一方向連続繊維強化複合材料の最弱面の破壊じん性と巨視き裂初生モデル†

関 根 英 樹* 鈴 木 寛**

Fracture Toughness for Transverse Loading and a New Model of Crack Initiation in Unidirectional Fiber Reinforced Composites

by

Hideki SEKINE* and Hiroshi SUZUKI**

Fracture toughness tests were carried out to clarify the effects of notch root radius, notch length and specimen thickness on the fracture toughness for transverse loading of unidirectional fiber reinforced plastics. As a result, it was found that an increase of notch root radius led to higher fracture toughness, while the fracture toughness was almost constant with the change of notch length or specimen thickness. In view of the observation that the fiber-matrix interfaces debonded first in the vicinity of the notch tip and then the macroscopic crack propagated partly through the debonding interfaces and partly through the resin, a model of crack initiation of the transverse cracking was proposed. By use of the model, the relation between fracture toughness and notch root radius was explained concisely. Furthermore, it was shown that the fracture toughness of the specimen with a crack, *i.e.* the minimum fracture toughness, was able to be estimated from that of the specimen with the notch.

キー・ワード: FRP, 破壊じん性, 巨視き裂初生モデル, 切欠き先端半径, 微視破壊, 界面はく離強度

1 結 言

繊維強化有機複合材料 (FRP) においては, 一般に繊維と母材の界面強度は繊維の強度にくらべ著しく低い。したがって, 強化材として連続繊維を用いた一方向連続繊維強化有機複合材料では繊維配向方向に平行な面が強度的に最弱となり, これまでこの最弱面の強度に関していくつかの検討がなされた。引張強さやせん断強さに関する山脇らによる研究, 切欠き先端前縁が繊維配向方向と同一である場合を対象として破壊じん性値に与える繊維の太さや母材の材質の影響をしらべた Sanford らによる研究, き裂進展方向と繊維配向方向が同一である場合の破壊じん性を検討した Slepetz 3) や Lee 4) による研究などがその例として挙げられる。

円孔を有するクロスプライ繊維強化有機複合材料の平板の引張試験を行い, 円孔の半径を変えたときの引張強さの変化を検討して, これまでにいくつかの破壊のモデルが提案されている。Waddoups 5) は円孔の縁に損傷域が発生することを考慮に入れ, Irwin 流の塑性修正の考え方にならって円孔の縁から負荷方向と垂直に延びるき裂でおきかえることができる Intense 6,7) energy region を考えた。また, Whitney や Nuismer は破壊のモデルを, 円孔の縁から負荷方向と垂直な方

向のある点までの平均応力もしくは負荷方向と垂直な方向のある点の応力が引張強さに達すると複合材料は破壊するとした破壊モデルを提案している。さらに Whitney らの破壊モデルをより実験結果に合うように修正した Pipes 8) の研究もあり, それぞれの破壊モデルの有効性が主張されている。

繊維強化有機複合材料のモード I の破壊じん性値 K_{Ic} におよぼす種々の影響についてもこれまでに検討がなされている。Mandell 9) らはクロスプライ繊維強化有機複合材料について, Gaggar 10) らはチョップドストランドマット有機複合材料について切欠き先端半径が破壊じん性値におよぼす影響を実験的に検討し, クロスプライ繊維強化有機複合材料については 1 mm, チョップドストランドマット有機複合材料については 0.5 mm 以下の切欠き先端半径では破壊じん性値は一定値をとることを明らかにした。切欠き比および試験片厚さの破壊じん性値におよぼす影響に関してはチョップドストランドマット有機複合材料の場合には切欠き比および試験片厚さの影響はなく, クロスプライ繊維強化有機複合材料の場合には試験片厚さは破壊じん性値に影響を与えないが, 切欠き比についてはその増加に伴って破壊じん性値は増加することが報告されている。12) 13) また, 最近, 著者らはクロスプライ繊維強化有

† 原稿受理 昭和60年5月17日 Received May 17, 1985

* 正 会 員 東北大学工学部 仙台市荒巻字青葉, Faculty of Engineering, Tohoku University, Aza-aoba, Aramaki, Sendai

