高負荷応力下における切欠き底小寸法疲労き裂の進展挙動[†]西 川 出* 小 西 益 生**
三 好 良 夫*** 小 倉 敬 二***

Small Fatigue Crack Growth at Notch Root in Elastic-Plastic Range

by

Izuru NISHIKAWA*, Masuo KONISHI**, Yoshio MIYOSHI***
and Keiji OGURA***

The growth and closure behavior of a small crack initiated at a notch root was investigated for SUS 304 and SM41A steels under the situation of enhanced notch plasticity. An acceleration of growth rate as well as an increase in crack-opening range were observed for a small crack which was embedded in the notch-plastic zone. All of the growth data for the small crack at the notch root were successfully correlated with those for long cracks by the effective stress intensity factor range, ΔK_{eff} . ΔK_{eff} was found to be a controlling parameter for crack growth up to higher nominal stress range, as far as the crack closure was observed and the notch-root plastic region was surrounded by the elastic region. A primary controlling factor for the closure of the small crack at the notch root was found to be notch-root plasticity. This was supported by the analytical study by using the finite element method.

キー・ワード：疲労き裂進展，き裂開閉口，切欠き底，高負荷応力，切欠き塑性効果

1 緒 言

切欠き底の小寸法疲労き裂は停留き裂などの複雑な現象とも関連し、数多くの研究対象となってきた。近年切欠き底におけるき裂進展挙動^{1,2)}に対して微小き裂の観点からの説明が試みられている。これらの問題に対して筆者らは比較的低い負荷応力条件下における切欠き底の小寸法疲労き裂進展³⁾に対してはき裂開閉口の寄与が大きく、き裂開閉口挙動を考慮した有効応力拡大係数幅が支配力学因子であることを指摘してきた。しかし切欠き底には必ず塑性変形域^{4,5)}ができ、その中を発生したき裂が進展することから、切欠き底に発生直後の極く短いき裂の進展挙動^{6)~8)}は本質的には弾塑性破壊力学支配のように思われる。そこで本報ではまずこれまでのステンレス鋼に加え、炭素鋼の切欠き試験片を用い、切欠き底の塑性変形域が大きくなり、発生したき裂がかなりの長さになるまで完全にその中に入るような比較的高い負荷応力条件下においてき裂進展挙動と開閉口を調べ、切欠き底の小寸法き裂の進展挙動に対する真の支配因子について検討した。つぎに切欠き試験片の場合と同程度に高い負荷応力レベル下における平滑試験片の実験結果を追加し、切欠き底における弾塑性疲労き裂進展挙動との相違についても検討した。さらに切欠き底のき裂開閉がいかなる量によって規定

されているかを調べるために解析的にも切欠き底のき裂開閉口挙動を調べ、その支配因子について総合的に検討した。

2 実験方法

実験に用いた供試材は Table I に示すような化学組成を有する板厚 5 mm のオーステナイト系ステンレス鋼 SUS 304 ならびに板厚 6 mm の溶接用圧延鋼 SM41A である。試験片はまず SUS 304 鋼については Fig. 1 に示すような切欠き底曲率半径 $\rho = 0.1$ mm

Table I. Chemical composition of the material used in the experiment.

Materials	C	Si	Mn	P	S	Ni	Cr	Fe
SUS 304	0.06	0.57	0.99	0.029	0.007	8.55	18.07	R.
SM41A	0.1	0.23	0.97	0.013	0.002	—	—	R.

Fig. 1. Geometry of notched specimen.

[†] 原稿受理 昭和60年11月2日 Received Nov. 2, 1985

* 学生会員 大阪大学大学院 豊中市待兼山町, Graduate Student, Osaka University, Machikaneyama-cho, Toyonaka

** 三井造船(株) 玉野市玉原, Tamano Laboratory, Mitsui Engineering and Shipbuilding Co. Ltd., Tamahara, Tamano

*** 正会員 大阪大学基礎工学部 豊中市待兼山町, Faculty of Engineering Science, Osaka University, Machikaneyama-cho, Toyonaka

Table II. Mechanical properties of the material used in the experiment.

