軸圧縮・曲げ RC 部材の信頼性†

伊 藤 和 幸* 伊 藤 哲**

Reliability of RC-Member for Flexure and Axial Load

by

Kazuyuki ITO* and Satoshi ITO**

A method of insuring a reasonable reliability for the reinforced concrete member was proposed by using the probabilistic method and considering the variations in strength of both reinforcing bars and concrete. This method was applied to obtain the reduction factors for the design axial load strength of compression member and the balanced and minimum steel ratio of flexural member, corresponding to the specified reliability, and to decide the applicable quality of materials for design moment strength of flexural member with a specified strength reduction factor. The results were compared with the values provided in the ACI Code.

キー・ワード：鉄筋コンクリート，降伏強度，圧縮強度，確率，破壊

1 緒 言

RC 部材の安全を確保するため，ACI Code¹⁾では，常用される鉄筋およびコンクリートに対し，次のように規定している。

- (1) 曲げ部材のぜい性破壊を避けるための最小鉄筋比： $\rho_{\min}=200/f_y$ (f_y は鉄筋の規格降伏強度)(10.5.1^D)
- (2) 曲げ部材のぜい性破壊を避けるための釣合い鉄筋比 ρ_b に対する通減係数： $K_I=0.75$ 。(10.3.3^D)
- (3) 連続曲げ部材の負のモーメントの再分配を許容して設計する場合の ρ_b の通減係数： $K_{II}=0.5$ 。(8.4.3^D)
- (4) 軸方向荷重のない場合の曲げ強度の通減係数： $\phi_b=0.90$ 。(9.3.2.1^D)
- (5) スパイラル筋で補強されていない軸方向圧縮部材の強度通減係数： $\phi_a=0.70$ 。(9.3.2.2.(b)^D)

前二者は望ましい破壊の状態を確保するためのものであり，後三者は，直接，部材の破壊に関係する，より重要な係数である。このような係数を用いて設計された部材は，使用する鉄筋の規格降伏強度 f_y ，コンクリートの設計基準圧縮強度 f'_c ，両材料の品質の変動，等を考慮し，所要の信頼性をもってその安全さが確保されていないからならない。本研究はその信頼性を求めるための確率論的手法を提案し，常用される両材料の品質の変動の程度，妥当な信頼性の尺度，等について説明し，所要の信頼性に対する上述の ACI 規定の各係数の検討，および，その係数で適用可能な両材料の品質を求めたものである。

2 基本的な考え方

RC 部材の特性値 W (軸圧縮耐力・曲げ耐力・釣合

い鉄筋比・最小鉄筋比，等)は，一般に， f_y , f'_c の関係で求められる場合が多い。すなわち，

$$W=g(f_y, f'_c) \quad (1)$$

しかし，実際には f_y , f'_c はある範囲にばらついた値を示す。これらの確率変数を f ，ばらついた各値を f_i ，それらの平均値を μ ，標準偏差を S ，変動係数を V ，確率密度関数を $P(f)$ ，その分布を $Z(f)$ とし，鉄筋の降伏強度，コンクリートの圧縮強度については，それぞれ， s ， c の下付記号を付ける。 f_s と f_c は互いに独立な確率変数であるため， W もまた確率変量 W_p となり，式(1)は次式のように書き改められる。

$$W_p=g_p(f_s, f_c) \quad (2)$$

W_p がある値 W_{pj} のとき， $f_c=f_{ci}$ を式(2)に代入すれば， f_s は f_{si} として求められる。よって，

$$f_{si}=w(f_{ci}, W_{pj}) \quad (3)$$

さて， $Z(f_c)$ において， f_{ci} 以下 (または以上) となる確率が f_{si} 以下 (または以上) となる確率に等しくなるように f_{si} の確率分布関数を配置すれば， $W_p=W_{pj}$ の場合の f_s の分布が求められる。これは単に式(3)を満足するための分布であり，実際の $Z(f_s)$ とは異なる。よって，これと $Z(f_s)$ とを区別するため，下付記号 s の代りに sc を付ける。このようにして， $Z(f_c)$ は $Z(f_{sc})$ として f_s 座標に変換されるので，互いに独立な $Z(f_{sc})$ と $Z(f_s)$ の両分布の交錯の度合により， $W_p=W_{pj}$ するときの W_{pj} 以下 (または以上) となる確率 P_{fj} を求めることができる (詳細は式(8)，(11)，(13)を参照)。よって，式(2)，(3)は次のように書き改められる。

† 原稿受理 昭和62年2月10日 Received Feb. 10, 1987

* 正 会 員 中部大学工学部 春日井市松本町，College of Engineering, Chubu University, Matsumoto-cho, Kasugai

** 大成建設(株) 東京都新宿区西新宿，Taisei Construction Company, Nishi-shinjuku, Shinjuku-ku, Tokyo

$$W_p = g_p(f_c, f_{sc}), f_{sci} = w(f_{ci}, W_{pj}) \quad (4)$$

また, W_{pj} の値を変えてそれぞれの P_{fj} を求めると W_p の分布 $Z(W_p)$ を画くことができる. 所定の P_{fj} となったときの W_{pj} の値が所要の信頼性をもつ特性値となる.

