板材の部分的物体除去に起因する 残留応力再分布の解析と測定例

本 田 和 男* 鳥 居 太 始 之* 費 中 敏**

Analysis and Measurements of Residual-Stress Redistribution due to Material Removal in a Plate

by

Kazuo HONDA*, Tashiyuki TORII* and Zhongmin FEI**

Residual-stress redistribution caused by making a full-depth hole in a plate with biaxial residual stresses was elastically calculated using the Finite Element Method (FEM). The initial residual stresses were introduced into each finite-element through the intermediary of the most suitable eigen-strain distribution in such a way as to accord with the X-ray residual stresses measured prior to the material removal. A new calculation method is also proposed which removes at a time all the finite-elements of the removal-area in the FEM analysis, in contrast to the conventional method in which the elements are removed one by one. The analytical results of residual-stress redistribution were in good agreement with the X-ray residual stresses measured after drilling with an end mill, in the plate with residual stress induced by welding or by water-cooling. These results show that the residual stress change due to the material removal occurs markedly in the vicinity of the removed place.

Key words : Finite element method, Material removal, X-ray stress measurement, Welding residual stress, Residual-stress redistribution

1 緒 言

部材の変形および応力の解析は、部材周辺の変位あるいは外力を境界条件とすることが多いが、残留応力を初期条件とする部材の変形挙動の解析は、弾性問題に限ってもあまり行われていないようである。著者らは前報で、有限要素法解析における各要素に初期残留応力を導入すれば、残留応力をもつ領域が除去されると除去部周辺節点に境界条件（節点力）が自動的に与えられ、残留応力の再分布が計算できることを示し、さらに、一軸残留応力場の解析結果と実験結果はよく対応することを報告した。ただし、実験結果において幅方向に小さい圧縮残留応力をもち、完全に軸方向一軸残留応力のみを有する試験片ではなかったため、両結果の絶対値自身の比較には解析法あるいは実験法をさらに工夫する必要があった。

さて、解析法を一般化するには二軸残留応力場にも適用できるように、初期条件となる残留応力の導入法を検討しておく必要があると考えられる。すなわち、残留応力の測定値に基礎をおく場合、測定値は一般に誤差を含むので、応力およびひずみの基礎式を満足しているとは限らないことである。ここでは、固有ひずみの分布と有限要素法を組み合わせれば、力学的に満足する残留応力発生をシミュレーションできることに着

目して、前報の一軸に引き続き二軸残留応力場の物体除去に伴う残留応力再分布を取り扱うことができるようにした。さらに、有限要素法解析において、任意形状を除去する前報の解析法に替る簡便な方法を考案した。一方、溶接残留応力を発生させる簡単なモデル溶接部材と前報でも用いた水冷熱残留応力部材を二軸残留応力場を扱う解析法の適用例として選び、穴加工による残留応力再分布について実験的および解析的に考察した。

2 解 析 法

2・1 初期残留応力導入法の考え方

残留応力分布は、材料の加工や熱処理など製作上の履歴に依存して異なり、理論的に残留応力分布を求めることは一般に難しい。一方、緒言でも指摘したように、残留応力測定値も測定法に依存した誤差を伴うはずであり、そのまま、真の初期残留応力として導入することには問題が残る。

さて、試験片に生じる残留応力は、各場所によって異なる固有ひずみ²⁾が与えられた場合、連続体を形成するために弾性論的に生じた応力として理解される。また、不均一な固有ひずみが与えられると、残留応力分布が一意的に定まることも証明されている⁴⁾。すなわち、有限要素法解析においては、境界で作用する外力はな

原稿受理 昭和62年8月8日 Received Aug. 8, 1987

* 正 会 員 岡山大学工学部 岡山市津島中, Faculty of Engineering, Okayama University, Tsushima-naka, Okayama

** 岡山大学大学院 岡山市津島中, Graduate Student, Okayama University, Tsushima-naka, Okayama

く各要素に固有ひずみ ε_{ij}^* を与えたとき, 解析される各要素の応力が力学的な基礎式を満足する巨視的残留応力^{*1}を与えることになる. たとえば, 微視組織の影響を受けやすい X 線応力測定値に対しては, 与えられる ε_{ij}^* から計算される応力分布ができるだけ多くの実験点に接近するように決定できれば, その ε_{ij}^* に対応する応力値が力学的に矛盾しない初期残留応力として採用できると考えられる. なお, 残留応力の実測値から固有ひずみの分布を決定する一般的な方法はないが, 問題によっては定性的に予想することが可能である. 本報では, このことを考慮して, 二つの残留応力部材を例に取り上げている.

