ボイド材の構成式を用いたき裂先端近傍の解析[†]

宮 本 博* 菊 池 正 紀*
久 保 光 宏** 猪 平 剛**

FEM Analysis on the Neighbourhood of Crack Tip by Constitutive Equation of Voided Material

by

Hiroshi MIYAMOTO*, Masanori KIKUCHI*,
Mitsuhiro KUBO** and Tsuyoshi INOHIRA**

Large deformation finite element analysis with modified Gurson's constitutive relation was applied to the 1 void and 2 voids models. Deformation, distribution of equivalent plastic strain and void volume fraction were obtained, and the condition of the localization of deformation given by Rudnicki and Rice was applied to study the possibility of the ductile fracture by the localization. Furthermore, the relation between the diameter of voids and J was compared with the experiments. The results show that the large deformation area, the region of high equivalent plastic strain and the void volume fraction coincide with the localized area. These phenomena are thought to be the precursor phenomena of shear banding. The width of the ligament of cracks and voids becomes narrower due to an increase in J , but it has a certain limit, and this result of analysis shows a quite similar tendency with the experiments.

Key words : Crack, Void, Nucleation · growth · coalescence, Constitutive equation of voided material, Localization

1 緒 言

近年、破壊機構の秘密を解く鍵は、き裂の先端のプロセスゾーンに追い込まれたとして、連続体力学の立場から大変形の有限要素法を使って、破壊機構を説明しようとする研究が盛んに行われている。プロセスゾーンとは、き裂先端に現れる intensely deformed non-linear zone のことであり、破壊のプロセスそのものが起こっている領域である。この種の問題を、連続体力学によって解くには、(1)有限変形解析、(2)構成式と Localization、(3)破壊条件等が問題になる。¹⁾ Aravas, McMeeking や Needleman, Tvergaard²⁾、青木らは構成式として、 J_2 -Flow Theory, Modified Gurson's Model を用い解析を行っている。その解析の中で、Aravas, McMeeking は、破壊条件として、CTOD を用いている。また、Needleman, Tvergaard³⁾の解析では、ボイド率 f が f_c の値に達したとき、ボイドの合体により応力伝達能力が急激に弱まり、 $f=f_c$ に達したとき完全に応力伝達能力がなくなるものとして、これを破壊条件として用いている。

しかし、プロセスゾーン内での破壊機構は完全に解

明されたわけではない。本研究では、き裂先端近傍にボイドを想定したモデルについて Modified Gurson's Model (ボイド材の構成式)を用い、有限変形を考慮した有限要素法解析を行う。そして、き裂とボイド、ボイドとボイドの挙動を解析し、変形、ひずみ分布、ボイド率分布を求める。さらにそれを実験結果と比較する。また、Rudnicki と Rice⁶⁾によって与えられた局所化条件をボイド材の構成式に適用し、局所化域を求め、変形の局所化についても検討を加え、プロセスゾーン内での破壊機構について考察する。

2 解析方法

本解析では、延性材料の第二相粒子のはく離や、き裂の作用によるボイドの増加を考慮することができる、Gurson⁷⁾によって提案され、Tvergaard⁸⁾によって修正されたボイド材の弾塑性構成式を用いる。この構成式は Needleman と Tvergaard⁴⁾により、さらに修正を施されているが、今回は、これを考慮せずに解析を行った。

Gurson は、材料中にランダムに存在する微小空孔を 1 個の球状セルの中央に 1 個の球状ボイドが存在す

[†] 原稿受理 昭和62年11月5日 Received Nov. 5, 1987

* 正 会 員 東京理科大学理工学部 野田市山崎, Faculty of Science and Technology, Science University of Tokyo, Noda, Yamazaki

** 東京理科大学理工学部 野田市山崎, Faculty of Science and Technology, Science University of Tokyo, Noda, Yamazaki

るものとして置き換え、式(1)のような降伏関数を導いた。

$$\Phi = \frac{3}{2} \frac{\sigma_{ij} \sigma_{ij}}{\bar{\sigma}_m^2} + 2f q_1 \cosh\left(\frac{1}{2} \frac{\sigma_{kk}}{\bar{\sigma}_m}\right) - (1 + q_1^2 f^2) = 0 \quad (1)$$

ここで

- σ_{ij} : 巨視的偏差応力
- $\bar{\sigma}_m$: 母材の微視的相当応力
- q_1 : 修正パラメータ ($q_1=1.5$)
- f : ボイド率