** 東北大学工学部 仙台市荒巻字青葉, Faculty of Engineering, Tohoku University, Aza-aoba, Aramaki, Sendai

機複合材料の積層面内方向の破壊じん性値を検討し、き裂が繊維配向方向に垂直に進展する場合が破壊じん性値が最も小さくなることを明らかにした。さらに Lee¹⁴⁾ は一方向繊維強化有機複合材料の最弱面内をき裂が繊維配向方向に進展する場合を検討し、切欠き比が増加しても破壊じん性値は変化しないことを報告している。しかし、一方向繊維強化有機複合材料の最弱面内をき裂が繊維配向方向に垂直に進展する場合の破壊じん性値におよぼす切欠き先端半径、試験片厚さ、切欠き比の影響についてはこれまでに検討がなされていない。

本研究はガラス連続繊維を強化材とした一方向繊維強化エポキシ樹脂複合材料を対象としてコンパクトテンション試験片を作製し破壊じん性試験を行い、最弱面のモード I の破壊じん性の検討を行った。破壊じん性値は ASTM E399-81¹⁵⁾ に準拠し、5% オフセット法により求めた。切欠き先端半径や試験片厚さおよび切欠き比による破壊じん性値への影響を検討し、さらに破壊じん性値におよぼす切欠き先端半径の影響を徹底的に破壊に立脚した新しいモデルを用いて説明した。

2 実験方法

一方向ガラス連続繊維強化エポキシ樹脂複合材料を用いて破壊じん性試験を行った。繊維体積含有率は 64.4% である。本供試材の構成素材の物性値を Table I に示す。

Table I. Mechanical properties of glass fibers and epoxy resin.

	Glass fibers	Epoxy resin
Young's modulus (GPa)	72.5	3.24
Poisson's ratio	0.22	0.38
Density (kg/m ³)	2.54×10 ³	1.18×10 ³

Fig. 1 は本実験に用いたコンパクトテンション試験片の形状と繊維配向の様子を模式的に示したものである。図に示されるように切欠き先端前縁は繊維配向方向と平行である。本実験では、破壊じん性値に及ぼす試験片の寸法の影響を明らかにするために試験片の寸法が切欠き先端半径 $\rho=0.075$ mm, 切欠き比 $a/W=0.5$, 板厚 $B=10$ mm の試験片を標準として、 ρ については 0.075, 0.25, 0.5, 1.0 mm および予き裂を入れた試験片を、 a/W については 0.4, 0.5 の試験片を、 B については 5.4, 10.0, 25.4 mm の試験片を準備した。予き裂の導入方法としては切欠き先端半径 $\rho=0.075$ mm, 切欠き比 $a/W=0.4$ の切欠き材に破壊じん性試験時と同一の負荷速度で負荷して切欠き先端からき裂を初生させる方法を用いた。き裂長さが異なるとコンパクトテンション試験片のコンプライアンス

Fig. 1. Geometry of compact tension specimen.

スが変化することを利用してき裂長さ a を求めた。^{*1} コンパクトテンション試験片におけるき裂長さ a とコンプライアンスの関係式としては Saxena¹⁶⁾ らによる次の表示式を用いた。

$$\begin{aligned}
 \frac{BEV_M}{P} = & \left(1 + \frac{0.25}{a/W}\right) \left(\frac{1+a/W}{1-a/W}\right) \{1.61369 \\
 & + 1.26778(a/W) - 14.2311(a/W)^2 \\
 & - 16.6102(a/W)^3 + 35.0499(a/W)^4 \\
 & - 14.4943(a/W)^5\} \quad (1)
 \end{aligned}$$

ここに P は荷重, V_M は切欠き肩部開口変位, E は繊維配向方向に垂直方向の試験片の縦弾性係数である。

破壊じん性試験は室温にてインストロン万能試験機 MODEL 1185 を用い、クロスヘッド速度 0.075 mm/min の条件下で実施した。試験時に荷重 P と切欠き肩部開口変位 V_M を X-Y レコーダで記録し、試験終了後破壊じん性値は ASTM E399-81¹⁵⁾ に準拠して 5% オフセット法により求めた荷重 P_Q を用いて算出した。