本研究で取扱う特性値に対して, $Z(f_{sc})$ と $Z(f_s)$ の関係は, 次の三つの Pattern で示される.

(1) Fig. 1: $Z(f_{sc})$ が $Z(f_s)$ の右方に位置する.

Fig. 1. Basic concept: Pattern 1.

Fig. 2. Basic concept: Pattern 2.

Fig. 3. Basic concept: Pattern 3.

Pattern 1. (鈎合い鉄筋比の場合)

(2) Fig. 2: $Z(f_{sc})$ が $Z(f_s)$ の左方に位置する.

Pattern 2. (最小鉄筋比の場合)

(3) Fig. 3: (2)と同じ位置付けであるが, $Z(f_c)$ は, f_s 座標へは, 平均値を中心として左右反転して変換される. Pattern 3. (曲げおよび軸圧縮耐力の場合)

3 材 料

3.1 鉄筋の降伏強度, f_y

Mirza and MacGregor³⁾によれば, f_y (Grades 40, 50, 60) の実際の分布は, $t_s = 1.0 \sim 2.5$, $V_s = 0.04 \sim 0.12$ である. ここに, $t_s = (\mu_s - f_y) / (\mu_s \cdot V_s)$. その後の品質管理の技術の向上により V_s 値の減少が考えられるが, 以後の計算は上記の範囲で実施する.

$Z(f_s)$ は β 分布と言われているが, 分布の非対称性は, 規格値以下および近傍の強度をもつ鉄筋が棄却された結果によるものと考え, 本研究では $Z(f_s)$ を正規分布として取扱う.

3.2 コンクリートの圧縮強度, f_c

ACI⁴⁾ 4.3.2.1 により, f'_c から配合設計強度 μ_c への割増し係数 $y_c (= \mu_c / f'_c)$ は次のようにして求められる.

$$y_c = 1 / [1 - 1.34 \cdot V_c] \quad (5)$$

$$y_c = (f'_c - 0.5) / f'_c \cdot [1 - 2.33 \cdot V_c] \quad (\text{ksi}) \quad (6)$$

ただし, 計算に使用する V_c が, 既知の f'_c に対し, 式(5)=式(6)を満足する V_c の値より大きいときは式(6)を, 小さいときは式(5)を適用する. これらの両式は所定の強度以下となる確率が 1/100 となるように設定されたものである.

Mirza, Hatzinikolas and MacGregor⁴⁾は V_c を Table I のように分類している.

Table I. V_c -values applied to calculation.

$V_c(\%)$	Level of quality control	Kind of placed concrete
20	Poor	Site-mixed & in-situ placed
15	Average	Ready-mixed & in-situ placed
10	Excellent	Precast

その後の品質管理の技術の向上により V_c 値の減少が考えられるが, 以後の計算は上記の範囲で実施する. また, $Z(f_c)$ は, Rüsç, Shell and Racwitz,⁵⁾ Tait⁶⁾の報告に基づき, 正規分布として取扱う.

3.3 両材料の組合せ

一般に広く使用されている両材料の強度は, f_y に対しては 40~60 ksi, f'_c に対しては 3~5 ksi であるので, 次の組合せについて以下の計算を実施する.

Case 1: Grade 40 (276 MPa), $f'_c = 3$ ksi (21 MPa)

Case 2: Grade 60 (414 MPa), $f'_c = 3$ ksi (21 MPa)

Case 3: Grade 60 (414 MPa), $f'_c = 5$ ksi (35 MPa)

Case 4: Grade 40 (276 MPa), $f'_c = 5 \text{ ksi}$ (35 MPa)

4 所要の信頼性, Q_f

所要の信頼性を満足しない確率を P_f とすれば, Q_f は $(1 - P_f)$ で示される. 部材の安全を確保するための P_f は極めて小さい値でなければならない. 一般に破壊の確率は 1×10^{-1} を単位として議論されている. 例えば, $P_f = 4.25 \times 10^{-5}$ は有効数字を省略して 10^{-5} として表現される. よって, その指数の絶対値を x とすれば, この場合は $x=5$ となる. また, $P_f \leq 1/1000 = 1 \times 10^{-3}$ を確保するということは, P_f は 10^{-4} の階数以下 (すなわち, $x \geq 4$) を意味する.