Materials	Yield stress σ_Y (MPa)	Tensile strength σ_B (MPa)	Elongation (%)	Hardness
SUS 304	235*	613	61.1	81 H_{RB}
SM41A	274	396	34.0	120 H_B

* 0.2% offset

の切欠き形状 (応力集中率 $K_t=8.0$)^{*1} を有する片側切欠き試験片を用いた。また SM41A 鋼については SUS 304 鋼と同様の片側切欠き試験片 ($\rho=0.1$ mm) に加え、切欠き底の曲率半径 ρ 以下の短い寸法のき裂進展挙動をより詳細に調べるために $\rho=0.5$ mm の切欠き ($K_t=4.0$)^{*1} を有する片側切欠き試験片をも用いた。さらに切欠き試験片に微小予き裂を導入した後切欠き部を機械加工で除去することにより得た縁に 0.1~0.3 mm の長さの貫通予き裂を有する SM41A 鋼平滑試験片を用いた。これらの試験片には疲労試験に先立ち SUS 304 鋼に対しては 1050℃ 30 min の溶体化処理を、また SM41A 鋼に対しては 650℃ 30 min のひずみ取り焼なましを施した。熱処理後の各材料の機械的性質を Table II にまとめて示した。

疲労試験は電気油圧式疲労試験機を用いて、両振面内曲げ負荷、荷重制御で行った。なお切欠き試験片を用いた実験の一部は応力比 0.2 で実験した。き裂長さは移動顕微鏡を用いて測定した。き裂開閉口は切欠きあるいは予き裂をまたぐように貼付したひずみゲージを用いて除荷弾性コンプライアンス法により測定した。なお荷重・変位信号はパーソナルコンピュータを用いたマシン語プログラムにより数十回の荷重繰返し中に高速サンプリングし、材料の塑性変形などによる非線形成分を減算することによりき裂開口点の高精度な検出を可能にしている。その他詳細は前報⁴⁾⁵⁾⁹⁾と同様である。

3 実験結果および考察

3・1 切欠き試験片におけるき裂進展ならびに開閉口挙動

SUS 304 鋼ならびに SM 41A 鋼の切欠き試験片を用いてそれぞれの材料の降伏応力あるいはそれ以上の公称応力条件下にて疲労試験を行った。得られた切欠き底におけるき裂進展速度を応力拡大係数幅 ΔK ($\Delta K = K_{\max}$, ($R < 0$), $\Delta K = K_{\max} - K_{\min}$, ($R > 0$)) で整理した結果をそれぞれ Fig. 2 (a), (b) に示した。図中には小規模降伏条件を満足するような長いき裂の進展曲線を実線で示してある。両図より明らかなように、両振負荷の下で切欠き底から発生した直後の寸法の小さなき裂の進展速度は長いき裂の $da/dN - \Delta K$ 曲線の上方に位置している。短いき裂の進展速度の逸脱の程

*1 有限要素解析による解

(a) SUS 304

(b) SM41A

Fig. 2. Relation between crack growth rate and SIF range of the crack emanated at notch root.

度は負荷応力が大きいほど、またき裂長さが短いほど顕著である。一方、Fig. 2 (a) に◇印で示したき裂閉口を伴わなかった応力比 $R=0.2$ 下におけるき裂の進展速度はき裂の進展に伴い単調に増加するのみであり、短いき裂の進展速度の加速は全く観察されなかった。き裂開閉口を伴う場合の切欠き底のき裂進展挙動は基本的には切欠き底において停留き裂が観察されるような比較的低負荷レベル⁴⁾⁵⁾で切欠き底に発生したき裂の進展挙動と同様である。

つぎにき裂長さに対する切欠き底のき裂開口レベル K_{op} の変化を Fig. 3 (a), (b) に示した。両図よりわかるようにき裂発生直後のき裂開口レベルは圧縮側にあるが、き裂の進展に伴い増加し長いき裂の開口レベル $K_{op\infty}$ に漸近する。このときの開口レベルの低下傾向はき裂の短いものほど顕著となっている。極めて高い負荷応力下のものを除けば、このような高負荷応力下における切欠き底のき裂の開閉口挙動もまた低負荷応力⁴⁾⁵⁾下における切欠き底のき裂の開閉口挙動と全く同様の

Fig. 3. Crack opening SIF value of the crack emanated at notch root plotted against crack length.