3 破壊じん性値に関する実験結果

3.1 切欠き先端半径による影響

切欠き先端半径 ρ が 0.075, 0.25, 0.5, 1.0 mm の切欠きを入れた試験片および予き裂を入れた試験片について破壊じん性試験を行い、荷重 P -切欠き肩部開口変位 V_M 線図を得た。その代表例として、 $\rho=0.075$ mm の切欠きを入れた試験片の P - V_M 線図を Fig. 2 に示す。図に示されるように、 P - V_M 曲線は負荷初期段階で線形であるが、5% オフセット荷重 P_Q の直前から非線形となる。5% オフセット荷重 P_Q を越えると最大荷重 P_{max} まで荷重は徐々に増加し、 P_{max} 以後荷重は急激に降下する。 P - V_M 線図の 5% オフセット荷重 P_Q から破壊じん性値 $K_{I,Q}$ を得た。 ρ が 0.25 mm 以上の試験片の場合には、 P - V_M 曲線は最大荷重 P_{max} までほぼ線形であり、 P_{max} に達すると突発的にき裂が進展して急激に荷重が降下する。そこでこの場合には最大荷重を P_Q として破壊じん性値を算出し

^{*1} コンパクトテンション試験片のコンプライアンスから求めたき裂長さは、試験片の両側面で実測したき裂長さに比べ小さくなる。これはき裂面上に繊維の橋渡しが存在し、き裂面で荷重を支えるためである。この結果、コンプライアンスから求めたき裂長さをを用いて計算した破壊じん性値は両側面で実測したき裂長さをを用いて計算した破壊じん性値より小さい値となる。

Fig. 2. A typical example of load P -Crack mouth displacement V_M curve.

Fig. 3. Influence of notch root radius on fracture toughness.

た。実験より得られた破壊じん性値 $K_{P,Q}$ と切欠き先端半径の平方根 $\sqrt{\rho}$ の関係を Fig. 3 に示す。図中の○印は各 ρ での破壊じん性値の平均値であり、I で実験値の上限と下限を示した。切欠き先端半径の増加にともなって破壊じん性値は増加する傾向が見られる。

クロスプライ繊維強化有機複合材料や、チョップドストランドマット有機複合材料においては切欠き先端半径が 1~2 mm を境にして切欠き先端半径がそれ以下では破壊じん性値は一定値をとり、それ以上では切欠き先端半径が増加すると共に破壊じん性値は増加するという報告^{9,10)}もあり、また同様の傾向が金属材料において見られることはよく知られている。^{17,18)}

3・2 切欠き比による影響

切欠き比 a/W が 0.4 と 0.5 の 2 種類の試験片について破壊じん性試験を行い、切欠き比 a/W の破壊じん性値 $K_{P,Q}$ におよぼす影響をしらべた。Fig. 4 にその結果を示す。図より a/W が変化しても破壊じん性値はほぼ同じ値をとることがわかる。

一方連続繊維強化有機複合材料の最弱面をき裂が繊維配向方向に進展する場合に、切欠き比が変化して

Fig. 4. Effect of notch length on fracture toughness.

も破壊じん性値は一定値をとることが明らかにされているが、本結果は一方連続繊維強化有機複合材料の最弱面内をき裂が繊維配向方向と垂直な方向に進展する場合についても、切欠き比による破壊じん性値への影響はほとんどないことを示している。

3・3 試験片厚さによる影響

試験片の板厚 B を 5.4 mm, 10.0 mm, 25.4 mm の 3 種類に変化させ破壊じん性試験を行い、試験片の板厚 B の破壊じん性値 $K_{P,Q}$ に対する影響をしらべた。実験結果を Fig. 5 に示す。図から試験片厚さが変化しても破壊じん性値はほとんど同じ値をとることがわかる。

Fig. 5. Effect of specimen thickness on fracture toughness.

金属材料において試験片の板厚が薄く平面応力状態の場合には破壊じん性値は高く、板厚を増し平面ひずみ状態となると破壊じん性値は一定値となることがよく知られている。¹⁹⁾ 一方、チョップドストランドマット有機複合材料やクロスプライ繊維強化有機複合材料の場合には金属材料にみられるような試験片の板厚の破壊じん性値に対する影響はなく、試験片の板厚が変化

しても破壊じん性値は一定値をとることが報告されている。本結果は、一方向連続繊維強化有機複合材料の最弱面内をき裂が繊維配向方向に垂直に進展する場合には、上述の繊維強化有機複合材料の場合と同様に、板厚による破壊じん性値への影響はないことを示している。