2・2 任意形状除去の従来法と簡便法

Fig. 1 に示すように, 有限要素法解析において分割要素 ⑩ 内に残留応力 $\{\sigma\}$ が与えられ, その要素が除去される場合, 式 (1) で計算される節点力 $\{f\}$ の符号を式 (2) のように逆にした $\{F\}$ を節点 i, j, k の負荷条件として用いれば, 要素 ⑩ の除去による残留応力再分布および変形挙動を解析できることを, 前報で示した¹⁾.

$$\frac{\Delta}{2}[B]^T\{\sigma\} = \{f\} \quad (1)$$

$$\{F\} = -\{f\} \quad (2)$$

ここで, $\Delta/2$ は要素 ⑩ の面積, $[B]$ は各節点の座標から決定される B マトリックスである. 一般に, ある領域を除去する場合には, その領域を n 分割にして順次 n 個の要素を繰返し除去すればよい. なお, 除去部の大きさによっては, 要素分割数に依存して繰返し回数が多くなるためにかなりの計算時間を要した. また, 要素除去に伴い拘束条件を順次変更するために, プログラムの取り扱いも多少の工夫が必要であった.

さて, 前報の要素除去の繰返し計算は, 式 (1) と式 (2) に基づいて注目している要素の応力を順次零にす

Fig. 1. FEM analysis of removing an element with residual stress.

*1 試験片全体でつり合う残留応力と定義している.

ることに他ならない. 一方, 要素の応力 $\{\sigma\}$ は, 式 (3) のように, $[D]$ マトリックスと積の形であり, さらに,

$$\{\sigma\} = [D][B]\{u\} \quad (3)$$

その $[D]$ は縦弾性係数 E に比例する. すなわち, 注目している要素に対して $E \neq 0$ とおけば $[D] \neq 0$ となるので, 式 (3) により要素の応力はほぼ零となるはずである. したがって, 本法による除去部周辺の変形解析結果は, 前報のそれに一致すると考えられる. なお, 式 (3) の $\{u\}$ は, 節点変位マトリックスである. 実際に n 個の要素を除去する場合には, Fig. 2 のフローチャートに示すように, 初期残留応力を前項の考え方に従い導入した後, n 個の要素に対して式 (1) と (2) に基づく計算により節点荷重 $\{F\}$ を求めて, 除去領域に含まれる全要素の縦弾性係数 $E_{⑩-⑩} \neq 0$ とおく. この方法では, 要素を順次除去しないため計算時間は短縮され, また, 除去領域を構成する要素の番号を連続させる必要もないため, プログラムの取り扱いも簡単になる. そこで, 本方法を簡便法として前報の方法 (従来法) と区別した.

Fig. 2. Flow chart for calculation by the new method.

なお, 分割要素に固有ひずみを発生させ初期残留応力を導入すると節点が多少移動するため, 除去領域の寸法指定が不正確となる. そのため, 初期残留応力導入による節点移動量を補正し元の節点座標にもどした後で, 要素除去による変形解析を行っている.

2・3 従来法と簡便法による解析結果の比較

前項で提案した簡便法において, 除去部の縦弾性係数 E をどの程度小さくすればよいかをみるために, Fig. 3 の 1/4 要素分割図に示すように, 1 辺 90 mm の正方形中央にある半径 15.0 mm の円穴以外の部分

Fig. 3. Meshes for FEM analysis used in a comparison between the new and old methods.

