歯車の浸炭焼入過程における変態塑性を考慮した 温度、組織および応力の解析[†]

宮 尾 光 介* 王 志 剛* 井 上 達 雄**

Analysis of Temperature, Stress and Metallic Structure in Carburized- Quenched Gear Considering Transformation Plasticity

by

Kohsuke MIYAO*, Zhi-Gang WANG* and Tatsuo INOUE**

A method for the simulation of carburized-quenching process is presented in this paper, which takes into account the coupling effect of temperature, stress and metallic structure. Here, emphasis is placed on the role of transformation plasticity.

The constitutive equation of the transformation plastic strain was determined experimentally assuming that the strain rate is proportional to the applied stress for both pearlitic and martensitic transformations.

The carburized-quenching process of a steel gear of 1.8%Ni-0.6%Cr-0.25%Mo with 0.2%C (SNCM420HK) was analyzed by use of the finite element method, and the calculated results of carbon content, temperature, metallic structure and stress were compared with the experimental data. The distribution of the residual stress revealed that the transformation plasticity should be introduced in the simulation.

キー・ワード：変態塑性，浸炭焼入れ，温度-組織-応力の連成

1 緒 言

応力の作用下で金属材料に相変態が起るとき，前報¹⁾で取り上げたように，温度が変化したり，変態が加速されたりするなどの現象のほか，変態の進行中の微少な応力によって大きな塑性ひずみを生じるいわゆる変態塑性現象が最近注目を集めている。^{2,3)}

実際の焼入過程では，外力がかからなくても，表面と内部の温度履歴の相違によって，しばしば内部応力が生じる。したがって，このような焼入過程の応力，ひずみを解析するには，変態塑性の影響を考慮する必要がある。

この現象を焼入過程の解析に導入する方法としてふたつの方法が挙げられる。ひとつは変態温度区間で見かけの降伏応力が低下するとして解析に導入する方法であり，ひとつは負荷応力と組織⁴⁾分率に依存する変態塑性ひずみを解析に導入する方法である。前者の方法は，見かけの応力の低下量を実験的に決定することが困難であり，また等温で変態が進行するような場合には適用できない。そこで，本報では後者の方法にしたがって変態塑性ひずみを内部変数として構成式系⁵⁾に導入し，筆者らがこれまで提案した温度，組織，応力の連成関係および炭素濃度による影響を考慮した浸炭焼

入過程の解析手法に加えて，変態塑性による効果を導入した手法を提案する。さらに，SNCM420HK (1.8%Ni-0.6%Cr-0.25%Mo) 製歯車の浸炭焼入過程にこの考え方を適用し，炭素濃度，温度，組織，応力を有限要素法を用いて求め，実験結果と比較検討する。

2 炭素濃度と応力，温度および組織の連成 効果を考慮した基礎的関係

2・1 変態塑性を考慮した熱弾塑性体の構成式

浸炭焼入過程中の材料をオーステナイト，パーライト，マルテンサイトの3種類の組織から成る混合体とし，各組織の体積分率 ξ_i ($\xi_1 = \xi_A$, $\xi_2 = \xi_P$, $\xi_3 = \xi_M$)，塑性ひずみ ϵ^p ，相変態に伴うひずみ ϵ^t ，応力空間における降伏曲面の中心 α を内部変数として，炭素濃度 C ，温度 T を独立変数として構成式に導入する。なお，ベイナイト組織については，その相変態の機構を拡散型変態と考え，一括してパーライト組織と呼ぶことにする。

移動硬化理論を用いると，前報と同様の手法によって，応力-ひずみ関係式は以下のように得られる。

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^p + \dot{\epsilon}^t \quad (1)$$

$$\dot{\epsilon}^e = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma} - \frac{\nu}{E} (\text{tr} \dot{\sigma}) \mathbf{1}$$

† 原稿受理 昭和61年5月13日 Received May 13, 1986

* 学生会員 京都大学大学院 京都市左京区吉田本町, Graduate Student, Kyoto University, Yoshida-hommachi, Sakyo-ku, Kyoto