4 一方向連続繊維強化複合材料の最弱面内の巨視き裂初生モデル

4・1 切欠き先端における微視破壊

切欠き先端半径 $\rho = 0.075 \text{ mm}$ の試験片の側面に金蒸着を施し、5%オフセット荷重 P_0 付近まで負荷した後除荷し、走査型電子顕微鏡を用いて進展したき裂を観察した。試験片の両側面での平均き裂進展長さは 0.195 mm であり、この値は本試験片の初期切欠き長さの約2%であった。5%オフセット荷重は初期き裂長さの2%のき裂進展があったときの荷重を意味するが、本試験片の場合も5%オフセット荷重においてほぼ同程度のき裂進展が認められた。走査型電子顕微鏡によるき裂先端付近の代表的な観察結果を Fig. 6 に示す。き裂の進展や繊維と母材の界面はく離が生じた部分は蒸着した金が脱落して白く見える。写真よりき裂の先端の前方に繊維と母材の界面はく離しているのがわかる。この試験片にさらに負荷を加えれば図に見えるき裂とはく離が合体してき裂が進展し、さらに進展したき裂の前方に新たにく離が生ずるものと考えられる。すなわち、一方向連続繊維強化複合材料の最弱面においてき裂が繊維の配向方向に垂直に進展する場合には、負荷が増加するとき裂先端前方の繊維と母材の界面ではく離が生じ、き裂がそのはく離と合体しながら進展する。これはガラス繊維エポキシ樹脂複合材料について、負荷方向が繊維配向方向と垂直な場合のき裂進展に関する Bailey²¹⁾らの観察結果とも一致する。

Fig. 6. Scanning electron micrograph showing a crack tip and debonding.

4・2 巨視き裂初生モデル

4・1節において、き裂先端前方の繊維と母材の界面ではく離が生じ、き裂がそのはく離と合体して進展するとするき裂進展過程を明らかにした。この結果を考慮に入れて一方向連続繊維強化複合材料の最弱面内をき裂が繊維配向方向に垂直に進展する場合のき裂初生に対して次のような巨視き裂初生モデルを提案する。切欠き先端部に繊維と母材の界面ではく離が生ずる損傷域を考える。この損傷域内にはく離が生ずると、それらはき裂とただちに合体し巨視き裂が初生するとする。損傷域の領域としては切欠き先端に接する半径 R の円形領域を考える (Fig. 7)。はく離が生ずる条件としては繊維と母材の界面上の最大垂直応力 σ がはく離応力 σ_d に達したときとする。

Fig. 7. Damage zone in front of the notch tip and coordinate systems.

3・3節において述べたように破壊じん性値は試験片厚さの影響を受けないから、本試験片を x, y 面内の平面ひずみ状態にある二次元弾性体として取扱う。Fig. 7 に示すような切欠きの先端に原点をおき切欠き面に平行な方向を x 軸、垂直な方向を y 軸とする局所直角座標系 (x, y) と、切欠き先端から $\rho/2$ だけ離れた x 軸上の点を原点とする局所極座標系 (r, θ) を考える。直線切欠きを有する均質等方弾性体が切欠き面に垂直な方向の荷重をうけ切欠き先端が曲率半径 ρ の半円形の場合には、切欠き先端近傍の垂直応力 σ_x , σ_y およびせん断応力 τ_{xy} は近似的に次式で与えられる。²²⁾

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} \begin{Bmatrix} -\cos \frac{3\theta}{2} \\ \cos \frac{3\theta}{2} \\ -\sin \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} + \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{Bmatrix} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここに K_I は切欠き先端までき裂が存在する場合の応

力拡大係数である。

損傷域に働く応力の代表値として式(2)を切欠き先端に接する半径 R の円形領域で積分して得られる損傷域での平均応力 $\bar{\sigma}_x$, $\bar{\sigma}_y$, $\bar{\tau}_{xy}$ を考える。すなわち,

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_x &= \frac{1}{\pi R^2} \int_0^{2\pi} \int_0^R \sigma_x r' dr' d\theta' \\ \bar{\sigma}_y &= \frac{1}{\pi R^2} \int_0^{2\pi} \int_0^R \sigma_y r' dr' d\theta' \\ \bar{\tau}_{xy} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