に対して、 $\epsilon_x^* = \epsilon_y^* (= -0.00107)$ および $\epsilon_{xy}^* = 0$ の一様な固有ひずみを与えて圧縮残留応力場を誘起させた後、半径 11.5 mm の中央円穴を除去したときの残留応力再分布と変形挙動を平面応力の条件下で解析した。ただし、材料の縦弾性係数 $E = 205.8 \text{ GPa}$ およびポアソン比 $\nu = 0.3$ とした。さて、除去部の縦弾性係数 E を種々変化した簡便法 (New method) と中心に近い要素から順次除去した従来法 (Old method) による解析結果の比較において、 x 軸に接する要素の幅方向 (x 方向) 残留応力 σ_x および除去穴大きさの変化量を例として Fig. 4 および Fig. 5 にそ

Fig. 4. A comparison in residual stress between the new and old methods.

*2 鉄系材料において周辺に中央円孔より温度変化 $\Delta T = -100^\circ\text{C}$ に相当する固有ひずみを与えた例である。

Fig. 5. A comparison in displacement between the new and old methods.

れぞれ示す。これより、除去部の E を材料のその 1/10000 にすれば、図中実線で示すように、簡便法の解析結果は従来法の解析結果と一致することがわかる。なお、他の応力成分および変位の解析結果も同様に両者はよく一致した。それ故、除去部の縦弾性係数 $E = 205.8 \times 10^{-4} \text{ GPa}$ として、以後の解析を行った。

さらに、除去部の $E \approx 0$ とする上述の方法は、一般の負荷条件下の有限要素法解析において、解析の対象となる幾何学的形状をプログラム内で簡単に変えることに適用できる。たとえば、Fig. 3 の中央穴 (半径 11.5 mm) をあらかじめ取り除いて遠方上に軸方向 (Y 方向) 負荷した解析結果 (一般的方法) と、遠方上に同じ値の負荷を与えた後でプログラムにより中央穴部の $E \approx 0$ とした解析結果 (本方法) は、全く一致する結果であった。

3 溶接残留応力部材

3.1 試験片と残留応力測定法

溶接部材に生じる残留応力は、一般には溶融部が冷却過程で収縮することが大きな要因であると考えられる⁶⁾。ここでは、そのような残留応力の最も簡単な例として、中心対称な分布をもつ試験片の製作を以下のように試みた。まず、Fig. 6 のように円板 (板厚 4.0 mm, 直径 96 mm) の中央に直径 35 mm のエンドミル加工を行った後、873K 1 時間保持の真空焼なましを行った。母材ならびに中央穴の溶着金属として使用する溶接棒の化学成分は、Table I のとおりである。すなわち、できるだけ両材の化学成分に差がなく、変態の影響が現れにくい低炭素鋼 (S10C) 材を用いた。さて、中央穴の溶着には、Fig. 6 で示したように穴下側に受け板 (S10C 材) をおき、高力率小形交流アーク溶接機 (一次電圧 200 V, 二次電流 140A) を

Fig. 6. A circular specimen with a center-welded part.

Table I. Chemical composition of the welded specimen.

	C	Si	Mn	P	S
Weld metal	0.09	0.02	0.41	0.007	0.015
Base metal	0.11	0.27	0.47	0.013	0.015

用いて、溶融金属を中央穴の周辺から中心に向かって埋めるように溶接棒の先端を移動した。ただし、溶接棒の移動は自動ではなく、熟練者によるものである。溶着・冷却後に、下側の受け板を機械加工により少しずつ削り落とし、また、両表面からの冷却の影響が現れない試験片の残留応力分布とするために、試験片の両表面を約 0.4 mm (片側に付き) 電解研磨により除去した。すなわち、両表面を逐次除去しながら X 線応力測定を行い、残留応力測定値が除去しても変化しなくなるまで両表面除去を繰返した。このような残留応力は、試験片の中心対称の冷却により中心対称な分布となり、板厚方向にも大きく変化しないものと予想される。

残留応力測定は、鳥津製 DX-10 型 X 線応力測定装置を用い、Cr-K α 回折線ならびに 2×2 mm² の照射面積および ±2.5° の X 線入射角揺動の条件で行った。なお、測定の場所と方向を設定した後、応力値が得られるまでは全自動である。すなわち、オプションとして、半価幅法によるピーク位置決定、4 点指示による sin² ϕ -2 θ 線図のこう配の決定および応力定数 -317.9 MPa/deg. を指定した。

3・2 初期残留応力と固有ひずみの分布

Fig. 7. Distributions of initial residual stress and eigen strain in the welded specimen.