また、巨視的変形速度が式(2)で表されるように弾性成分 D^e_{ij} と塑性成分 D^p_{ij} とに分解でき、その和として表されるとすると、本解析で用いる構成式は式(3)で表される。

$$D_{ij} = D^e_{ij} + D^p_{ij} \quad (2)$$

$$\dot{\sigma}_{ij} = 2GD_{ij} + (K - (2/3)G)\delta_{ij}D_{kk} - \frac{(G(\sigma_{ij}/\bar{\sigma}_m) + K\alpha\delta_{ij})(G(\sigma_{kl}/\bar{\sigma}_m) + K\beta\delta_{kl})}{(1/9)H + (1/3)\omega G + K\alpha\beta} D_{kl} \quad (3)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} q_1 f \sinh\left(\frac{\sigma_{kk}}{2\bar{\sigma}_m}\right) \quad (4)$$

$$\beta = \alpha + B \frac{\bar{\sigma}_m}{6} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial f} \quad (5)$$

$$\omega = \frac{3\sigma_{ij}\sigma_{ij}}{2\bar{\sigma}_m^2} \quad (6)$$

$$H = \left(\omega + \frac{\sigma_{kk}}{\bar{\sigma}_m}\alpha\right)^2 \frac{h_m}{1-f} - \bar{\sigma}_m \left\{ q_1 \cosh\left(\frac{\sigma_{kk}}{2\bar{\sigma}_m}\right) - q_1^2 f \right\} \times \left[\frac{h_m}{1-f} (A+C) \left(\omega + \frac{\sigma_{kk}}{\bar{\sigma}_m}\alpha\right) + 3\alpha(1-f) \right] \quad (7)$$

ここで、 $\dot{\sigma}_{ij}$ は Cauchy 応力の Jaumann 変化率、 D_{ij} は巨視的変形速度、 G はせん断弾性係数、 K は体積弾性係数、 H は加工硬化率である。また、ボイド率の変化 $\dot{f}$ は、発生、成長、合体を考慮し次式を用いる。

$$\dot{f} = (\dot{f})_{\text{growth}} + (\dot{f})_{\text{nucleation}} + (\dot{f})_{\text{failure}} \quad (8)$$

ここで第一項は、ボイドの成長を表す項であり、母材が非圧縮性を有するので次式のようになる。

$$(\dot{f})_{\text{growth}} = (1-f)D^p_{kk} \quad (9)$$

また、第二項は、ボイドの発生を表す項であり次式で表される。

$$(\dot{f})_{\text{nucleation}} = A\dot{\sigma}_m + (1/3)B\sigma_{kk} \quad (10)$$

このとき、ボイドの発生が母材と介在物の間で伝達される最大の応力尺度： $(\bar{\sigma}_m + \sigma_{kk}/3)$ によって規定されるとする stress controlled nucleation model を用いる。ボイドが発生する応力は正規分布であり、その平均値が σ_N であると仮定することにより、 A 、 B を次式のようにおく。

$$A = B = \frac{f_N}{\sigma_y s \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left\{ \frac{(\bar{\sigma}_m + \sigma_{kk}/3) - \sigma_N}{s\sigma_y} \right\}^2\right] \quad (11)$$

ここで、 σ_y は降伏応力、 s は標準偏差、 f_N はボイド発生粒子の体積率を示す。

第三項は、ボイドの合体を表す項で次式で表される。

$$(\dot{f})_{\text{failure}} = \begin{cases} 0 & (f < f_c) \\ C\dot{\sigma}_m & (f > f_c) \end{cases} \quad (12)$$

$$C = \frac{f_u - f_c}{h_m \Delta \epsilon} \quad (13)$$

ここで、 f_c は、この値を境に応力伝達能力が弱まることを示すボイド率臨界値、 f_u はこの値を境に応力伝達能力が完全になくなることを示すボイド率最終限界値、 $\Delta \epsilon$ は付加材料係数、 h_m は母材の加工硬化率を示す。

2・1 局所化条件

等方均質体に一樣応力が働いて、均一な変形をした状態を考える。このあとさらに応力を増すと、ある時点で非一樣変形状態になると考える。この時点をも局所化開始と考え、変形が集中する部分を局所化帯とよぶ。Rudnicki と Rice は、これについて次のような局所化の条件式を導いた。

$$|L_{21k2} - R_{1k}| = 0 \quad (14)$$

ここで、 L_{21k2} は構成テンソルであり、 R_{1k} は次式で与えられる。

$$R_{1k} = 1/2(\sigma_{2k}\delta_{12} + \sigma_{1k} - \sigma_{22}\delta_{1k} - \sigma_{21}\delta_{2k}) \quad (15)$$