** 正会員 京都大学工学部 京都市左京区吉田本町, Faculty of Engineering, Kyoto University, Yoshida-hommachi, Sakyo-ku, Kyoto

$$\begin{aligned}
 & + \left[\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1+\nu}{E} \right) \sigma - \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\nu}{E} \right) (\text{tr } \sigma) \mathbf{1} + \alpha \mathbf{1} \right] \dot{T} \\
 & + \sum_{I=1}^3 \left[\left\{ \frac{\partial}{\partial \xi_I} \left(\frac{1+\nu}{E} \right) \sigma - \frac{\partial}{\partial \xi_I} \left(\frac{\nu}{E} \right) (\text{tr } \sigma) \mathbf{1} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \int_{T_0}^T \frac{\partial \alpha}{\partial \xi_I} dT \mathbf{1} \right\} \dot{\xi}_I \right] \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{\epsilon}^p = & \frac{9}{4H'\sigma_0^2} \left[\text{tr}(s^* \dot{\sigma}) - \frac{2}{3} \sigma_0 \frac{\partial \sigma_0}{\partial T} \dot{T} \right. \\
 & \left. - \frac{2}{3} \sigma_0 \sum_{I=1}^3 \frac{\partial \sigma_0}{\partial \xi_I} \dot{\xi}_I \right] s^* \quad (3)
 \end{aligned}$$

$$s^* = \left[\sigma - \frac{1}{3} (\text{tr } \sigma) \mathbf{1} \right] - \left[a - \frac{1}{3} (\text{tr } a) \mathbf{1} \right] \quad (4)$$

$$\dot{a} = A \dot{\epsilon}^p \quad (5)$$

ここに、 ϵ^e は弾性ひずみ、 ν はポアソン比、 E は縦弾性係数である。 σ_0 は初期降伏応力、 H' は加工硬化係数、 α は線膨張係数であり、いずれも各成分の値の線形和として与えられるものとする。

相変態に伴うひずみ ϵ^t は、体積変化を表す等方的な変態ひずみ ϵ^m と、体積変化を伴わない非等方的な変態塑性ひずみ ϵ^{tp} の和として表される。

$$\dot{\epsilon}^t = \dot{\epsilon}^m + \dot{\epsilon}^{tp} \quad (6)$$

変態ひずみ速度 $\dot{\epsilon}^m$ は、 β_I を基準状態の組織（すなわちオーステナイト）から I 番目の組織に変態する場合の変態膨張係数とすると、次のように表される。

$$\dot{\epsilon}^m = \sum_{I=2}^3 \beta_I \dot{\xi}_I \mathbf{1} \quad (7)$$

変態塑性現象は、相変態中に負荷された応力の向きや大きさに影響されて、変態塑性ひずみが変化する現象であるが、この現象については、古くから実験的検討が行われ、比較的小さい負荷応力下では、変態塑性ひずみと負荷応力との間にほぼ線形関係が成り立つことが報告されている。また、この現象を説明するため、いくつかのモデルが提案されているが、いまだ定説となるに至っていない。

本報では、変態塑性ひずみ ϵ^{tp} は、式(4)で表される有効応力 s^* に比例し、生成相の分率 ξ_I に依存するとして、次式によって表されるとする。

$$\epsilon^{tp} = \sum_{I=2}^3 \left\{ \frac{3}{2} K_I h(\xi_I) s^* \right\} \quad (8)$$

$$h(\xi_I) = (2 - \xi_I) \xi_I \quad (9)$$

ここに、 K_I は基準状態の組織から I 番目の組織に変態する場合の変態塑性係数であり、 $h(\xi_I)$ は生成相の分率 ξ_I による影響を表す関数である。