円板の中心部溶融・冷却によって発生する残留応力は中心対称であると予想されるので、ある半径上の半径方向残留応力 σ_r と円周方向残留応力 σ_θ を測定した。その結果を、Fig. 7 の上図にそれぞれ●および○印を用いて示した。これより、中央部溶着部で両応力は共に引張りではほぼ等しい値であるが、母材部では σ_r は引張りおよび σ_θ は圧縮となることがわかる。なお、中心対称な応力分布に対してはせん断応力 $\sigma_{r\theta}$ は零となるので、本試験片の残留応力のせん断成分は現れていないものと予想される。

さて、残留応力測定値から固有ひずみを決定する一般的な方法は現在見当たらないが、ここで扱う溶接材では中心対称な固有ひずみが予想される。さらに、母材および溶着金属は共に低炭素鋼で変態による膨張が小さいことから、中心から周辺に向って連続的な冷却時の熱収縮による固有ひずみが支配的であると考えられる。一方、熱収縮量は温度と共に増大するので、円板中心の熱源に対する熱伝導方程式に従う温度分布と類似の固有ひずみ分布であることが期待される。そこで、対数表示式に従い⁷⁾、Fig. 8 の分割要素内に固有ひずみ ($\epsilon_r^* = \epsilon_\theta^* = \epsilon_\phi^*$, $\epsilon_{r\theta}^* = 0$) を半径 r の関数として導入することにより得られる残留応力計算値 (平面応力) が Fig. 7 上図の実測値に最もよく合致する固有ひずみ分布を試行錯誤により決定する。その方法により検討した結果、Fig. 7 下図の固有ひずみ分布が上図の各線で示す程度の残留応力分布を与えるので、その固有ひずみ分布をここでは採用した。すなわち、それは次式

Fig. 8. Meshes for FEM analysis in the welded specimen.

で表される.

$$\epsilon^*_{\theta} = \begin{cases} -2.352 \times 10^{-3} & (0 \leq r \leq 15) \\ 4.28 \times 10^{-4} \ln[0.3(r-15)+0.05] & \\ -1.07 \times 10^{-3} & (15 \leq r) \end{cases} \quad (4)$$

なお, Fig. 8 の要素分割図において, A 部は後に加工穴として削除するための要素分割であり, また, A 部除去後は対称な変形挙動とならないため, 非対称変形解析のできる試験片全域を対象にした要素分割となっている.

3・3 残留応力再分布

Fig. 8 に示した要素分割において, A 部に対応する円穴(直径 16 mm)のエンドミル加工を円筒形の台上で試験片が移動しないように軽く固定して行った. なお, 加工による発熱をできるだけ少なくするために,

工具の低回転速度(70 rpm)およびきわめて遅い手動の切込速度(各穴あけに 2 分程要した)を条件とし, 1 回目 2 mm ϕ と 2 回目 7 mm ϕ ドリル加工および 3 回目 16 mm ϕ の円孔となるようにエンドミル加工を行った. つぎに, 残留応力再分布の測定結果の一例として, 半径方向 σ_r および円周方向 σ_{θ} について, Fig. 9 に示す. 測定位置は, 図中の β (x 軸と時計方向のなす角)をもつ半径上である. これより, 穴の近傍で残留応力再分布は大きく生じており, 解析値と実測値はほぼ一致していることがわかる. さらに, 図は省略したが $\beta=23\text{deg.}$ の σ_r および $\beta=0$ (x 軸上)の σ_{θ} に関する残留応力再分布においても, 解析値と実測値とはよく対応した. とくに, x 軸上の穴縁の σ_{θ} は圧縮の応力集中を示す解析結果および実験結果であった.

