実働荷重下における FRP の疲労寿命推定に関する研究[†]

網 島 貞 男* 谷 本 敏 夫*

松 岡 敬** 越 智 昭 夫***

Fatigue Life Estimation of FRP under Random Loading

by

Sadao AMIJIMA*, Toshio TANIMOTO*, Takashi MATSUOKA**
and Akio OCHI***

Investigation was made on the estimation method of fatigue life for FRP under various random load patterns generated with a micro-computer. Both the constant stress amplitude and the random loading tests were carried out by a hydraulic fatigue testing machine.

The distributions of peak stress amplitude and power spectral density were investigated in order to identify the statistical nature of random load being applied on the test specimen.

The probability density distribution of peak stress was evaluated by the two-parameter Weibull distribution for convenience and the Zero-crossing method was used for counting the number of cycles of random load.

The test results showed that the fatigue life under the Gaussian narrow-band and wide-band random loads could be estimated to some extent by the modified equivalent stress amplitude method based upon Miner's rule.

キー・ワード：FRP，信頼性，実働荷重波形，寿命推定

1 緒 言

FRP が機械・構造物や機械部品に広はんに用いられるようになり，実働荷重下における寿命推定方法の系統的な研究を行っておくことが，ますます重要となってきた。^{1,2)} 一般に，実働荷重下における疲労試験を行う場合に，基本的な荷重波形として用いられる実働荷重波形を大きく分類すると，周波数成分が狭い範囲に集中している狭帯域波，周波数成分が広い範囲に分布している広帯域波，そして低周波数成分上に高周波数成分が重なり合った重量波の3種類がある。このような複雑に変動する実働荷重下での疲労寿命予測は，構造物の安全性確保の観点からも重要と考えられる。しかしながら，このような実働荷重下での疲労試験は，^{3,4)} 金属材料については種々の検討がなされているが，FRP 材についてはほとんどなされていないのが現状である。

そこで，本報では，実働荷重下における FRP 材の疲労寿命推定方法を確立するために，マイクロコンピュータ等によりシミュレートされた各種プログラム荷重波形および実働荷重波形を用いて，前報で報告した同じ FRP 試験片（基材：不飽和ポリエステル樹脂，補強材：朱子織ガラス布，ガラス繊維体積含有率 V_f

⁵⁾ =40%) に対して，引張圧縮疲労試験を実施した。その結果，得られた疲労寿命データに対して，荷重波形が有する極大値応力頻度分布や零値経過数に着目し，^{6,7)} マイナー則を基本とした等価応力評価による疲労寿命推定の有効性について検討したものである。

2 試験片および実験方法

試験片は，試験前の環境条件を一定にするため，温度 $296 \pm 1\text{K}$ ，湿度 $60 \pm 5\%$ の恒温恒湿槽内に48時間以上保持した後，取り出して実験に供した。

疲労試験装置としては，電気油圧サーボ式疲労試験装置（島津サーボパルサー EHF-EA5）を用い，荷重方式はすべて荷重制御による引張圧縮とした。

疲労試験装置への入力としては，各疲労試験に応じて4種類のファンクションジェネレータを用い，一定振幅疲労試験に用いた正弦波は疲労試験機に設置されている内部関数発生器を用い，また，各種プログラム荷重波形はプログラマブルファンクションジェネレータ（WAVETEK-175）より発生させた。さらに，各種実働荷重波形は，任意のランダム波を作製することのできるマイクロコンピュータ（NEC，PC-8001 mKII）を利用した任意波形発生装置および，長時間の周期を有する狭帯域，広帯域波形を発生することのできる自

[†] 原稿受理 昭和59年6月5日 Received June 5, 1984

* 正会員 同志社大学工学部 京都市上京区烏丸今出川，Faculty of Engineering, Doshisha University, Karasumaimadegawa, Kami-kyo-ku, Kyoto

** 正会員 近畿大学工学部 呉市広町，Faculty of Engineering, Kinki University, Hiro-cho, Kure

*** 松下電器産業(株) 大阪府門真市，Matsushita Electric Industrial Co., Ltd., Kadoma

作のデジタル回路によるランダム波形発生装置を用いて発生させた。

また、疲労試験中の極大値応力分布およびパワースペクトル密度の測定は、トランジェントメモリスコープ（日立電子、VC-8014 B）およびスペクトルアナライザ（タケダ理研、TR 9405）を用い、各測定器とマイクロコンピュータ（ヒューレットパッカードHP-87）とを GPIB バスを介して接続し、自動計測処理を行った。

