\varepsilon} = \frac{V}{2(L_0 - X)} \quad (16)$$

ここで X ；衝突後の未変形長さ、 V ；衝突速度
そこで、本論文においても上式を用いてひずみ速度を求め、衝突速度との関係を Fig. 10 に示す。試料長が異なれば同一衝突速度に対するひずみ速度は異なるが傾きはほとんど等しく定性的にはよく一致していると思われる。このひずみ速度に対して、修正法により求めた応力を Fig. 11 に示す。ポリ塩化ビニルに関する高ひずみ速度下での挙動についてはほとんど報告されていないので、高ひずみ速度下では SHPB 法を用いている Chou 等の結果を $\dot{\varepsilon} = 10^{-4}(\text{sec}^{-1})$ の応力値で標準下して他の高分子材料と比較することで実験結果の妥当性を検討した。引用している値は $\varepsilon = 0.1$ に相当する値であり本実験結果は Fig. 10 から明らかなように永久ひずみで 0.2~0.3 の範囲であるがほとんど加工硬化しないこと、式(16)のひずみ速度は平均値であるため衝撃端におけるひずみ速度はもう少し大きいと考えられること、さらに断熱圧縮による温度上昇の結果生じる軟化などを考慮すれば修正法により求められ

た動的降伏応力は他の結果と比較しても妥当と考えられる。

7 結 論

本論文では、まずHutchingsにより導出された動的降伏応力を求める一連の式の問題点を指摘し、その後、実験結果をもとにしたその修正法を提案し、さらにHutchings法より実際の挙動をよく表すことをポリ塩化ビニルを用いて示した。この修正法の一般化には、他の高分子材料への適用、さらに実験技術としては衝撃応力の正しい評価など確認されるべき点はあるが、一端に衝撃を与える方法により試料の動的降伏応力を決定するには、Hutchings法より本論文で提案した修正法が妥当と考えられる。

(昭和58年12月8日 第1回材料の衝撃問題シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) G. I. Taylor, Proc. Roy. Soc., Ser. A, 194, 289 (1948).
- 2) J. B. Hawkyard, Int. Mech. Sci., 19, 313 (1969).
- 3) 内田幸彦, 塑性と加工, 19, 386 (1978).
- 4) M. S. J. Hashmi and P. J. Thompson, Int. J. Mech. Sci., 19, 273 (1977).
- 5) U. Gerlach and G. Paulus, J. Appl. Phys., 53, 366 (1982).
- 6) 成沢郁夫, “高分子材料強度学”, 第1版, はしがき (1982) オーム社.
- 7) 茶谷明義, 放生明広, 材料, 26, 137 (1976).
- 8) E. W. Billington and C. Brissenden, Int. J. Mech. Sci., 13, 531 (1971).
- 9) S. C. Chov, K. D. Robertson and J. H. Rainey, Exp. Mech., 13, 422 (1973).
- 10) I. M. Hutchings, J. Mech. Phys. Solids, 26, 289 (1979).
- 11) E. H. Lee and S. J. Tupper, J. Appl. Mech., 21, 63 (1954).
- 12) 関戸義人, 塑性と加工, 11, 749 (1970).
- 13) 牧野内昭武, 塑性と加工, 20, 618 (1979).
- 14) 牧野内昭武, 第34回塑加連講演会論文集, p. 329 (1983).
- 15) 若杉昇八, 後藤善弘, 西 雄一, 材料, 28, 523 (1979).
- 16) 西山卯二郎, 谷村真治, 日本機械学会論文集, 36, 714 (1970).
- 17) 林 卓夫, 山村陽茂, 日本機械学会論文集, 46, 1096 (1980).
- 18) I. M. Hutchings and T. J. O'Brien, Int. J. Mech. Sci., 23, 255 (1981).