所定の特性値以下となる確率 P_f は, 関係各権威の合意によって定められるべきものではあるが, ここでは, 次に述べる理由により, 特性値が, 直接, 破壊に関係する場合 (1章(3), (4), (5)) には $P_f \leq 1/1000$ ($x \geq 4$) を, 部材の望ましい破壊の状態を確保するためのものである場合 (1章(1), (2)) には $P_f \leq 1/100$ ($x \geq 3$) を採用する.

(1) Freudenthal, Yao⁷⁾ は, 大部分の構造物の破壊の確率 P_f は $10^{-4} \sim 10^{-6}$ であるが, 10^{-3} のものもあると報告している. よって, 公共の用に供せられる重要な構造物および部材 (1章(3), (4), (5)の場合) については, 少なくとも P_f は 10^{-4} 以下 ($x \geq 4$) の階数であることが望ましい.

(2) しかし, 望ましい部材の破壊 (じん性破壊) の状態を確保するため (1章(1), (2)の場合) の P_f は, (1)より一階数上げて 10^{-3} 以下 ($x \geq 3$) とするのが適切であろう.

(3) (1), (2)に述べたように, 特性値の目的によって信頼性の程度に差をつけることは, ACI Code の釣合い鉄筋比の K 値 (1章(2): $K_I = 0.75$, 1章(3): $K_{II} = 0.5$) にも配慮されている. K_{II} 値の方が低いのは, plastic hinge の生成をより確実にして設計条件を充足させるためである.

(4) 式(5), (6)により y_c を求めるときの確率は $P_f = 1/100$ であった. しかし, このようにして定められた f'_c が部材の耐力に適用される場合には, さらに, 通減係数 (ϕ_a , ϕ_b) が付加されて P_f の階数が低下される.

5 曲げ部材の釣合い鉄筋比の通減係数, K_I , K_{II}

単鉄筋長方形断面の曲げ部材の釣合い鉄筋比 ρ_b は $0.85 \cdot \beta_1 \cdot (f'_c/f_y) \cdot 87 / (87 + f_y)$ で求められる (ACI¹⁾ 8.4.3). ここに, $\beta_1 = 0.85$ for $f'_c = 3 \text{ ksi}$, $\beta_1 = 0.80$ for $f'_c = 5 \text{ ksi}$. f'_c , f_y を確率変数 f_c , f_s に置換え, 式(4)に相当する f_{sci} について解くと次式を得る.

$$f_{sci} = \frac{1}{2} \cdot \left(-87 + \sqrt{7569 + 295.8 \cdot \beta_1 \cdot \frac{f_{ci}}{\rho_f}} \right) \quad (\text{ksi}) \quad (7)$$

ここに, $\rho_f = K_f \cdot \rho_b$. よって, 各 f_{ci} に対して f_{sci} が求められる. 計算により, この関係は Pattern 1 (Fig. 1) に相当する. 図において, ハッチした $Z(f_c)$ と $Z(f_{sc})$ の面積は 2章で説明したように同じである. ゆえに, f_s が $f_{si}(=f_{sci})$ であるとき, f_{sci} 以下のハッチした面積は, それに対応する f_c が f_{ci} より弱いので, 過鉄筋となる確率を示す. また, f_s が f_{si} となる確率は $f_{si} \cdot d(f_s)$ であり, $Z(f_s)$ と $Z(f_{sc})$ は互いに独立であるから, f_{si} に関してぜい性破壊する確率は $f_{si} \cdot d(f_s) \times \int_{-\infty}^{f_{si}} p(f_{sc}) \cdot d(f_s)$ となり, これを f_s の全域について積分すれば P_f となる.

$$\begin{aligned} P_f &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[p(f_s) \cdot d(f_s) \cdot \left\{ \int_{-\infty}^{f_{ci}} p(f_c) \cdot d(f_c) \right\} \right] \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[p(f_s) \cdot d(f_s) \cdot \left\{ \int_{-\infty}^{f_{sci}} p(f_{sc}) \cdot d(f_s) \right\} \right] \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} p(f_s) \cdot \left[\int_{-\infty}^{f_{si}} p(f_{sc}) \cdot d(f_s) \right] \cdot d(f_s) \end{aligned} \quad (8)$$

一般に, $Z(f_{sc})$ が $N(\mu_{sc}, S_{sc}^2)$ の場合は, P_f もまた $N(\mu_s, S_s^2)$ となる.⁹⁾ ここに, $\mu_s = \mu_{sc} - \mu_s$, $S_s^2 = S_{sc}^2 + S_s^2$. よって, μ_s , μ_{sc} , S_s , S_{sc} が既知のとき, P_f は, $x_s = \mu_s / S_s$ を計算し, 正規分布表を参照して求められる.