以上の残留応力再分布は, 穴の寸法変化と密接に関係していると考えられる. そこで, 穴の寸法変化について調べると, Fig. 10 に示すように, 穴あけ前に描いた直径 16 mm の円(破線)は, 穴内部の残留応力解放により一点鎖線のようにだ円に近い形状となることが解析結果よりわかる. なお, 図の矢印が要素節点の変位量であり, 図に示す倍率に拡大している. また, 工具の径は破線の大きさであるので図中の斜線部も含むことになる. このように, 工具径とは異なる実際の穴寸法となる可能性のあることは加工精度に関して留意すべき点であると考えられる. さて, x 軸で伸び, y 軸で縮む穴寸法の変化は穴内の x 方向引張りおよび y 方向圧縮の残留応力解放の下で生じていると考えられる. したがって, Fig. 9 (左図)で円穴が引き伸ばされる方向の σ_r (引張り)は増大し, Fig. 9 (右図)で穴縁に垂直な成分となる σ_{θ} (圧縮)の絶対値は減少するようなそれぞれの残留応力再分布の実測値

Fig. 9. Redistributions of radial and circumferential residual stresses in the welded specimen.

Fig. 10. Dimensional change due to residual stress-relief of the removed hole (in analysis).

となることが理解できる。

4 水冷熱残留応力部材

4・1 試験片

供試材は、Table II の化学成分をもつ S45C 材である。試験片は、長さ 180 mm、厚さ 6mm で、板幅は 30mm (ただし、中央平行部は 20mm) で、1/4 試験片の諸寸法を Fig. 11 (a) の有限要素分割図と共に示した。残留応力発生法は前報と全く同様であるので記述を省略するが、本報では 873K からの水冷による熱残

Table II. Chemical composition of the water-cooled specimen. wt%

C	Si	Mn	P	S
0.47	0.22	0.70	0.015	0.019

Fig. 11. Meshes for FEM analysis and distribution of eigen strain in the water-cooled specimen.

留応力を発生させたものである。

また、残留応力測定条件は、3・1 節で述べた溶接残留応力測定と全く同じである。

4・2 初期残留応力分布と固有ひずみ

試験片長手方向中央の幅方向に沿う軸方向および幅方向残留応力分布の測定値をそれぞれ Fig. 12 の○および□印で示す。これより、中央引張り・両側圧縮の軸方向熱残留応力分布が支配的であるが、板幅において中央平行部が両端よりも減少している試験片形状のためと思われる幅方向圧縮残留応力が少し生じていることがわかる。前報では、この幅方向残留応力を無視して扱った。

さて、水冷時の板内温度こう配によって熱収縮量が異なるために発生する熱応力（弾性）が大きい場合、塑性変形を生じて熱残留応力を誘起する。すなわち、塑性変形の大小は熱応力分布に強く支配されると考えられ、さらに、その応力分布は等方的熱収縮量の分布によって決定されるので、結局熱残留応力分布は等方的な固有ひずみの板内の分布状態を強く反映していると考えられる。そこで、固有ひずみの成分を $\epsilon_x^* = \epsilon_y^* = \epsilon_0^*$ 、および $\epsilon_{xy}^* = 0$ として、 $\epsilon_0^*(x, y)$ の分布に基づいてどのように水冷材の残留応力測定値がシミュレートできるかを以下に検討した。採用した Fig. 11 (b) の固有ひずみ $\epsilon_0^*(x, y)$ は、主として長手方向の残留応力 σ_r を誘起する試験片側面から x 軸方向への冷却の効果と、試験片中央付近で狭い幅のため幅方向の σ_r を誘起する y 軸方向への冷却の効果が重畳している。

Fig. 12. Initial values and redistribution of residual stress in the water-cooled specimen.