この式を速度形で記述するにあたって次の仮定を設ける。

(1) 相変態の進行中以外では、変態塑性ひずみは生じず、 ϵ^{tp} は ξ_I に比例する。

(2) 一定応力下では、 ϵ^{tp} は負荷応力に比例する。このとき、変態塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}^{tp}$ は次のようになる。

$$\dot{\epsilon}^{tp} = \sum_{I=2}^3 \left\{ \frac{3}{2} K_I h'(\xi_I) \dot{\xi}_I s^* \right\} \quad (10)$$

$$h'(\xi_I) = 2(1 - \xi_I) \quad (11)$$

式(10)中の変態塑性係数 K_I の値は、オーステナイト状態から冷却する際、種々の一定荷重を負荷して求めた伸び-温度線図を利用して決定した。パーライト変態およびマルテンサイト変態について求めた伸び-温度線図をそれぞれ Fig. 1 (a)および(b)に示す。パーライト変態については、中央部に外径 17 mm、肉厚 1 mm、長さ約 30 mm の薄肉部を持つ中空試験片に引張りおよび圧縮の軸方向荷重を加え、オーステナイト組織から冷却する際の軸方向ひずみを測定し、伸び-温度線図を求めた。マルテンサイト変態については外径 17 mm、肉厚 1 mm、長さ 20 mm の円筒試験片の軸方向に圧縮荷重を加えた際の半径方向ひずみを測定した。また、マルテンサイト変態の場合、母材の炭素

(a) Pearlitic transformation.

(b) Martensitic transformation.

Fig. 1. Experimental dilatation-temperature diagram under applied stress.

濃度では変態が生じないため、試験片に浸炭処理が施してある。

このようにして測定した冷却終了後のひずみから熱膨張および無負荷の場合の変態膨張ひずみを差し引けば、変態塑性ひずみが得られることになる。Fig. 2 (a) および(b)に、変態塑性ひずみと負荷応力の関係を示す。マルテンサイト変態については、負荷応力とひずみの方向を一致させるため、変態塑性ひずみが有効応力 s^* に比例することを考慮して換算したひずみと同じ方向の応力によって整理してある。実験点を近似した直線の傾きを変態塑性係数 K_I として次の値を得た。

$$K_1 = 4.18 \times 10^{-5} (1/\text{MPa}) \quad (12)$$

$$K_2 = 5.08 \times 10^{-5} (1/\text{MPa}) \quad (13)$$

(a) Pearlitic transformation.

(b) Martensitic transformation.

Fig. 2. Relationship between applied stress and transformation plastic strain.

2.2 熱伝導方程式

熱発生として、変態潜熱、応力仕事に伴う発熱を考慮すれば、熱伝導方程式は前報で与えたとおり次式で表される。

$$\rho c \dot{T} - \text{div}(k \text{ grad } T) - \text{tr}(\sigma \dot{\epsilon}^p) - \rho \sum_{I=2}^3 l_I \dot{\xi}_I = 0 \quad (14)$$

ただし、 ρ , c , k , l_I はそれぞれ、密度、比熱、熱伝導率、変態潜熱であり、第3項は応力仕事に伴う熱発生、第4項は相変態による熱発生を表している。

2.3 相変態のカイネティクス

パーライト変態は拡散型変態、マルテンサイト変態はせん断型変態として、前報と同様の手法を用いれば、炭素濃度、温度、応力に依存するパーライト、および

マルテンサイトの体積分率は以下のように得られる。

$$\xi_P = 1 - \exp \left\{ - \int_0^t f_1(T) f_2(C) f_3(\sigma) (t - \tau)^3 d\tau \right\} \quad (15)$$

$$\xi_M = 1 - \exp \left\{ \phi_1 T + \phi_2 (C - C_0) + \phi_{31} \text{tr } \sigma + \phi_{32} \left(\frac{1}{2} \text{tr } s^2 \right)^{1/2} + \phi_4 \right\} \quad (16)$$

ここに、 $f_1(T)$, $f_2(C)$, $f_3(\sigma)$ はそれぞれ、相変態の温度依存性、炭素濃度依存性、応力依存性を表す関数であり、 ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_{31} , ϕ_{32} , ϕ_4 もそれらの依存性を表すパラメータである。