$Z(f_{sc})$ が $N(\mu_{sc}, S_{sc}^2)$ のときの計算手順を次に示す.

(1) ACI 規定の式に f'_c と f_y を代入して ρ_b を求める.

(2) ある K 値, すなわち, K_f を与える.

(3) 式(7)の f_{ci} に μ_c を代入して f_{sci} を求め, μ_{sc} とする.

(4) 式(7)の f_{ci} に $\mu_c \pm S_c$ を代入して f_{sci} を求め, C_1 , C_2 とし, $S_{sc1} = |\mu_{sc} - C_1|$, $S_{sc2} = |\mu_{sc} - C_2|$ を求める.

(5) $S_{sc1} \neq S_{sc2}$ であれば $Z(f_{sc})$ は $N(\mu_{sc}, S_{sc}^2)$ としてよい. ただし, 安全のため, S_{sc} には S_{sc1} , S_{sc2} のいずれか大きい方を適用する.

各 Case につき, 各 t_s , V_s , V_c に対して上記の計算を実施したが, S_{sc1} と S_{sc2} の平均値と S_{sc1} との相違は 2~4% と小さかったので, $Z(f_{sc})$ を正規分布として取扱う. (2)において K_f 値を変化させ, それに対応する P_f が所定の値になるまで計算を繰返すことにより, 所定の信頼性をもつ K 値が定まる. 4章で述べた理由により, K_I , K_{II} に対して, それぞれ, P_f は 1/100, 1/1000 を適用する. 両材料の組合せのうち,

Table II. K-values corresponding to the specified P_f for Case 2 in 10^{-2} .

t_s		2.5		2.0		1.5		1.0	
V_s (%)	V_c (%)	P_f							
		K _I	K _{II}	K _I	K _{II}	K _I	K _{II}	K _I	K _{II}
12	20	47	36	53	41	59	46	66	51
	15	43	36	49	41	55	46	62	51
	10	43	37	49	42	55	48	61	53
10	20	43	42	59	46	64	50	70	55
	15	50	42	55	46	61	51	66	55
	10	50	44	55	49	61	53	66	58
8	20	60	47	65	51	69	55	74	58
	15	57	48	62	52	66	56	70	59
	10	58	51	62	55	67	59	71	63
6	20	67	53	71	56	74	59	78	61
	15	65	55	68	58	71	60	75	63
	10	66	59	69	62	73	65	77	69
4	20	74	59	77	61	79	63	82	64
	15	72	61	74	63	76	65	79	67
	10	74	67	77	69	79	71	81	74

K_I: for $P_f=1/100$.K_{II}: for $P_f=1/10\,000$.

Case 2 が最も低い K 値を示したので、その結果を Table II に示す。表より ACI 規定の $K_I=0.75$ では充分でない場合が多分に見受けられる。Costello and Chu, Allen も $K_I=0.75$ ではぜい性破壊の確率が高いことを指摘している。また、ACI 規定の $K_{II}=0.5$ でも、一部にそれ以下の K 値が見られる。したがって、ACI の規定値以下の K 値に対応する品質の材料を使用する場合には、表示の K 値を適用しなければならない。

6 曲げ部材の最小鉄筋比, $\rho_{\min}$

単鉄筋長方形断面の曲げ部材の最小鉄筋比 $\rho_{\min}$ は、そのぜい性破壊を避けるため、下記の条件 (ACI, 10.5.1) に基づき、 $200/f_y$ (ACI, 10.5.1) で求められる。

条件-X: “曲げ部材には、その部材に相応する無筋コンクリート部材の抵抗曲げモーメント以上の抵抗曲げモーメントをもつ鉄筋量を配置すること。”

(a) Plain concrete.

(b) Reinforced concrete.

Fig. 4. Stress distributions in a section of flexural member.