3 実験結果および考察

3・1 実働荷重下における疲労寿命推定

3・1・1 実働荷重波形の統計的性質 従来から、実働荷重波形の統計的性質を知るために、第一に疲労寿命に大きく影響を及ぼす不規則応力変動についての極大値応力ひん度解析、第二に実働荷重波形の中にいかなる周波数成分が存在しているかという点についてのパワースペクトル密度解析の二つが行われてきた。⁸⁾

ところで、定常ガウス性ランダム荷重は、統計的性質が完全に規定されるため、解析や数学的取扱いが簡単であり、実際の多くのランダム荷重がガウス性ランダム荷重で近似できる等の理由により、本研究では、定常ガウス性ランダム荷重を対象に疲労寿命の検討を行うことにした。

S.O. Rice は、平均値が0の定常ガウス性ランダム派 $x(t)$ の基本的な統計的性質である零値経過数、および極大値分布について検討している。一般に、標準偏差 S_x を用いて定常ガウス性ランダム波 $x(t)$ を無次元化した無次元ランダム波 $y(t) (=x(t)/S_x)$ における極大値の確率密度関数 $f_p(y)$ 、および累積分布関数 $F_p(y)$ はそれぞれ次式で与えられる。¹⁰⁾¹¹⁾

$$f_p(y) = \sqrt{\frac{1-\lambda^2}{2\pi}} \exp\left\{-\frac{y^2}{2(1-\lambda^2)}\right\} + \lambda y \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) \Phi\left(\frac{\lambda y}{\sqrt{1-\lambda^2}}\right) \quad (1)$$

$$F_p(y) = \Phi\left(\frac{y}{\sqrt{1-\lambda^2}}\right) - \lambda \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) \Phi\left(\frac{\lambda y}{\sqrt{1-\lambda^2}}\right) \quad (2)$$

ここで、 $\Phi(\cdot)$ は標準正規分布 $N[0, 1]$ の分布関数であり、 λ は不規則度といわれ波の乱れの程度を表すものである。

さて、式(1)で示される極大値応力の密度関数 $f_p(y)$ は、不規則度 λ により大きく変化する。例えば、1回のゼロクロスに対して極大値がほぼ一つ現れる狭帯域波の場合、 λ は1に近づき、極大値の確率密度関数 $f_p(y)$ はレーレ分布となり、 $\lambda \rightarrow 0$ なる広帯域波は正規分布に近づく。しかし、一般には極大値応力分布は、正規分布とレーレ分布の中間のものであることが多い。また、機械・構造物に作用するランダム波の不規則度

λ は、1に近い場合がほとんどである点を考え合せると、式(1)に示したような広範囲にわたる極大値の確率密度分布式を用いるよりも、数学的に取り扱いやすい近似分布を用いても、實際上、何ら不都合な点は生じないものと思われる。そこで、本研究では、パラメータを変化させることにより種々の分布形状を表すことのできる2母数ワイブル分布に近似し、疲労寿命推定を行うことにした。¹²⁾

また、Fig. 1 は、種々の λ に対して式(2)に示した極大値の累積分布関数 $F_p(y)$ をワイブル確率紙上に示したものである。極大値の累積確率の低い部分では、 λ が小さくなるにつれて直線性を失うが、累積確率の高い部分、つまり破壊に大きく寄与すると考えられる

Fig. 1. Peak stress distribution on Weibull probability paper for each irregularity ratio.