3 解析方法

解析では、前報と同様の手法を用いて、浸炭と拡散による炭素濃度分布を計算した後、焼入過程について、温度、組織、応力の連成効果を考慮した解析を行った。

本報で用いた浸炭方法は、ボタンガスによるガス浸炭であり、浸炭過程の炭素濃度を解析するときの境界条件は表面炭素濃度を本材料の飽和炭素濃度1.17%とした。

解析の対象とした歯車は、圧力角 20°, 歯数29, モジュール9, ピッチ円径 291 mm, 歯幅 90 mm で、200mm の軸穴を持つ SNCM420HK 製インボリュート外歯歯車である。解析には、軸の中央位置において、軸方向の変位は横断面で一定と考え、一般化平面ひずみ条件を採用し、2次元問題として解析を行った。要素分割は歯の対称性を利用して、Fig. 3 に示すように行い、歯先および歯底の中心線上の節点は、接線方向に拘束されたまま半径方向に移動する傾斜支持節点とした。

Fig. 4 に熱処理の条件を示す。解析においても、まず浸炭、拡散過程による炭素濃度分布を求めた後、焼入過程の解析を行った。

Fig. 3. Finite element idealization of one half of a gear tooth.

Fig. 4. Condition of carburization and quenching.

温度の境界条件は、歯の対称性から歯先および歯底の中心線が断熱境界、また軸の中央位置において軸方向への熱伝導はないと考え、上下表面も断熱境界であるとし、ほかの境界は熱伝達係数 $h=1.2 \times 10^{-3} \text{ cal/mm}^2 \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$ で熱が伝達する自然境界であるとした。

解析に使用する SNCM420HK 材の機械的および物理的定数は、炭素濃度、温度、組織の関数であるが、これらの依存性を考慮して統一的な関数形を決定するのは極めて困難である。そこで、 $C_0=0.2\%$ および $C_1=1.17\%$ の炭素濃度を持つオーステナイト、パーライト、マルテンサイト材の各定数の値を用いて、線形近似で任意の炭素濃度の値を決定し、それに各組織の体積分率 ξ_A , ξ_P , ξ_M を乗じたものの和として、任意の組織、任意の炭素濃度での各定数が与えられるものとした。各組織の C_0 および C_1 における各定数を温度の関数とし、引張試験および文献から、決定した。

4 結果と考察

浸炭と拡散による歯車の炭素濃度分布の計算結果を Fig. 5 に示す。これによると、歯先における表面炭素濃度、浸炭深さは、ともに歯底に比べ大きい。表面の形状が歯先の凸形に対して歯底では凹形であるため、浸炭ガスに接している表面の単位面積に相当する内部の体積が、歯底に比べ歯先では小さいために、このような分布が生じたと考えられる。

Fig. 5. Distribution of calculated carbon content.

歯先から約 2 mm の位置 ($r=120.5 \text{ mm}$)、および軸穴から約 2 mm の位置 ($r=102.0 \text{ mm}$) における温度履歴の計算値と実測値を Fig. 6 に示し、また、Fig. 7 は焼入過程における温度分布の時間的变化を表している。Fig. 6 から、炭素濃度の違いによる変態開始温度の相違が曲線に凸部の現れる潜熱の発生からうかがうことができる。また、炭素濃度分布の場合と同様、表面の単位面積に対して内部の体積が小さいほど冷却速

Fig. 6. Temperature variation during quenching process.

Fig. 7. Distribution of temperature during quenching process.

度が大きいことがわかる。等温線は初め歯形と同じような形状になり、その後しだいに歯先円と平行な向きになり、やがて同心円上に分布するようになる。

歯先および歯底の中心線上における焼入れ終了後のマルテンサイト体積分率と炭素濃度の計算値、およびビッカース硬さの実測値をそれぞれ Fig. 8 (a) および (b) に示す。マルテンサイト体積分率が表面付近で減少しているが、これは炭素濃度が増加したためにマルテンサイト変態開始温度が低下し、残留オーステナイトが生じていることを表している。また、ビッカース硬さは炭素濃度の増加した表面付近で高い値を示し、炭素濃度が一定値をとる内部ではマルテンサイト体積分率の変化にしたがって、次第に低下している。

Fig. 9 にパーライトおよびマルテンサイト組織の時間的变化を示す。マルテンサイト変態は、前述のように表面の残留オーステナイトのため、炭素濃度の高い表面よりも少し内部から生じ始め、表面および内部に向かって進行している。パーライト変態はマルテンサイト変態開始位置よりもさらに内部の位置から生じ、

Fig. 8. Comparison between Vicker's hardness and martensite fraction and carbon content after quenching.