Rudnicki と Rice によると、体積膨張因子 α が大きいとき、局所化帯の法線は応力状態： $\sigma_I > \sigma_{II} > \sigma_{III}$ ($\sigma_i : i = \text{I, II, III}$ は主応力成分) で、多くの場合 σ_{II} 方向に垂直になる。さらに式(14)をボイド材の構成式に適用すると、ボイド材における局所化の開始は、式(7)で与えられる H が、次の H_{cr} に等しくなったときである。

$$H_{cr} = G \frac{1+\nu}{1-\nu} (\alpha - \beta)^2 - \frac{9}{2} G(1+\nu) \times \left\{ \frac{\sigma_{II}}{\bar{\sigma}_m} + \frac{1}{3}(\alpha + \beta) \right\}^2 \quad (16)$$

ここで、 ν はポアソン比、 σ_{II} は主偏差応力の中間成分を示す。本解析にも、この条件を用い、 H が H_{cr} に等しくなった領域を局所化域とする。

2・2 解析対象

解析対象として、CT 試験片を想定し、Fig. 1 のようにモデル化する。荷重は図のように一点集中荷重がかかるものとする。材料は A1 合金 7075-T6 を想定する。その機械的性質を Table I に示す。式(11)、(13)における材料定数は文献2)、9)を参照して、次のように決める。

$$s_N = 0.2$$

$$f_N = 0.04$$

$$f_u = 2/3$$

$$f_c = 0.15$$

Fig. 1. Model of 1CT specimen and voids near the crack tip.

Table I. Mechanical properties of 7075-T6.

Young's modulus	E	GPa	71.3
Poisson's ratio	ν		0.3
Yield stress	σ_y	MPa	375.6
Constitutive equation			$\bar{\sigma} = 663.9 \times (0.00505 + \bar{\epsilon}_p)^{0.109}$
Fracture toughness	J_{Ic}	kN/m	11.3

Table II. Average distance between crack tip and precursory voids.

No.	1	2	3	4	5	6
a_v	10.1	11.0	9.9	9.9	10.9	12.9

7	8	9	10	11	12	A_v
9.8	11.0	8.0	11.3	9.6	9.8	10.35

Fig. 1 に示すようにき裂先端部は純化しており、半径 $2\mu\text{m}$ の円形をしていると考える。さらに、解析はボイドを 1 個想定した 1 ボイドモデルとボイドを 2 個想

定した 2 ボイドモデルの二つについて行う。このモデルは、き裂先端にある大きな介在物 ($0.5\text{--}50\mu\text{m}$) より発生した大きなボイドとき裂の干渉を考えるものとする。したがって、ボイド径としては $4\mu\text{m}$ を考える。ボイドとき裂の間隔 $10\mu\text{m}$ は、7075-T6 について得た実験結果を参考にし、き裂先端に近い先行ボイドの平均距離 a_v (Table II) より決める。なお、2 ボイドモデルの場合は、ボイド数の影響を定性的に求め

Fig. 2. Finite element mesh of 1CT specimen.

るため、同様にボイドとボイドの距離を $10\mu\text{m}$ とする。
Fig. 2 に要素分割図を示す。

有限要素法の定式化は有限変形を考慮し、Updated-Lagrange 法を用いる。解析条件として、平面ひずみ状態を仮定して解析を行う。要素は、四つの三角形定応力要素で一つの四角形を構成する、crossed triangle 要素を用いる。なお、1 ボイドモデルは、515 要素 (2060 要素), 575 節点 (1090 節点), 2 ボイドモデルは、681 要素 (2724 要素), 760 節点 (1441 節点) に要素分割した。

3 解析結果

Fig. 3 に 1 ボイドモデルの変形過程を示す。変形が進むにつれて、き裂、ボイド共に上下方向に引張られるように変形している。変形は、き裂とボイドの間の要素とボイドの右側斜め方向の要素に集中しており、ボイドのき裂線方向の変形は、その上下方向の変形に比べて小さいことがわかる。き裂とボイド間のリガメント部は、変形が進むにつれて狭くなっていくが、変形後期の段階に至っても、幅 $3.5\mu\text{m}$ のリガメント部が存在し、リガメント幅には一定のリミットがある。

Fig. 3. Deformation of 1 void model.

Fig. 4 に 2 ボイドモデルの変形過程を示す。以後、き裂から最も離れたボイドをボイド A、中間のボイドをボイド B と呼ぶ。2 ボイドモデルの変形過程も 1 ボイドモデルと同じように、き裂とボイドが共に上下方向に引っ張られるように変形している。要素の大きな変形は、き裂とボイド B の間、ボイド A とボイド B の間に集中している。ボイド B は、き裂とボイド A の影響により、ボイド A に比べてき裂線方向の変形が少なく上下方向のみに大きく変形している。き裂とボイド B、ボイド A とボイド B の間のリガメント部は、 J_c に近づくにつれて徐々に狭くなっていくが、 $J \div J_c$ に至ってもリガメント部はある一定の幅をもって存在しており、これも 1 ボイドモデルと同様

Fig. 4. Deformation of 2 voids model.