高応力部分では、どの λ に対してもほぼ直線とみなすことができる。さらにまた、実際に作用するランダム波の多くは狭帯域波に近いことも考えるならば、極大値分布を2母数ワイブル分布で近似してもさしつかえないものと思われる。よって、本研究では、応力の確率過程を $\sigma(t)$ とし、極大値の確率密度関数 $f_p(\sigma)$ 、および累積分布関数 $F_p(\sigma)$ を次式の2母数ワイブル分布で表すことにした。

$$f_p(\sigma) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{\sigma}{\beta}\right)^{\alpha-1} \exp\left\{-\left(\frac{\sigma}{\beta}\right)^{\alpha}\right\} \quad (3)$$

$$F_p(\sigma) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{\sigma}{\beta}\right)^{\alpha}\right\} \quad (4)$$

3・1・2 等価応力評価 本研究では、FRP のランダム荷重下での疲労寿命推定を行うために、マイナー則を基本とした等価応力評価方法を用いた。等価応力 σ_{eff} は、極大値の確率密度関数 $f_p(\sigma)$ を用いて、次式のように表される。¹³⁾

$$\sigma_{\text{eff}} = \left(\frac{\int_0^{\infty} \sigma^m f_p(\sigma) d\sigma}{\int_0^{\infty} f_p(\sigma) d\sigma} \right)^{1/m} \quad (5)$$

また、式(5)に式(3)を代入し、ガンマ関数 $\Gamma(\cdot)$ を用いて表すと、

$$\sigma_{\text{eff}} = \beta \left\{ \Gamma\left(\frac{m}{\alpha} + 1\right) \right\}^{1/m} \quad (6)$$

となる。このように、正側の極大値応力に着目した場合、理論的には等価応力 σ_{eff} は、2母数ワイブル分布における二つのパラメータ α 、 β および基本 $S-N$ 曲線 ($\sigma^m \cdot N = C$) における材料定数 m より求めることができる。

3・2 一定振幅疲労試験結果

本研究では、10 Hz の正弦波形および三角波形下において、各応力レベルで10本以上の試験片を用いることにより、疲労寿命推定の基礎となる $S-N$ 曲線を求めた。

Fig. 2, 3 は、それぞれの $S-N$ 曲線を示している。図中の各プロットは、2母数ワイブル分布で近似したときの寿命の期待値であり、実線は $S-N$ 曲線を式(7)で近似したものである。また、破線は実測値の各期待値に対して、より実測データに忠実に適合する $S-N$ 関係を表すために、式(8)に示すような近似式を用いて求めたものである。

$$\sigma^m \cdot N = C \quad \begin{cases} \text{正弦波; } m=12.2, c=1.29 \times 10^{30} \\ \text{三角波; } m=11.6, c=8.39 \times 10^{28} \end{cases} \quad (7)$$

$$\sigma^{m'} \cdot \log N = C' \quad \begin{cases} \text{正弦波; } m'=1.28, c'=2.07 \times 10^3 \\ \text{三角波; } m'=1.19, c'=1.40 \times 10^3 \end{cases} \quad (8)$$

Fig. 2. $S-N$ curve and expected fatigue life data under the constant stress amplitude (Sinusoidal wave).

Fig. 3. $S-N$ curve and expected fatigue life data under the constant stress amplitude (Triangular wave).

3・3 プログラム荷重波形を用いた等価応力評価の適用とその有効性の検討

さきの等価応力評価によるランダム荷重下での疲労寿命の推定方法が、FRP 材に対して有効であるかを明確にするために、極大値の応力分布が既知である三角波を基本としたプログラム周期51.2秒の各種プログラム荷重波形を用いて疲労試験を実施した。

(1) 小頻度高応力の取り扱い方 実働荷重波形に含まれている高応力部分は、小頻度ではあるが疲労損傷に及ぼす影響は大きく、疲労寿命を的確に推定するためには、この点をどのように取り扱うべきか十分に検討しておかねばならない。このような観点から、小頻度高応力を含む割合が異なる2種類のプログラム荷重波形 LIMIT-1, 2 波を用いて疲労試験を実施した。

Fig. 4 は、LIMIT-1, 2 波の1周期に含まれている極大値応力を0から最大極大値応力まで、10ないし8分割したものである。縦軸はピーク応力の確率密度、

Fig. 4. Peak stress distribution (LIMIT-1, 2 waves).

横軸は極大値応力 σ を尺度母数 β で割って、無次元化した極大値応力をとっている。この確率密度を2母数ワイブル分布で近似したものが図中の曲線であり、両波形とも形状母数 α は約1.8であるが、無次元化最大極大値応力 $(\sigma/\beta)_{\text{max}}$ はそれぞれ2.37, 1.95と変化させた。ただし、両波形とも $\lambda=1$ の狭帯域波であり、ゼロクロス1回ごとに一つの極大値を有する波形である。

これらの荷重波形による疲労試験結果を、式(5)により求めた等価応力 σ_{eff} で評価し、破壊までの繰返し数 N をとった $S-N$ 曲線が Fig. 5 である。この図から

Fig. 5. Relation between equivalent stress amplitude calculated by eq. (5) and fatigue life (LIMIT-1, 2 waves).