すなわち、試験片縁に近いほど ε_0^* の値は大きくなり、試験片縁の値を基準（零）にして示せば、図のような等 ε_0^* 線図が得られる。このような固有ひずみ分布 $\varepsilon_{0(x,y)}^*$ の下で、Fig. 11 の分割図の有限要素解析（平面応力）による軸方向および幅方向の初期残留応力計算値は、それぞれ Fig. 12 の $\bigcirc$ および $\square$ となり、それらは、破線のように残留応力測定値によく一致することがわかる。ただし、これも溶接残留応力部材と同様に試行錯誤の結果により得られたものである。

4・3 残留応力再分布

溶接部材の穴加工と全く同様の条件で、バイスに固定された試験片中央に直径 8 mm のエンドミル加工による穴加工を行った。穴加工後、試験片中央板幅方向に穴縁から種々の位置（x 方向）で X 線応力測定を表面そのままの状態（ $t=0$ ）と電解研磨により表面からの距離 $t=0.22$ mm を除去した場合についてそれぞれ行った。Fig. 12 より、穴のごく近傍で穴加工層の影響があるため実測値は圧縮よりの値であるが、全体的に解析値によく一致しており、穴周辺で引張応力が增大する残留応力再分布となることがわかる。なお、穴加工層により圧縮残留応力となる傾向は、表面で大きいことが t の差による実測値の比較からわかる。また、穴加工の影響として穴周辺から約 0.4 mm の範囲で硬さの上昇が認められた。

以上の考察から、現時点での解析法は弾性解析であるため、加工層を反映する実測値との比較ではそのことの差異が現れる場合もあるが、溶接残留応力部材および水冷熱残留応力部材において、本報で提案した二軸残留応力場の取り扱い方および要素除去簡便法の適用が可能であることがわかる。

5 結 言

残留応力をもつ部材の任意形状除去に対する有限要素法解析について、固有ひずみを用いた初期残留応力の導入法ならびに要素除去の簡便法に注目して検討を行った。さらに、その方法を用いて、溶接残留応力部材および水冷熱残留応力部材の穴加工に伴う残留応力再分布について検討した。結果は、以下のように要約される。

(1) 二軸初期残留応力の分布は、有限要素法解析の各要素に固有ひずみを発生させることによりシミュレートできることがわかった。この方法は、残留応力をもつ部材の部分的物体除去に伴う変形解析を有限要素法を用いて行う場合に、初期残留応力を導入する方法として有用である。

(2) 提案した要素除去の簡便法による残留応力再分布と変形の解析結果は、前報の従来法の結果と全く一致した。したがって、本法が計算時間の短縮化ならびに要素除去手順の効率化に有効な方法として利用できる。

(3) 溶接残留応力部材および水冷熱残留応力部材のエンドミル穴加工後は、残留応力の再分布があること、とくに穴周辺で応力変化は大きいことが X 線残留応力測定結果から明らかとなった。さらに、その実測値は加工層がある穴周辺のごく一部を除いて、解析値とよく一致した。また、残留応力の解放による穴の寸法変化が生じ、工具径とは異なる寸法穴となることの解析例を溶接残留応力部材について示した。

終りに、有益なご助言を頂いた徳島大学工学部藤原晴夫教授に厚くお礼を申し上げます。また、実験遂行に援助を頂いた文部技官徳田勝氏および当時学生木田貴久君に謝意を表します。

（昭和61年9月18日 第30回材料研究連合講演会にて講演）

参 考 文 献

- 1) 本田和男, 鳥居太始之, 熊沢純一, 日本機械学会論文集, **47**, 899 (1981).
- 2) 村外志夫, 森 勉, “マイクロメカニクス”, p. 1 (1976) 培風館.
- 3) 加藤昌彦, 青山咸恒, 材料, **34**, 1441 (1985).
- 4) 北川 浩, “塑性力学の基礎”, p. 101 (1979) 日刊工業新聞社.
- 5) 例えば, 日本材料学会編, “初心者のための有限要素法”, p. 118 (1975).
- 6) 米谷 茂, “残留応力の発生と対策”, p. 220 (1975) 養賢堂.
- 7) 西川兼康, 藤田恭伸, “伝熱学”, p. 14 (1983) 理工学社.