よって、 $\rho_{\min}$ は次のようにして求められる。

まず、Fig. 4 (a)を参照して、無筋コンクリート梁の抵抗曲げモーメント M' は $T' \cdot Z' = b \cdot h^2 \cdot f_r / 6 = b \cdot d^2 \cdot (q+1)^2 \cdot f_r / 6$ である。ここに、 T' = 無筋コンクリート部材の引張合力 $= b \cdot h \cdot f_r / 4$, Z' = 無筋コンクリートの偶力のアーム長 $= 2 \cdot h / 3$, b = 部材の幅, h = 部材の高さ, f_r = 曲げ引張強度, d' = 鉄筋群の重心位置から梁表面までのコンクリートのかぶり, d = 有効高さ, $q = d' / d$.

Fig. 4 (b)を参照して、単鉄筋長方形断面の RC 梁の抵抗曲げモーメント M は、ACI 10.3.1. (A). (1)により、 $A_s \cdot f_y \cdot (d - a/2)$ である。ここに、 A_s = 鉄筋群の断面積, a = 圧縮応力ブロックの分布高さ $= A_s \cdot f_y / (0.85 \cdot f'_c \cdot b)$

つぎに、 f_c と曲げ引張強度 f_r の関係を求める。Fig. 5 はこれら両者の関係について、普通骨材コンクリートで行った Kesler¹²⁾ の実験結果を黒点で示したものである。これら 143 の標本点と原点を通る曲線を最小自乗法で求めた結果、次式 (Fig. 5 の A 線) を得た。

$$f_r = 8.54 \cdot f'_c{}^{0.514} \quad (\text{psi}) \quad (9)$$

同図中の三角印は Shideler¹³⁾ の実験結果のうち、普通骨材コンクリートに関するもので、これらは式(9)に

Fig. 5. Relation between compressive strength and modulus of rupture of concrete.

よるA線とよく適合している。

式(9)の f_r を M' に代入し, M' , M の f_c' , f_y に確率変数 f_c , f_s を代入し, $\rho_j = A_s/(b \cdot d)$ とし, 条件-Xにより $M' \leq M$ とおけば, f_{sci} は次式により求められる。

$$f_{sci} = \frac{1.7 \cdot f_{ci} - \sqrt{(1.7 \cdot f_{ci})^2 - 9.68 \cdot (q+1)^2 \cdot f_{ci}^{1.51q}}}{2 \cdot \rho_j} \quad (\text{psi}) \quad (10)$$

よって, ρ_j のときの $Z(f_{sc})$ は $q(=d''/d)$ と f_{ci} のみによって定まる。式(10)の計算により, この変換は Pattern 2 (Fig. 2) に相応する。図において, $f_{si}(=f_{sci})$ のとき, f_{ci} 以上のハッチした面積が条件-Xを満足しない確率であるから, P_f は次式によって求められる。

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} p(f_s) \cdot \left[\int_{f_{si}}^{+\infty} p(f_{sc}) \cdot d(f_s) \right] \cdot d(f_s) \quad (11)$$

$Z(f_{sc})$ の非対称性を5章の計算手順により調べた結果, S_{sc1} と S_{sc2} の平均値と S_{sc1} の相違は2~5%と小さかったので, $Z(f_{sc})$ を正規分布として取扱う。条件-Xを確保しない確率 P_f は4章の考察により1/100を適用する。

$q=0.05$ と 0.10 の場合について $\rho_{\min}$ を求めた結果, $q=0.10$ の方が $\rho_{\min}$ が大きかったので, この場合を Table III に示す。表中, Case 3 では34以上, Case 4 では51以上に対応する両材料の品質のものは ACI の規定値 $\rho_{\min} \geq 200/f_y$ を充足しない材料である。これより, poor ($V_c=0.20$) な品質管理の場合と V_s の極く一部を除き, $\rho_{\min}$ は ACI の規定値を充足していることが分る。

Table III. Required minimum steel ratio corresponding to $P_f=0.01$ for $q=0.1$ in 10^{-4} .

Case 3: $f_y=60(414)$, $f_c'=5(35)$												
t_s	1.0			1.5			2.0			2.5		
V_c (%)	10	15	20	10	15	20	10	15	20	10	15	20
V_s (%)	$\rho_{\min} \times 10^4$											
4	29	32	38	28	32	37	27	31	36	27	30	35
6	29	33	38	28	32	37	27	31	35	26	30	34
8	30	33	39	29	32	37	27	31	35	26	29	33
10	31	34	40	29	32	37	27	30	35	26	29	33
12	32	35	40	30	33	37	28	31	35	25	28	32

Case 4: $f_y=40(276)$, $f_c'=5(35)$												
4	43	49	56	42	47	55	41	46	54	40	46	53
6	43	49	56	42	47	55	41	46	53	39	44	51
8	45	50	57	43	48	55	41	46	52	39	43	50
10	46	51	58	43	48	55	41	45	52	38	43	49
12	48	53	60	44	49	56	41	46	52	38	42	48

Unit=in ksi.