明らかなように、各寿命値は基本 S-N 曲線よりもかなり上方に位置している。これは、式(5)では応力が無限大まで作用しているとして等価応力を算出しているため、実際に作用しているよりも高応力部まで評価したためと考えられる。したがって、高応力部の応力頻度が少ない LIMIT-2 波の方が LIMIT-1 波よりも、その傾向が強く現れた。極大値の確率密度関数 $f_p(\sigma)$ の積分範囲の上限は、理論的には $\sigma = \infty$ であるが、実際の応力振幅は機械の使用限界などと関連し、ある有限の値 σ_{pmax} に制限されるため、作動応力が無限大であると考えすることは、疲労損傷を取り扱ううえで不都合である。よって、極大値の確率密度関数 $f_p(\sigma)$ の存在範囲は、実際に観測される最大極大値応力 σ_{pmax} までとし、次式により数値積分を行うことにより等価応力を求めた。

$$\sigma_{eff} = \left(\frac{\int_0^{\sigma_{pmax}} \sigma^m f_p(\sigma) d\sigma}{\int_0^{\sigma_{pmax}} f_p(\sigma) d\sigma} \right)^{1/m} \quad (9)$$

Fig. 6 は、この σ_{eff} を用いて先の実験結果を整理し直した S-N 曲線である。この図において、直線と各プロットはほぼ一致しており、積分範囲を最大極大値応力 σ_{pmax} までとすることにより、ある程度まで寿命推定が可能であることが明らかとなった。

(2) 不規則度の影響 ここでは、実働荷重波形を

Fig. 6. Relation between equivalent stress amplitude calculated by eq. (9) and fatigue life (LIMIT-1, 2 waves).

取り扱う場合に、理論的にも実用上からも重要であると思われる不規則度 λ の影響について検討を行うために、 λ が 1.00, 0.90, 0.75 であるプログラム荷重波形 IRREGULAR-1, 2, 3 波を用いて、疲労試験を実施した。ただし、不規則度 λ の影響のみを知るために、これら 3 波形とも形状母数 α は約 1.7 とし、同一の分布形状を呈するように作成した。

本研究では、実働荷重波形の繰返し数として、波の乱れの影響を比較的受けにくいと考えられるゼロクロス数（零値経過数）をとることにし、これらのプログラム荷重波形下における疲労寿命データを、等価応力評価した S-N 曲線が Fig. 7 である。この図から明らかなように、不規則度 λ の差による寿命推定結果への影響はほとんどみられないことから、実働荷重波形の繰返し数としてゼロクロスの数を取り、等価応力評価を行うことにより、ある程度まで寿命推定が可能であることが判明した。

Fig. 7. Relation between equivalent stress amplitude and fatigue life (IRREGULAR-1, 2, 3 waves).

3.4 各種実働荷重波形下での疲労寿命推定

実働荷重波形に含まれている周波数成分により大きめに分類すると、狭帯域波、広帯域波および重畳波の 3 種類があげられる。特に、広帯域波による疲労試験は従来、設備や技術の面から困難であるとされてきたが、本研究ではマイクロコンピュータを利用して、1 周期が約 8 分の任意の荷重波形を作り出すことのできる波形発生システムを開発し、各種実働荷重波形下での疲労試験を可能にした。

本研究では、このシステムを使用して、9~11 Hz 付近にのみパワースペクトル密度を有する狭帯域波 MC-N 波、0 Hz 付近から 20 Hz 付近まで一様なパワースペクトル密度を有する広帯域波 MC-W 波、および 1 Hz と 20 Hz 付近に二つのパワースペクトル密度の山を有する重畳波 MC-S 波の 3 種類の荷重波形を用いて、疲労試験を実施した (Fig. 8 参照)。

Fig. 9 は、各波形に対する疲労寿命データを等価応力評価し、ゼロクロスの数を繰返し数としてとった S-N 曲線である。この図において、MC-N 波の寿命

Fig. 8. Actually observed waves.