変化傾向である。これらのき裂開閉挙動を考慮した有効応力拡大係数幅 $\Delta K_{\text{eff}} (=K_{\text{max}} - K_{\text{op}})$ により、き裂進展速度を再整理した結果を Fig. 4 (a), (b) に示す。両図より負荷応力が 300 MPa 程度の比較的低い負荷応力で切欠き底から発生したき裂の進展速度は ΔK で整理不可能であった小さなき裂のデータ（斜線を付したデータ）をも含め、全体的に長いき裂のデータバンド内に整理されている。またこのことは切欠き底曲率半径 ρ が 0.5 mm である切欠き試験片における ρ 以下の小寸法のき裂の進展データについても全く同様であり、 ρ 以下の寸法のき裂進展に特異な挙動は認められない。一方、負荷応力レベルが大きくなると切欠き底の微小き裂の進展速度は長いき裂の進展速度より高速側に位置し、 ΔK_{eff} を用いても説明が困難となる。このような ΔK_{eff} の適用限界は材料の降伏が顕著となるため線形破壊力学が成立しなくなることに起因していると考えられる。しかし、負荷応力が大きく切欠きによる塑性効果もかなり顕著であるにもかかわらず、進

Fig. 4. Crack growth rate plotted against effective SIF range.

展速度の高速度側への逸脱の程度は後述する平滑試験片の低サイクル疲労の場合 (Fig. 4 (b)) と比較すると小さなものとなっている。このことは切欠き塑性効果が比較的顕著であっても塑性変形域が局所に限定される場合には ΔK_{eff} が極めて有効なパラメータとなり得る可能性を示唆している。

3.2 平滑試験片におけるき裂進展ならびに開閉口挙動

切欠き底のき裂進展に対して幅広い負荷応力レンジにわたって有効性を示した力学因子 ΔK_{eff} が平滑材における弾塑性き裂に対しても有効であるかを検討するために、本節では平滑試験片を用いて高い負荷応力下でのき裂進展ならびに開閉口挙動を調べた。種々の負荷応力下で得られたき裂進展速度を ΔK_{eff} で整理した結果を Fig. 4 (b) に示した。図中▲印のデータは SM41A 鋼の繰返し降伏応力以下の負荷応力で得られた結果であり、また直線は小規模降伏条件を満足するような長いき裂のマスターカーブである。公称応力が材料の降伏応力より小さい場合すなわち試験片が繰返し塑性変

Fig. 5. Crack opening behavior in SM41A smooth specimens.

形を伴わない場合のき裂進展速度はマスターカーブ上に位置するが、塑性変形を伴う場合のき裂進展速度は上方に位置している。その逸脱の程度には負荷応力依存性が認められ、負荷応力の大きなものほど顕著である。このような高負荷応力下におけるき裂進展挙動は西谷らの結果と同様である。切欠き試験片においては公称応力が繰返し降伏応力を越えてもなお ΔK_{eff} が有効であったが、平滑試験片の場合には容易にその有効性が消失することがわかる。このような ΔK_{eff} の有効性の相違は塑性変形域が局所に限定されるか否かに起因している。すなわち切欠き材では塑性変形域が切欠き底近傍に限定されるため多少大きくなっても ΔK_{eff} の有効性がそのまま維持されるものと考えられる。