Fig. 9. Calculated distribution of structure.

内部に向かって進行している。

半径方向応力 σ_r , 円周方向応力 σ_θ , 軸方向 σ_z の歯先中心線上における残留応力を Fig. 10 に示している。図中, 破線は変態塑性を考慮しない場合, 実線は変態塑性を考慮した場合の計算結果である。○印はX線回折法 (Cr-K α 線, 管電流 10 mA, 管電圧 30 kV) で測定した表面残留応力の値である。X線による応力測定が歯先全体の平均値を示すので, それと対応して歯先における計算値の平均値を●印と○印で示してある。炭素濃度が増加し, 残留オーステナイトが生じた表面付近で, σ_θ , σ_z の圧縮残留応力が低下している。これは, オーステナイト組織がマルテンサイト組織より比容積が小さいために生じたと考えられ, 浸炭焼入れにおける表面圧縮残留応力の低下を防ぐためには, 表面の残留オーステナイト量を減少させる必要があると言える。また, 変態塑性を考慮することによって圧縮および引張り双方の残留応力の絶対値が減少している。これは変態塑性を考慮すると, 実際のひずみのいくらかを変態塑性ひずみ ϵ^{tp} が受け持ち, 塑性ひずみ ϵ^p が減少するためである。

Fig. 11 は歯形のほぼ中央位置における焼入過程の軸方向応力 σ_z の履歴を示したものである。破線は変態塑性を考慮しない場合, 実線は考慮した場合を表している。両者の差は, この位置の周囲で相変態が生じる 300℃付近から生じ始め, この位置で相変態が生じる 180℃以下から顕著に見られる。変態塑性を考慮すれば, やはり応力の絶対値が減少する傾向を示す。Fig. 10 において, 歯先における表面の残留応力の計算値を実測値と比較すれば, 変態塑性を考慮することによって計算値が実測値に近づく傾向が見られ, さらに両者には, 歯車内部の応力分布にかなりの相違が見られることから, 焼入過程の解析を行うにあたって, 変態塑性現象を考慮する必要があるといえよう。

5 結 言

変態塑性ひずみを内部変数として構成式系に導入することによって, 炭素濃度と温度, 応力, 組織の間の連成効果を考慮した浸炭焼入れ過程の解析手法を提案した。すなわち, 変態塑性現象を考慮するため, 負荷応力に比例し, 生成相の分率に影響される変態塑性ひずみを構成式に導入した。

Fig. 10. Distribution of residual stress.

Fig. 11. Variation of axial stress during quenching process.

炭素濃度、温度、応力、組織を有限要素法を用いて計算し、種々の実験結果と比較した結果、良好な一致を示し、理論の妥当性が確認された。また、変態塑性を考慮する場合と、考慮しない場合との解析結果を比較した結果、変態塑性を考慮する必要性が認められた。

最後に、材料提供と実験にご協力頂いた(株)小松製作所生産技術研究所関係各位、ならびに京都大学大学院辰己尚久君に謝意を表するものである。

参 考 文 献

- 1) 王 志剛, 井上達雄, 材料, **32**, 991 (1983).
- 2) 例えば, M. De Jong and G. W. Rathenau, Acta Metal., **7**, 246 (1959).
- 3) 例えば, G. W. Greenwood and R. H. Johnson, Proc. Royal. Soc., **A283**, 403 (1965).
- 4) F. G. Rammerstorfer, D. F. Fischer, W. Mitter, K. J. Bathe and M. D. Snyder, Computers and Structures, **13**, 771 (1981).
- 5) Y. Desalos, J. Giusti and F. Gunsberg, Re 902, IRSID (1982).
- 6) 山口 豪, 王 志剛, 井上達雄, 材料, **33**, 814 (1984).
- 7) 山口 豪, 王 志剛, 井上達雄, 材料, **33**, 1470 (1984).
- 8) “金属材料の物理定数に関する資料”(1967) 高温強度専門委員会.
- 9) “金属材料の弾性定数”(1980) 日本機械学会.