Numbers in parentheses=MPa.

7 曲げ部材に適用可能な両材料の品質

ACI²⁾ 9.1 and 10.3.1 により, 単鉄筋長方形断面梁の所要抵抗曲げモーメント M_u は, $\phi_b \cdot [A_s \cdot f_y \cdot (d - a/2)]$ で求められる。本節では, ϕ_b が ACI の規定値 0.9 のとき, $P_f=1/1000$ での使用可能な両材料の品質を求める。 M_u に, f_c' , f_y の代りに f_c , f_s を代入して f_{sci} を求めると,

$$f_{sci} = 0.5 \cdot [A_b \cdot f_{ci} - \sqrt{(A_b \cdot f_{ci})^2 - 4 \cdot B_b \cdot f_{ci}}] \quad (12)$$

ここに, $A_b=1.7 \cdot b \cdot d/A_s$, $B_b=1.7 \cdot b \cdot M_u/A_s^2$.

式(12)の計算により, この変換は Pattern 3 (Fig. 3) に相応する。図において, $f_{si}(=f_{sci})$ のとき, f_{ci} 以下の f_c の場合は f_{ci} の場合より M_u 値は低下するので, P_f は次式によって求められる。

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} p(f_s) \cdot \left\{ \int_{-\infty}^{f_{ci}} p(f_c) \cdot d(f_c) \right\} \cdot d(f_s) \quad (13)$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} p(f_s) \cdot \left\{ \int_{f_{si}}^{+\infty} p(f_{sc}) \cdot d(f_s) \right\} \cdot d(f_s)$$

$Z(f_{sc})$ の正規性を5章の計算手順で実施した結果, S_{sc1} と S_{sc2} の平均値と S_{sc1} の相違は, ρ_b , $\rho_{\min}$ の場合の2~5%に比べ, 12~25%と大きくなったので, $Z(f_{sc})$ は非対称分布として取扱わなければならない。よって, 式(13)の計算を実施した。計算の対象とした梁の概要を Table IV に示す。

Table IV. Dimensions of flexural member applied to calculation in inch.

Type	Contents	Steel ratio	b	d	h
1	Standard	0.01667	12	15	18
2	High steel ratio	$0.75 \cdot \rho_b$	12	15	18
3	Low steel ratio	$\rho_{\min}$	12	15	18
4	Large section	0.01667	22	30	33
5	Deep d	0.01667	12	21	24

1 in=2.54 cm.

Type 1 と鉄筋比が同じで断面の大きい Type 4, 5 の計算結果と比較したが, 両者の P_f はほとんど同じであり, x 値は全く同じであったのでその結果の表示を省略する。また, 梁としては最大鉄筋比である $0.75 \cdot \rho_b$ (ACI, 10.3.3) と最小鉄筋である $200/f_y$ (ACI, 10.5.1) とを, それぞれ, Type 2 と Type 3 について P_f を求めた結果, 後者は各 Case について x 値は同じであったが, 前者は Case 1 が最小の x 値となった。よって, Table V には Case 1 を掲示した。表の第一欄は $0.75 \cdot \rho_b$ の場合を, 第二欄は $200/f_y$ の場合を示す。表中, $x \leq 3$ は $P_f \leq 1/1000$ を充足しない品質のもので, 第三欄にはそのいずれにも属さない, すなわち, $P_f \leq 1/1000$ を満足する品質のものを+印で示した。これより, ACI 規定の $\phi_b=0.90$ では, 適用可能な両材料の品質は著しく制限されることが分

Table V. Probability P_f of M less than M_u for Case 1. ($P_f = G \cdot 10^{-x}$)

Column	1			2			3			
t_s	V_g (%)	10	15	20	10	15	20	10	15	20
	V_g (%)	x								
1.0	4	4	3	3	4	4	4	+		
	6	4	3	3	3	3	3			
	8	3	3	3	2	2	2			
	10	3	3	3	2	2	2			
	12	2	2	2	2	2	2			
1.5	4	5	3	3	5	5	5	+		
	6	4	3	3	4	4	4	+		
	8	4	3	3	3	3	3			
	10	3	3	3	3	3	3			
	12	3	3	3	2	2	2			
2.0	4	5	4	3	6	6	6	+	+	
	6	5	4	3	4	4	4	+	+	
	8	4	4	3	4	4	4	+	+	
	10	4	4	3	3	3	3			
	12	3	3	3	3	3	3			
2.5	4	5	4	3	7	7	7	+	+	
	6	5	4	3	5	5	5	+	+	
	8	5	4	3	4	4	4	+	+	
	10	4	4	3	4	4	4	+	+	
	12	4	4	3	4	4	4	+	+	