な結果を示している。また、ボイド A の変形の様子は、1 ボイドモデルにおけるボイドの変形の様子とよく似ている。

Fig. 5 に 1 ボイドモデルの変形の初期の段階および変形後期のき裂先端部付近の相当塑性ひずみ分布を示す。また Fig. 6 に同様にボイド率分布を示す。相当塑性ひずみ、ボイド率の高い値は共に、き裂とボイドの間に見られる。また、ボイドの前縁の斜め方向に帯状の局所的な高ひずみ域の部分が生じている。この傾向はボイド率分布にもみられる。このようにき裂とボイドの近辺の相当塑性ひずみ分布とボイド率分布は類似している。ところで本解析では、破壊条件を導入していないので、ボイド率がかなり高い値になっている。Needleman, Tvergaard^{2),4)}らは、 $f \geq 0.25$ に達した要素

Fig. 5. Distribution of equivalent plastic strain of 1 void model.

Fig. 6. Distribution of void volume fraction of 1 void model.

Fig. 7. Distribution of equivalent plastic strain of 2 voids model.

Fig. 8. Distribution of void volume fraction of 2 voids model.

については、その要素は破壊したものとして取り扱っている。これを考慮すると、本解析における高ボイド率のところはすでに破壊していることになり、今回の解析結果はボイド率は高くならず、より実際の現象に近づくと考えられる。

Fig. 7, Fig. 8 に 2 ボイドモデルの場合を示す。1 ボイドモデルと同様にき裂とボイド B の間、さらにボイド A とボイド B の間に、高ひずみ域、高ボイド率域が見られる。また、ボイド A の前縁斜め方向に帯状の局所的な高ひずみ域、高ボイド率域が見られ、1 ボイドモデルと同様な結果を示している。

つぎに、局所化解析の結果を示す。Fig. 9, Fig. 10 に 1 ボイドモデル、2 ボイドモデルにおいて局所化条件を満たしている領域を示す。1 ボイドモデルを見ると J 値が 0.3 (kN/m)= $0.15 J_{Ic}$ と J_{Ic} に比べてはるかに小さい段階において、き裂とボイドの間を局所化域が覆っている。さらに、 J 値が大きくなるに従い局所化域は、ボイドの前縁に斜めの方向に成長している。また、これを相当塑性ひずみ分布、ボイド率分布と照らし合わせてみると、高ひずみ、高ボイド率が分布している所と対応しており、分布の様子が極めてよく似

Fig. 9. Localization area of 1 void model.

Fig. 10. Localization area of 2 voids model.

ている。特に、局所化域は、相当塑性ひずみの値が 0.3 以上の範囲とほぼ等しい。つぎに、2 ボイドモデルを見ると、最初にき裂とボイド B の間が局所化域で覆われる。このとき、 $J=0.26 \text{ (kN/m)}=0.15J_{Ic}$ と J_{Ic} よりもはるかに小さい値である。そしてつぎに、ボイド A とボイド B の間が局所化域で覆われる。さらに、局所化域はボイド A の前縁斜め方向に広がっている。また、相当塑性ひずみ分布、ボイド率分布と照らし合わせてみると 1 ボイドモデル同様に、その分布の様子は非常によく似ていることがわかる。以上のように、1 ボイドモデルと 2 ボイドモデルの変形の様子、相当塑性ひずみ、ボイド率、局所化域の分布は非常によく似ている。このことより、き裂の先にボイドを 3 個、4 個…おいたモデルの解析を行わなくても、2 ボイドモデルで十分にその挙動を予想できると考えられる。また、 J 値が J_{Ic} に達する以前に、き裂とき裂先端近傍のボイド、ボイドとボイドとの間で変形の局所化がおこることから、 J_{Ic} に達する以前にき裂とボイド、ボイドとボイドの合体の可能性があることが推定できる。またリガメント部が 0 にならずある一定値に収束していることから、もし実際の材料においてもこのような現象が起きているのであれば、このとき破壊は、材料中の中間粒子によって小さなボイドが生じ、大きなボイドの間で材料軟化がすすみネckingが起こる形で合体する、Localization 型の破壊で