このときのき裂開口比 $U = (K_{max} - K_{op}) / (K_{max} - K_{min})$ の挙動を Fig. 5 に示す。図よりき裂の進展に伴う U 値の変化はほとんど認められないが、高負荷応力になるほどその値は大きく、き裂は良く開口している。このようなき裂開口レベルの低下は、切欠き塑性効果による場合と同様、塑性変形に起因したものと考えられる。

3・3 弾塑性破壊力学的検討

切欠き底から発生したき裂の J 積分値評価は El Haddad らの提案している評価法に準じた。すなわち、き裂開口挙動を考慮した場合の J 積分幅 ΔJ_s は次式で与えられる。

$$\Delta J_s = F^2 \pi a \Delta \sigma_{eff}^2 / E + F^2 f(N) a \Delta \sigma_{eff} \Delta \epsilon_{p,eff} \quad (1)$$

ここで $f(N) = 3.85(1-N)/\sqrt{N} + \pi N$ であり¹²⁾ F は有限幅補正係数、 a および E はそれぞれき裂長さおよびヤング率である。また $\Delta \sigma_{eff}$ 、 $\Delta \epsilon_{p,eff}$ はそれぞれ切欠き底にき裂がないとしたときのき裂先端位置における有効な応力範囲ならびに塑性ひずみ範囲である。これらの値の評価法の詳細は前報に示すとおりである。

このようにして求められる ΔJ_s は切欠きによる塑性

(a) SUS 304

(b) SM41A

Fig. 6. Crack growth rate plotted against J -integral range, ΔJ .

域寸法 ω に対してき裂長さが十分小さく、き裂が完全に塑性域に埋没している状態にあるときのみ成立するものと考えられる。き裂が進展し a が ω に対して同程度の長さになると、 J 積分値は全体を弾性として算出される J 積分値 $\Delta J_a (= \Delta K_{eff}^2 / E)$ に急速に漸近するものと考えられる。モードⅢ非線形弾性体に対する有限要素解析によると、切欠き底から発生したき裂の J 値の挙動はき裂発生直後急速に増加するものの単調増加のまま長いき裂の J 値へ漸近するようである。本研究では J 値の挙動が単調増加に近づくよう急速に J_s から J_a に漸近する補間を行った。すなわち $f(a/\omega) = \sin^{1/2}(\pi/2 \cdot a/\omega)$ なる補間関数を導入して、 J 積分値を次式で評価した。

$$\Delta J = \{1 - f(a/\omega)\} \Delta J_s + f(a/\omega) \Delta J_a \quad (2)$$

先に示した切欠き試験片ならびに平滑試験片における弾塑性疲労き裂の進展速度を上述の評価に基づく ΔJ を用いて再整理した結果を Fig. 6 (a), (b) に示した。切欠き試験片について見れば、斜線を入れた高負荷応力下切欠き底の短いき裂のデータは、 ΔK_{eff} による整

理結果 (Fig. 4) と比べるとより整理される傾向にはあるが, 全体的傾向は同様となっている. 一方, 平滑試験片における整理結果は Fig. 4 (b) に示した ΔK_{eff} による整理結果とは異なり, 負荷応力に依存せずき裂進展速度は ΔJ により一本のデータバンド内に整理されるようである. 平滑試験片におけるこのような ΔJ の有効性は Dowling¹⁵⁾ や星出ら¹⁶⁾ と同様の結果となっている. Fig. 6 (a) および (b) から切欠き底あるいは平滑試験片における弾塑性き裂を問わず ΔJ は有効であり, このようなき裂の支配力学パラメータとなっていることがわかる.

3・4 考察

前節で切欠き底におけるき裂進展は弾塑性破壊力学支配現象の一つであることを明らかにした. しかし 3・1 節の Fig. 4 を見てもわかるように ΔK_{eff} による整理結果は ΔJ を用いたときと同程度に良好な結果となっていた. 本節ではまずこの原因について調べる. Fig. 7 には J 積分範囲 ΔJ を $\Delta K_{\text{eff}}^2/E$ で無次元化した量のき裂長さに対する変化を示した. 図を見てもわかるように $\Delta J/(\Delta K_{\text{eff}}^2/E)$ 値はき裂の極く短いときは 1 よりわずかに大きくなるが, ある程度き裂が進展すると 1 に等しくなる. すなわちあらゆるき裂長さに対して近似的に $\Delta J \doteq \Delta K_{\text{eff}}^2/E$ が成立していることがわかる.