る。

8 軸圧縮部材の強度の通減係数, ϕ_a 8.1 提案方法による ϕ_a

ACI, 10.3.5.2 により, タイ補強筋をもつ軸圧縮部材の設計軸方向荷重 P_u は, $0.80 \cdot \phi_a \cdot [0.85 \cdot f_c' \cdot (A_g - A_s) + f_y \cdot A_s]$ で求められる。ここに, $A_g = h \cdot b$, $\phi_a = 0.70$ (ACI, 9.3.2.2. (b)). 本節では所要の信頼性を持つ ϕ_a 値を求める。上記の P_u に, f_c' , f_y の代りに f_c , f_s を代入し, f_{sci} を求めると, 次の二式を得る。

$$P = P_0 \cdot \phi_{aj} = 0.8 \cdot [0.85 \cdot f_c \cdot (A_g - A_s) + f_s \cdot A_s] = A_a \cdot f_c + B_a \cdot f_s \quad (14)$$

$$f_{sci} = \frac{P_0 \cdot \phi_{aj} - A_a \cdot f_{ci}}{B_a} \quad (15)$$

ここに, $P_0 = P_u / 0.7$, $A_a = 0.85 \cdot 0.8 \cdot (A_g - A_s)$, $B_a = 0.8 \cdot A_s$ 。

式(14)の計算により, この変換は Pattern 3 (Fig. 3) に相応する。ただし, μ_{sc} は f_s 軸の負の領域にある。図より, $f_{si}(=f_{sci})$ のとき, f_{ci} 以下の f_c では, f_{ci} のときより式(14)の P 値は低下するので, 求める P_f は式(13)と同じ式で示される。 $Z(f_{sc})$ の正規性を S_{sc1} と S_{sc2} を求めて比較したが, 両者は完全に一致した。よって, $Z(f_{sc})$ は正規分布である。所定の確率 $P_f = 1/1000$ を適用し, 最大鉄筋量 $= 0.08 \cdot A_g$ (ACI, 10.9.1) と最小鉄筋量 $= 0.01 \cdot A_g$ (同規定) に対する ϕ_a を求めた結果, 後者の方が ϕ_a は小さかったので, この場

Table VI. Reduction factors of axial compressive strength corresponding to the specified P_f for member of $\rho = 0.01 \cdot A_g$ in 10^{-2} .

Case 1: $f_y = 40(276)$, $f_c' = 3(21)$												
t_s	1.0			1.5			2.0			2.5		
V_g (%)	10	15	20	10	15	20	10	15	20	10	15	20
V_g (%)	$\phi_a \times 10^2$											
4	83	73	65	83	73	65	83	74	66	84	74	66
6	83	73	65	83	73	65	84	74	66	84	74	67
8	83	74	66	84	74	66	84	75	67	85	76	68
10	83	74	66	84	75	67	85	76	68	86	77	68
12	83	74	66	84	75	68	86	76	69	87	78	70
Case 2: $f_y = 60(414)$, $f_c' = 3(21)$												
4	84	75	68	84	75	68	85	76	68	85	76	69
6	84	75	68	85	76	69	86	77	69	86	77	70
8	84	76	68	85	77	69	86	78	70	87	79	70
10	85	76	69	86	77	70	87	78	71	89	80	73
12	85	76	69	86	78	71	88	79	72	90	81	74

Unit=in ksi.

Numbers in parentheses=MPa.