損傷域に式(3)で示される一様応力が作用する場合、繊維と母材の界面上の最大垂直応力 σ を求める。複合材料に関する self-consistent 理論の考え方を採用して、任意の1本の繊維に注目し、そのまわりの領域は繊維強化複合材料を巨視的に見た場合の機械的性質と同一の性質を有する均質弾性体と見なす。注目した1本の繊維に作用する最大垂直応力 σ は一様な二軸応力を受ける均質弾性体内の1個の完全に接着された円形介在物に関する平面ひずみ問題を解いて次のように与えられる。²³⁾

$$\sigma = \frac{\bar{\sigma}_x + \bar{\sigma}_y}{2} \left\{ 1 + \frac{\Gamma(\kappa - 1) - (\kappa_f - 1)}{2\Gamma + \kappa_f - 1} \right\} + \frac{|\bar{\sigma}_x - \bar{\sigma}_y|}{2} \left\{ 1 + \frac{\Gamma - 1}{\Gamma\kappa + 1} \right\} \quad (4)$$

ここに

$$\Gamma = \frac{E_f}{E} \frac{1 + \nu}{1 + \nu_f}, \quad \kappa = 3 - 4\nu, \quad \kappa_f = 3 - 4\nu_f \quad (5)$$

なお E_f , ν_f はガラス繊維の縦弾性係数およびポアソン比であり, E , ν は繊維配向方向と垂直な面内で考えた繊維強化複合材料の縦弾性係数およびポアソン比である。

本論文で提案したモデルの巨視き裂初生の条件は, 式(4)で与えられる最大垂直応力 σ がはく離応力 σ_d に達することである。式(3)を式(4)に代入し Fig. 3 に示される $K_{\rho, Q}$ の実験値を用いて最小二乗法により R および σ_d を決定した。得られた結果を Table II に示す。^{*2} なお計算に用いた繊維強化複合材料の縦弾性係数 E およびポアソン比 ν は, Table I に示したガラス纖

Table II. Radius R of the damage zone and debonding stress σ_d .

R (μm)	142
σ_d (MPa)	112

*2 両試験片については, Table II の σ_d の値を式(4)に代入し一様な単軸引張りを受けるときの引張強さを推定したところ 83.3 MPa となった。繊維体積含有率が60%程度よく脱泡された一方向ガラス繊維強化エポキシ樹脂複合材料の繊維配向方向に垂直方向の引張強さは 60~70 MPa 程度であり²⁴⁾, 推定した引張強さは少し高い値となった。また損傷域の直径は Table II から 0.284 mm となり, 5%オフセット荷重まで負荷した後除荷したときに側面に観察されたき裂進展長さ約 0.2 mm と同じオーダーとなった。

維とエポキシ樹脂の物性値を一方向連続繊維強化複合材料の弾性定数に関する植村・山脇の式²⁵⁾

$$\left. \begin{aligned} E &= (1.025 - 0.4V_f) \frac{E_f E_m}{E_m E_f + E_f (1 - V_f)} \\ &\quad + (0.4V_f - 0.025) \{E_f V_f + E_m (1 - V_f)\} \\ \nu &= \left[(1.025 - 0.4V_f) + (0.4V_f - 0.025) \frac{E_f E_m}{E_m V_f + E_f (1 - V_f)} \right] \frac{E_f E_m}{\{E_f V_f + E_m (1 - V_f)\}} \times \{ \nu_f V_f + \nu_m (1 - V_f) \} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

に代入して算出した。ここに E_m および ν_m は母材の縦弾性係数およびポアソン比, V_f は繊維体積含有率である。この結果, 縦弾性係数 E は 17.6 GPa, ポアソン比 ν は 0.23 となった。

Table II の R と σ_d の値を用いて式(2)~(4)から得られる $K_{\rho, Q}$ と $\sqrt{\rho}$ の関係を Fig. 3 に実線で示す。この理論結果は実験結果の傾向をよく示している。Fig. 3 より最小の破壊じん性値は $\rho=0$ の破壊じん性値で十分評価できることがわかる。 $\rho=0$ すなわち Fig. 3 の $K_{\rho, Q} - \sqrt{\rho}$ 理論曲線と縦軸との交点における破壊じん性値は 2.08 MPa $\cdot$ m^{1/2} となった。予き裂を入れた試験片の破壊じん性値は 2.12 MPa $\cdot$ m^{1/2} であり理論値と良い一致をみた。

5 結 言

一方向ガラス連続繊維強化エポキシ樹脂複合材料の最弱面内をき裂が繊維配向方向に垂直に初生する場合のモード I の破壊じん性の検討を行った。破壊じん性値におよぼす切欠き先端半径や試験片厚さおよび切欠き比の影響を明らかにし, 切欠き先端半径の影響については微視破壊に立脚した巨視き裂初生モデルを用いて説明した。得られた主要な知見は以下の通りである。