Fig. 9. Relation between equivalent stress amplitude and fatigue life (MC-N, W, S waves).

値は基本 $S-N$ 曲線とほぼ一致しているが、MC-W 波および MC-S 波については、プロットが直線より若干右にずれる傾向がみられる。これは疲労寿命推定を行う際、周波数 10 Hz の一定振幅荷重下における疲労寿命データに対する $S-N$ 曲線を用いているため、各実働荷重波形に含まれている他の周波数成分の差が、疲労寿命推定誤差をもたらしたと思われる。しかしながら、これらの荷重波形下における疲労寿命推定は基本 $S-N$ 曲線のばらつきの範囲内であることから、パワースペクトル密度の異なる荷重波形に対しても、等価応力評価を適用することにより、ほぼ疲労寿命推定が可能であることが判明した。

3・5 完全実働荷重波形下での疲労寿命推定

構造部材等に作用する実働荷重波形は、本来周期はなく、実験室内においてそのような荷重波形についての疲労試験を実施することは、実際には非常に困難である。そこで一般には、ホワイトノイズをフィルタに通すことにより得られた波形を、データレコーダに記録し、この波形を繰返し再生することにより疲労試験

が行われている。

本研究では、比較的周期の長い波形を完全実働荷重波形と呼ぶことにし、この種の波形を得るために、デジタル回路によるランダム荷重波形発生装置を製作した。この装置は、Fig. 10 に示す FUNC-N 波と FUNC-W 波を発生させることができる。また、これらの波形のパワースペクトル密度分布および極大値応力分布をそれぞれ Fig. 11 および Fig. 12 に示す。FUNC-N 波は 10 Hz 付近に鋭いピークを有する狭帯域波であり、FUNC-W 波は約 30 Hz 付近までゆるやかなパワースペクトル密度を有する広帯域波である。

Fig. 13 は、これら 2 種類の完全実働荷重波形下における疲労寿命データを、等価応力評価し横軸にゼロクロスの数をとった $S-N$ 曲線である。この図から明らかなように、両波形に対しては疲労寿命推定は可能であるが、FUNC-W 波の方が FUNC-N 波よりも若干安全側に位置している。この場合においても、一定振

Fig. 10. Actually observed waves.

Fig. 11. Power spectral density and histogram of peak stress distribution (FUNC-N wave).

Fig. 12. Power spectral density and histogram of peak stress distribution (FUNC-W wave).

Fig. 13. Relation between equivalent stress amplitude and fatigue life (FUNC-N, W waves).

幅疲労試験結果(周波数 10 Hz, 正弦波)を用いて, 他の周波数成分も含まれた広帯域波形下での寿命推定を行ったため, このような推定誤差が生じたものと考えられる。しかしながら, 繰返し周期が長い実働荷重波形が作用する場合でも, 実際に極大値応力分布を求めて等価応力評価を行えば, 先と同様に寿命推定が可能であることが判明した。

3・6 修正等価応力評価による疲労寿命推定

前節まで述べてきた等価応力評価による寿命推定結果は, すべてに共通して, 高応力部では安全側に, 低応力部では危険側に推定される傾向がある。これまで, FRP の一定振幅荷重下における S-N 曲線は, 両対数グラフ上で直線であるという仮定に基づいて論じてきたが, Fig. 2, 3 に示す S-N 曲線には, 実働荷重下での寿命推定を的確に遂行するために, 高応力部までの疲労寿命データを含んでおり, 両対数グラフ上では明らかに曲線となっている。したがって, これを直線と

みなし, マイナー則に基づいた等価応力評価による寿命推定を行うことは, 必ずしも妥当ではないと思われる。

本節では, より正確に寿命推定ができるように, Fig. 2, 3 に破線で示すような両対数グラフ上での対数近似曲線式(8)を, 基本 S-N 曲線の一例として用いることにより, 先と同様の応力評価を行った。この基本 S-N 曲線を用いた等価応力評価を, ここでは修正等価応力評価と呼び σ_{eff}^* で表すことにする。 σ_{eff}^* は次式で表される。

$$\sigma_{\text{eff}}^* = \left\{ \frac{C'}{\log \left(\frac{\int_0^{\sigma_{p\max}} f_p(\sigma) d\sigma}{\int_0^{\sigma_{p\max}} f_p(\sigma) \cdot 10^{-(C'\sigma^m)} d\sigma} \right)} \right\}^{1/m'} \quad (10)$$