合の ϕ_a を Table VI に示す。表中, 69 以下のものは, ACI の規定値では満足されない品質の材料を示す。これにより, poor な品質管理 ($V_c = 0.20$) でない場合には, ACI の規定値で充分なことが分る。

8.2 提案方法の妥当性

軸圧縮強度の場合には, 一般の統計学書に記載された方法で, 直接, P の分布を簡単に求めることができる。すなわち, 式(14)において, f_c , f_s は正規分布する確率変数であり, A_a , B_a は所定の部材に対して常数であるので, P の分布 $Z(P)$ は $N(\mu_P, S_P^2)$ となる。ここに, $\mu_P = A_a \cdot \mu_c + B_a \cdot \mu_s$, $S_P^2 = (A_a \cdot S_c)^2 + (B_a \cdot S_s)^2$ 。 $A_s = 3\text{"}^2$, $b = 12\text{"}^2$, $h = 18\text{"}^2$, $\phi_a = 0.7$ の場合, 上式で求めた P_u の μ_P からの距離を $t_P \cdot S_P$ で表示する。他方, 提案方法により, 同じ P_u (すなわち $\phi_{aj} = 0.7$) の場合の P_{fj} を求め, それに対応する t_s を正規分布表から求める。提案方法が正しいとすれば, t_s と t_P は等しくなければならない。計算の結果, 両者は完全に一致した。

本節の場合には簡単に P の分布が求められたが, 前節の曲げモーメント強度の場合のように, $Z(f_{sc})$ が著しく非対称な分布を示すときは, 提案方法は, 正確な $Z(f_{sc})$, P_{fj} , および, M の分布を求めるのに極めて有用である。

9 結 論

(1) 釣合い鉄筋比の通減係数 K , 最小鉄筋比 $\rho_{\min}$, 曲げモーメント強度 M_u , 軸圧縮強度の通減係数 ϕ_a の信頼性 $Q_f (=1 - P_f)$ は, それぞれ, 式(7), (10), (12), (15)により f_s 軸に変換された f_c の分布, すなわち, f_{sc}

の分布を画き, その分布と f_s の分布との交錯の程度により, 式(8), (11), (12), (15)を適用して P_f を求めて定まる。

(2) $K, \rho_{\min}, \phi_a$ の場合の $Z(f_{sc})$ は正規分布としてよい。

(3) 所要の信頼性をもつ(1)の特性値は, 各特性値の値を変え, 所定の P_f になるまで計算を繰返すことによって求められる。

(4) 所要の信頼性を得るための P_f の値は, 4章の考察に基づき, 少なくとも, 直接, 部材の破壊に関係する場合は $1/1\,000$ 以下, 部材の望ましい破壊を確保するためには $1/100$ 以下, とするのが望ましい。

(5) 上記の所定の P_f のもとに, 最も酷しい Case についての $K, \rho_{\min}, \phi_a$ の各値を求めた結果を, それぞれ, Table II, III, VI に, ACI の規定値の $\phi_b = 0.90$ を適用した場合の M_u に関して適用可能な両材料の品質を Table V に示す。

(6) 以上の結果に基づき, 一般に広く使用されている両材料について, ACI の規定値を検討すれば,

a. $\rho_{\min}, \phi_a$ については, $V_c = 0.20$ という poor な品質管理でない場合は, 極く一部の t_s を除き, 所要の信頼性を充足している。

b. しかし, K, M_u については, 所要の信頼性を充足しない場合が多いので, 遞減係数および両材料の品質の適用については注意を要する。

おわりに, 本研究の遂行にあたり, 有益なご助言を頂いた京都大学・岡田清名誉教授に深謝します。

(昭和59年10月2日 土木学会第39回年次講演会; 昭和61年11月24日 土木学会第41回年次講演会にて講演)

参 考 文 献

- 1) ACI Committee, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-83)" (1983), ACI, Detroit.
- 2) ACI Committee, "Commentary on Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318R-83)" (1983), ACI, Detroit.
- 3) S.A. Mirza and J.G. MacGregor, Proc. ASCE, **105**, ST5, 921 (1979).
- 4) S.A. Mirza, M. Hatzinikolas and J.G. MacGregor, Proc. ASCE, **105**, ST6, 1021 (1979).
- 5) H. Rüsch, R. Shell and R. Rackwitz, Bulletin **206**, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 38 (1969) Berlin, (in German).
- 6) J.B. Tait, Concrete International: Design & Construction, **3**, 9, 79 (1981).
- 7) A.M. Freudenthal, IABSE, 8th. Conf. 13 (1968).
- 8) J.T.P. Yao, ASCE, Specialty Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability, Jan. 10-12 (1979) Tucson.
- 9) E.B. Haugen, "Probabilistic Approaches to Design", p.148 (1968) John Wiley & Sons, New York.
- 10) J.F. Costello and K. Chu, Proc. ASCE, **95**, ST10, 2281 (1969).
- 11) D.E. Allen, Proc. ACI, **67**, 12, 989 (1970).
- 12) C.L. Kesler, Proc. ASTM, **54**, 1178 (1954).
- 13) J.J. Shideler, Proc. ACI, **54**, 4, 299 (1957).