はないかと考えられる。

4 実験結果との比較

Fig. 11 (a), (b) にそれぞれ、1 ボイドモデルと 2 ボイドモデルについて、き裂、ボイドの変形量と J 値の関係を示す。1 ボイドモデルの場合、上下方向の変形量は同じ J 値で比較した場合、荷重点に最も近いき裂の変形が一番大きく、次にボイドの変形が大きくなっている。2 ボイドモデルの場合、上下方向の変形はボイド A、ボイド B、き裂の順で大きくなっている。また、き裂線方向の変形量は上下方向の変形に比べてかなり小さくなっている。その変形量は、 $J \approx 4.1 \text{ (kN/m)}$ まではボイド B の方が大きくそれ以降はボイド A の方が大きくなる。これは Fig. 3 の変形図からもわかるように、 $J=4.1 \text{ (kN/m)}$ 以後ボイド A の右側斜め方向の要素の変形が大きくなり、ボイド A の先端がき裂線前方へ成長していくこととボイド B が、き裂とボイド A の影響によりき裂線方向に押しつぶされるようになるためと考えられる。

つぎに、宮本、岡安らによる A1 合金 7075-T6 の CT 試験片を用いたき裂先端近傍におけるボイドの挙動を調べた実験結果を Fig. 12 に示す。この図は、ボイドの直径と J の関係を示している。この実験結果によると、ボイドの直径 D と J 値の関係は次式で示されている。

$$D=0.37J+4.86$$

Fig. 11. The relation between the diameter of voids, CTOD and J .

Fig. 12. The relation between the diameter of precursory voids and J .

ところで本計算によると、ボイドのき裂線方向の直径と J 値の関係は次式で近似できる。

$$1 \text{ ボイドモデル: } D = 0.41J + 4.0$$

$$2 \text{ ボイドモデル: } D_A = 0.44J + 4.0 \\ D_B = 0.23J + 4.0$$

実験結果と解析結果は比較的良好に合っている。

またこの図において、 D_c はボイドの成長臨界値を示し、 D_0 は延性破面のディンプル径を示している。この図から、 D_c と D_0 の間に差があることが分かる。これは、ボイドが連続的に成長してディンプル破面を形成するのではなく、 D_c まで成長した後、破壊直前に成長、合体しているものと考えられる。この時に、Localization が起きて合体しているのではないかと推定される。このことは、前章の最後に述べた解析結果からの推定と対応づけることができる。

本解析では具体的な破壊条件 $f_F = 0.25$ をいれて解析していないので、現実では考えられない形状まで、き裂とボイドが成長している。しかし、この解析結果によって破壊機構のミクロの機構を十分予想できると考えている。

5 結 言

微小空孔の発生、成長、合体を考慮したボイド材の

構成式を用いて、1 CT 試験片のき裂先端にボイドを想定したモデルを有限要素法により解析した。その結果、以下の結論を得た。

(1) 高ひずみ域、高ボイド率域、局所化域はき裂とボイド周辺にあらわれ、それらの分布はよく一致する。これらのことは、すべり線があらわれる前駆現象と考えられる。

(2) き裂とボイド、ボイドとボイドの間隔は合体直前まである有限値を保っており、合体直前に localization が起きて合体するのではないかと推定できる。

(3) ボイドの直径と J 値の関係を表す式を実験結果と比較した結果、本解析結果と実験結果は比較的良好に一致し、ボイド材の構成式は A1 合金 7075-T6 の変形挙動を良く表現できる。

(昭和62年6月24日 第4回破壊力学シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) N. Aravas and R. M. McMeeking, J. Mech. Phys. Solids, **33**, 25 (1985).
- 2) A. Needleman and V. Tvergaard, J. Mech. Phys. Solids, **35**, 151 (1987).
- 3) 青木 繁, 岸本喜久雄, 竹谷昭彦, 坂田 勝, 日本機械学会論文集, **50**, 454 (1984).
- 4) N. Aravas and R. M. McMeeking, Int. J. Fracture, **29**, 21 (1985).
- 5) V. Tvergaard and A. Needleman, Acta metall., **32**, 157 (1984).
- 6) J. W. Rudnicki and J. R. Rice, J. Mech. Phys. Solids, **23**, 371 (1975).
- 7) A. L. Gurson, Trans. ASME. Ser. H. J. Eng. Mat. Tech., **99**, 2 (1977).
- 8) V. Tvergaard, Int. J. Fracture, **17**, 389 (1981).
- 9) V. Tvergaard, Int. J. Solid Structure, **18**, 659 (1982).
- 10) 宮本 博, 岡安啓好, 町田賢司, 川添 豪, 日本機械学会論文集, **53**, 48, 8 (1987).