つぎに切欠き底でき裂が良く開口する原因について考察する. Fig. 3 ではき裂開口レベル K_{op} の変化挙動を示したが, ここではき裂長さ a を切欠きによる繰返し塑性域寸法 ω で無次元化した値を用いて再整理した結果を Fig. 8 (a), (b) に示した. ω の値は Lukás¹⁷⁾ の切欠き底の弾性応力分布を与える式を用いて, 近似的に次式から算出した.*2

Fig. 7. Comparison between the values of ΔJ and $\Delta K_{\text{eff}}^2/E$ for the crack at notch root of SUS304.

*2 有限要素解析によると Lukás の式による曲げ負荷下切欠き底応力分布の評価誤差は本研究で適用した最大寸法 $x=20\rho$ に対して 20% 以下であった.

(a) SUS 304

(b) SM41A

Fig. 8. Relation between crack opening stress intensity and dimensionless crack length.

$$\omega = \rho[(K_t \Delta \sigma / \Delta \sigma_y)^2 - 1] / 4.5 \quad (3)$$

a/ω による整理結果からわかるようにき裂開口レベルが長いき裂の開口レベル $K_{\text{op}\infty}$ に遷移するき裂長さ a^* は負荷応力にはほとんど依存せず, SUS 304 鋼では $a^*/\omega \doteq 1.0 \sim 1.5$, SM41A 鋼では $a^*/\omega \doteq 2.0$ 程度になっている. すなわちき裂長さが切欠きによる塑性変形域の 1~2 倍の寸法より短い場合, 切欠き底のき裂に対して切欠き塑性効果(notch plasticity effect)によるき裂開口効果が重畳する. また a/ω が小さくなるほど切欠き塑性効果が顕著となり, 開口レベルが低下することがわかる. このことについては次章で解析的な検討をも追加して総合的に検討する.

4 有限要素法による切欠き底き裂の開閉口解析

4・1 解析結果ならびに考察

有限要素弾塑性解析により切欠き底のき裂開閉口挙動を調べた. 解析方法は四節点四辺形要素を用いた¹⁸⁾ 以外は前報と同様である. 解析形状は前節の実験において用いた試験片と同様の切欠き形状 (60° V 型切欠き, $\rho=0.2 \text{ mm}$, 切欠き深さ = 2 mm, 応力集中率 $K_t =$

6.0) を有する両側切欠き付き平板である。繰返し応力（引張り-圧縮）下で切欠き底よりき裂を発生・進展させた。材料定数としては SUS 304 鋼を想定し、ヤング率 $E=200$ GPa, 繰返し降伏応力 $\Delta\sigma_y=320$ MPa, $H'/E=0.075$ を仮定した。なお要素分割は全要素数 125, 全節点数 151 とした。

種々の負荷応力レンジ $\Delta\sigma$ ならびに応力比 R の条件下で行った解析の結果得られたき裂開口比 U とき裂長さの関係を示す Fig. 9 に示す。図よりいかなる負荷応力レンジ, 応力比条件下においても切欠き底に発生直後のき裂の開口比 U は大きく, その後き裂が進展するにつれて減少し, あるき裂長さ以上で長いき裂の開口比 U^∞ に漸近している。応力比 $R=-1$ の場合, U^∞ は $\Delta\sigma$ に依存せず同じ値になっているが, き裂開口比 U が U^∞ 値まで漸近し終えるまで直線的に変化するとき U^∞ に等しくなるまでのき裂長さ a^* は $\Delta\sigma$ が増加するにつれて長くなる。Table III に a^* 値および切欠き底にき裂がないとしたときの繰返し塑性域寸法 ω の値をまとめて示した。また表中には最小負荷応力時ならびに最大負荷応力時における単調塑性域寸