ここで, 先に示した 3 種類のパターンに対する等価応力評価による寿命推定結果を, 修正等価応力評価により整理しなおした S-N 曲線が, Fig. 14~16 である。

これらの図から明らかなように, いずれの波形に対しても修正等価応力評価を行えば, 従来の等価応力評価よりも, さらに精度よく寿命推定が可能であることがわかる。したがって, 一定振幅荷重下における疲労寿命データをできる限り多く蓄積しておき, その疲労寿命データにより fit とするような基本 S-N 曲線式を用いた応力評価を行うことにより, 各種実働荷重下で

Fig. 14. Relation between modified equivalent stress amplitude calculated by eq. (10) and fatigue life (LIMIT-1, 2 waves).

Fig. 15. Relation between modified equivalent stress amplitude calculated by eq. (10) and fatigue life (MC-N, W, S waves).

Fig. 16. Relation between modified equivalent stress amplitude calculated by eq.(10) and fatigue life (FUNC-N, W waves).

の疲労寿命を的確に推定できるものと思われる。

4 結 言

FRP の実働荷重下における疲労寿命推定を遂行するにあたり、任意のランダム波を作成することのできるマイクロコンピュータを利用した任意波形発生装置、およびデジタル回路によるランダム波形発生装置を製作し、種々の実働荷重波形下での疲労試験を実施した。その結果、実働荷重波形の極大値応力分布を2母数ワイブル分布で近似し、マイナー則に基づいた等価応力評価を行い、さらに、繰返し数として零値経過数を用いることにより、ある程度寿命推定が可能であることが判明した。また、一定振幅疲労試験の寿命データに対して、より忠実に適合するような基本S-N曲線を用いた修正等価応力評価を行えば、さらにより精度で寿命推定が可能であることが示された。

なお、本研究にあたり樹脂を提供していただいた大日本インキ化学工業(株)に感謝の意を表する。

(昭和59年3月22日 第13回 FRP シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) T. Tanimoto S. Amijima and H. Ishikawa, Proc. of US-JAPAN Joint Conf. on Composite Material, p.145 (1981).
- 2) 網島貞男, 谷本敏夫, 松岡 敬, 材料, **30**, 1190(1981).
- 3) 田中道七, 出納真平, 材料, **19**, 629 (1970).
- 4) 山田敏郎, 北川 茂, 日本機械学会論文集, **32**, 1021 (1966).
- 5) 網島貞男, 谷本敏夫, 松岡 敬, 材料, **31**, 1156(1982).
- 6) 岡村弘之, 板垣 浩, “強度の統計的取扱い”, p.90 (1979).
- 7) 石川 浩, 材料, **24**, 914 (1975).
- 8) 田中道七, 柴田俊忍, 材料, **17**, 72 (1968).
- 9) S.O. Rice, Bell. Syst. Tech. J., 23 and 24 (1944 and 1945).
- 10) 薄 一平, 航空宇宙技術研究所報告, 688, 1 (1981).
- 11) P.H. Wirsching and E.B. Haugen, Trans. ASME, Journal of Engineering Materials and Technology, **34**, January (1974).
- 12) M. Shinozuka and J.N. Yang, J. Sound Vib., **16**, 505 (1971).
- 13) M. A. Miner, Tran. ASTM, J. Appl. Mech., **67**, A-159 (1945).
- 14) 田中道七, 山元 茂, 材料, **22**, 550 (1973).
- 15) 田中道七, 山元 茂, 関 護雄, 材料, **21**, 766 (1972).
- 16) V. P. コガエフ, 大橋義夫 (訳), “信頼性設計の基礎”, p.183 (1982).
- 17) 北川英夫, 福田収一, 西山晟人, 日本機械学会論文集, **43**, 2439 (1977).
- 18) 河本 実, 石川 浩, 日本機械学会誌, **72**, 1367(1970).
- 19) 菊川 真, 城野政弘, 溝口孝遠, 田中健一, 日本機械学会論文集, **43**, 2011 (1977).