(1) 破壊じん性値は切欠き先端半径が大きくなるにしたがって増加する。

(2) 切欠き長さや試験片厚さによる破壊じん性値への影響はほとんどない。

(3) 進展したき裂の先端付近を観察することにより, 一方向連続繊維強化複合材料の最弱面内をき裂が繊維の配向方向に垂直に進展する場合には, き裂先端前方の繊維と母材の界面ではく離が生じ, き裂がそのはく離と合体して進展するとする進展過程を明らかにした。

(4) (3)の結果をふまえて, 一方向連続繊維強化複合材料の最弱面内をき裂が繊維配向方向に垂直に進展する場合の次のような巨視き裂初生モデルを提案した。切欠き先端部に円形の損傷域を考え, 損傷域内の平均応力より計算した繊維と母材の界面上の最大垂直応力がはく離応力に達するとはく離が生じそれらはき裂とただちに合体し巨視き裂が初生する。

(5) 巨視き裂初生モデルを用いることにより破壊じん性値と切欠き先端半径との関係が説明できた。また、予き裂を入れた試験片の破壊じん性値（最小破壊じん性値）は切欠きを入れた試験片による結果より十分推定可能であることがわかった。

(昭和60年3月19日 第14回 FRP シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) 山脇弘一, 植村益次, 材料, **19**, 968 (1970).
- 2) R. J. Sanford and F. R. Stonesifer, J. Comp. Mater., **5**, 241 (1971).
- 3) J. M. Slepetz and L. Carlson, ASTM STP 593, 143 (1975).
- 4) S. M. Lee, J. Mater. Sci., **19**, 2278 (1984).
- 5) M. E. Waddoups, J. R. Eisenmann and B. E. Kaminiski, J. Comp. Mater., **5**, 446 (1971).
- 6) J. M. Whitney and R. J. Nuismer, J. Comp. Mater., **8**, 253 (1974).
- 7) R. J. Nuismer and J. M. Whitney, ASTM STP 593, 117 (1975).
- 8) R. B. Pipes, R. C. Wetherhold and J. W. Gillespie, Jr., J. Comp. Mater., **13**, 148 (1979).
- 9) J. F. Mandell, S. S. Wang and F. J. McGarry, Air Force Materials Laboratory Technical Report, No. AFML-TR-74-167 (1974).
- 10) S. Gaggar, J. Broutman, ASTM STP 631, 310 (1977).
- 11) H. Yanada and H. Homma, J. Mater. Sci., **18**, 133 (1983).
- 12) S. Ochiai and P. W. M. Peters, J. Mater. Sci., **17**, 2324 (1982).
- 13) 下村慶一, 鈴木 寛, 関根英樹, 日本複合材料学会誌, **11**, 21 (1985).
- 14) S. M. Lee, J. Mater. Sci. Lett., **1**, 511 (1982).
- 15) American National Standard, ANSI/ASTM E399-81, Annual Book of ASTM Standards, **10**, 592 (1982).
- 16) A. Saxena and S. J. Hudak, Jr., Int. J. Fract., **14**, 453 (1978).
- 17) J. H. Mulherin, Report No. R-1734 (1964), U. S. Army, Frankford Arsenal, Philadelphia.
- 18) T. R. Wilshaw, C. A. Rau and A. S. Tetelman, Engng. Fract. Mech., **1**, 191 (1968).
- 19) C. F. Tiffany and J. N. Masters, ASTM STP 381, p. 249 (1965).
- 20) J. F. Knott, "Fundamentals of Fracture Mechanics", p. 134 (1973) Butterworth & Co., London.
- 21) J. E. Bailey and A. Parvizi, J. Mater. Sci., **16**, 649 (1981).
- 22) M. Creager and P. C. Paris, Int. J. Fract. Mech., **3**, 247 (1967).
- 23) N. J. Muskhelishvili, "Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity", p. 215 (1953) Noordhoff, Holland.
- 24) 例えば, 文献21); D. Hull, "An Introduction to Composite Materials", p. 149 (1981) Cambridge University Press, England.
- 25) 林 毅編, "複合材料工学", p. 537 (1971) 日科技連.