法 $\omega_{\min}$, $\omega_{\max}$ の値もあわせて示した。Table III から ω が長くなるほど a^* の長さも長くなり, 両者の間には良い対応関係があることがわかる。しかし一方, $\Delta\sigma$ 一定の場合, ω の寸法は等しくなるが a^* の寸法には変化が認められる。すなわち R 値が小さくなり, 圧縮側での負荷応力レベルが大きくなるほど, a^* の長さも長くなっている。以上より a^* の寸法は繰返し塑性域寸法と単調圧縮塑性域寸法の両者の影響を受けていることが明らかである。

4・2 切欠き塑性効果に関する考察

前節において切欠き塑性効果が切欠き底のき裂開口に影響を及ぼす範囲は繰返し塑性域寸法ならびに単調圧縮塑性域寸法に関連していること, 言い換えれば繰返し負荷応力レンジと圧縮負荷応力レベルに依存していることを示した。ここでは切欠き底に発生直後の短いき裂の開口レベルがいかなる量に支配されているかを調べる。切欠き塑性効果によりき裂開口レベルが低下する量として長いき裂の開口レベルを基準にしたときの開口レベル ($K_{op}^\infty - K_{op}$) の K_{op}^∞ と $K_{\min}$ との差に対する無次元量を考える。このような切欠き塑性効果の寄与度を表す量を繰返しならびに単調圧縮降伏域寸法の両者を組み合わせた塑性域寸法 $\bar{\omega}=(\omega+\omega_{\min})/2$ で無次元化したき裂長さで整理したものが Fig. 10 である。図を見てもわかるようにあらゆる解析結果が一本のマスターバンド内に整理される。このことは切欠き塑性効果がき裂開口に寄与する寸法は切欠きによる塑性域寸法で規定され, その寄与度は圧縮側の負荷応力レベルで規定されていることを示唆するものと考えられる。解析結果は負荷応力の低い所に対するものであり, そのまま高負荷応力でも成立するものではないが, 実験結果は高負荷応力下のものも低負荷応力下の結果の延長上にある。SUS 304 鋼切欠き試験片の実

Fig. 9. Analytical results of the crack opening behavior of small crack at notch root.

Table III. Transitional crack length and notch-induced plastic zone size.

R	$\Delta\sigma$ (MPa)	$\sigma_{\min}$ (MPa)	a^* (mm)	ω (mm)	$\omega_{\min}$ (mm)	$\omega_{\max}$ (mm)
0	98	0	0.09	0.07	0.07	0.22
-0.56	137	-49	0.19	0.12	0.12	0.16
-1	196	-98	0.28	0.22	0.22	0.22
	137	-69	0.20	0.12	0.12	0.12
	98	-49	0.13	0.07	0.07	0.07
	55	-27	0.06	0	0	0
-3	98	-74	0.16	0.07	0.14	0.07
-9	98	-88	0.19	0.07	0.16	0.07

Fig. 10. Normalized crack opening stress intensity obtained by FEM as a function of dimensionless crack length.

Fig. 11. Normalized crack opening stress intensity in SUS304 notched specimens as a function of dimensionless crack length.

験結果に対しても同様の整理を行った Fig. 11 の結果は極めて良好なものとなっている。なおここで塑性域寸法 w ならびに w_{min} の値は式(3)にそれぞれ繰返し降伏応力ならびに静的降伏応力を代入することにより評価した。

5 結 言

高負荷応力下切欠き底に発生した寸法の小さなき裂の進展挙動ならびに開閉口を調べた結果、以下のような結論を得た。

(1) 切欠き底に発生した短いき裂の進展速度は高負荷応力レベルにおいても、き裂開閉を伴う限り、応力比によらず長いき裂の進展速度より著しく加速する。またき裂開口比 U は切欠き底から発生した直後大きく、き裂長さの増大に伴い長いき裂の値に収束する。このような切欠き底のき裂進展ならびにき裂開閉口挙動は低負荷応力下における挙動と同様であり、き裂開閉口挙動に基づく有効応力拡大係数幅 ΔK_{eff} を用いることにより進展挙動を良好に整理できる。すなわち切欠き塑性効果が顕著な条件下のき裂進展に対しても ΔK_{eff} が有効なパラメータであることが明らかとなった。

(2) 切欠き底に発生したき裂の進展挙動に対する支配力学因子はより一般的には弾塑性破壊力学パラメータ ΔJ であるものと考えられるが、切欠き底のように塑性変形域が局部に限定される場合には ΔK_{eff} が ΔJ の良い近似値を与えており、そのためかなり高い負荷応力レベルに対しても ΔK_{eff} のみで切欠き底のき裂進展挙動を十分説明し得るものと考えられる。

(3) 切欠き底における短いき裂が良く開口する主要

因は負荷応力の高低にかかわらず、切欠きによって誘起される塑性変形の影響によるものであることが明らかとなった。このようなき裂開口は圧縮負荷応力レベルと良い対応があり、材料・切欠き形状が一定であれば切欠きによって誘起される塑性域の寸法の関数であることが明らかとなった。

終りに本研究の遂行にあたり平野裕一・丸 典明君(当時大阪大学学生)の協力を得た。記して謝意を表す。

(昭和60年6月25日 第3回破壊力学シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) 西谷弘信, 材料, **26**, 296 (1977).
- 2) 小林英男, 中沢 一, 日本機械学会論文集, **35**, 1856 (1969).
- 3) K. Tanaka and Y. Nakai, J. Eng. Mat. Tech., Trans. ASME, **106**, 192 (1984).
- 4) K. Ogura, Y. Miyoshi and I. Nishikawa, Proc. 26th Japan Congr. Mater. Res., p. 91 (1983).
- 5) 小倉敬二, 三好良夫, 西川 出, 日本機械学会講演論文集, No. 840-10, 130 (1984); 日本機械学会論文集, A-52, 275 (1986).
- 6) M. H. El Haddad, N. E. Dowling, T. H. Topper and K. N. Smith, Int. J. Fract., **16**, 1, 15 (1980).
- 7) M. M. Hammouda, R. A. Smith and K. J. Miller, Fatigue Eng. Mater. Struct., **2**, 139 (1979).
- 8) 大路清嗣, 中井善一, 落 敏行, 武良 優, 日本機械学会論文集, **51**, 2067 (1985).
- 9) 小倉敬二, 三好良夫, 西川 出, 小西益生, 日本機械学会講演論文集, No. 844-2, 43 (1984).
- 10) 菊川 真, 城野政弘, 田中健一, 高谷 勝, 材料, **25**, 899 (1976).
- 11) 西谷弘信, 後藤真宏, 皮籠石紀雄, 日本機械学会論文集, A-50, 23 (1984).
- 12) C. F. Shih and J. W. Hutchinson, J. Eng. Mater. Tech., Trans. ASME, **94**, 289 (1976).
- 13) K. Ogura, Y. Miyoshi and I. Nishikawa, Mater. Res. Series, JSMS **1**, 57 (1985).
- 14) 大路清嗣, 久保司郎, 前田哲夫, 日本機械学会講演論文集, No. 830-1, 102 (1983).
- 15) N. E. Dowling, ASTM STP 601, 19 (1976); ASTM STP 637, 139 (1977).
- 16) 星出敏彦, 田中啓介, 仲田摩智, 材料, **31**, 566 (1982).
- 17) P. Lukás and M. Klesnil, Mater. Sci. Eng., **34**, 61 (1978).
- 18) 大路清嗣, 小倉敬二, 大久保好二, 日本機械学会論文集, A-42, 643 (1976).