ファジィ確率に基づく損傷を受けた不静定構造物の 信頼性解析法[†]

古 田 均* 白 石 成 人**

Reliability Analysis of Damaged Redundant Structures Based on Fuzzy Probability

by

Hitoshi FURUTA* and Naruhito SHIRAISHI**

This paper attempts to apply the concept of fuzzy sets theory to the reliability analysis of redundant structures with damage. Damage state is represented in terms of fuzzy sets which specify several linguistic variables such as "severely damaged", "moderately damaged", "slightly damaged", etc. In the formulation of the reliability analysis, information regarding the damage state can be introduced coupling with the PNET method. While the PNET method is useful to calculate the system reliability of structures, it requires to identify all the possible failure mechanisms. As the number of failure mechanisms increases, it becomes more difficult to find all the possible failure mechanisms. To overcome this problem, we employ a technique proposed by Ishikawa *et al.* which can provide us of the sufficient number of dominant failure mechanisms. A numerical example is presented to illustrate the method proposed herein.

Key words : Damage, Fuzzy set, Reliability analysis, Redundant structure, System reliability

1 ま え が き

わが国では、ここ数十年の交通量の増大にともない、多数の道路橋、高架橋等が建設されてきた。その多くは、十二分に機能を果しているものの、現在までに様々な外的作用を受け、構造部材のうちのあるものは、損傷劣化あるいは損耗を呈している。しかし、これらの橋をすべて新しく架け替えることは、経済面から考えてほとんど不可能であり、補修、補強によりそれらをいかに適切に維持管理していくかが、現在大きな課題となっている。¹⁾

この維持管理の問題は、橋梁だけに限らず、その他多くの土木構造物にあてはまることである。構造物の維持管理を適切に行うためには、既存構造物の損傷程度を評価し、その損傷が構造物全体の安全性にどのような影響を及ぼしているかを、的確に把握する必要がある。ところが損傷評価は、経済的、時間的、物理的な制約から、経験技術者の工学的判断に頼らざるをえない部分が少なくない。

本研究では、構造物の損傷をファジィ集合で表すことにより、技術者の経験や直感に基づく工学的判断、すなわち定性的な情報を有効に利用し、言語変数を媒介として、信頼性解析に反映させることを考える。²⁾ 損傷度をファジィ集合で定義すると、これらを基に得ら

れる諸量、例えば構造物の破壊確率もファジィ量として得られ、言語変数に含まれる情報を曖昧なままに保存しながら、構造物の安全性が評価できる。

本研究では、このファジィ集合を用いた信頼性理論を不静定構造物に適用する。不静定構造物は、土木の分野においても多数用いられており、複数の荷重伝達経路、つまり冗長性を持つことから、ある構造要素が完全に破壊しても、構造物全体としては依然安全であり、その機能を保持していると考えられる。ところが、一般に土木分野で用いられる不静定構造物は、それほど冗長性があるというわけではなく、構造部材が一本でも完全に破壊すると、構造物全体の機能はかなり低下するものと考えられる。このようなことを考えると、不静定性（冗長性）については、損傷を受けたときに、構造物全体の安全性にどのような影響を及ぼすかを検討することが有意義であると思われる。

従来の損傷を受けた構造物の信頼性解析は、対象とする構造物において、可能な破壊モードをすべて見いださなければならないという欠点があり、構造物の不静定次数が高くなり、破壊モードが多くなってくると、実際上解を求めることが困難になる。したがって、ここではこのような問題に対処すべく、また損傷によって支配的な破壊モード、すなわち最も破壊する確率が

[†] 原稿受理 昭和62年11月24日 Received Nov. 24, 1987

* 正 会 員 京都大学工学部 京都市左京区吉田本町, Faculty of Engineering, Kyoto University, Yoshida-hommachi, Sakyo-ku, Kyoto

** 京都大学工学部 京都市左京区吉田本町, Faculty of Engineering, Kyoto University, Yoshida-hommachi, Sakyo-ku, Kyoto

高い破壊モードの変化にも対応できる解析法⁴⁾について考究する。そのために、PNET 法⁵⁾と石川の方法を用いて、各破壊モード間の相関の影響を考慮して、自動的に破壊モードを生成して、構造部材が損傷を受けたときの構造物全体の安全性を評価する方法について検討する。

2 損傷を受けた不静定構造物の信頼性解析

2.1 損傷時の限界状態の定義

いま、ある部材がなんらかの損傷を受け、構造物の抵抗強度 R が低下したと考える。ただし、ここでは簡単のために、荷重 (荷重効果) S は劣化に影響しないと仮定している。ここで損傷の度合を表す低減係数 ϕ を用いると、安全余裕 Z は次のように表される。

$$Z = \phi R - S \quad (1)$$

ここで、 ϕ はひび割れ幅や板厚減少などの損傷度調査を基に決定されるべきものである。ところが、技術的、経済的な制約から、通常は技術者の経験、ときには直感といったものも含めて評価されることになる。こうした定性的な情報を扱うために、前述したように本研究では ϕ をファジィ集合として扱う。

低減係数の定義域としては、 $[0, 1]$ を考える。ここで、1 とは損傷が全くないという状態を表し、0 とは完全な破壊を表す。そのメンバーシップ関数の形状として、例えば Fig. 1 に示すような三角形形状を考える。

Fig. 1. Triangular membership function.

いま、ファジィ量を、 $\sim$ で表すと、式(1)は

$$Z = \tilde{\phi} R - S \quad (2)$$

と表される。式(2)を用い、 R と S が正規分布に従い互いに統計的に独立であると仮定すると、安全性指標 β は、

$$\tilde{\beta} = \frac{(\tilde{\phi} \mu_R - \mu_S)}{\sqrt{(\tilde{\phi} \sigma_R)^2 + \sigma_S^2}} \quad (3)$$

となり、安全性指標もファジィ量となる。また、それにともない、破壊確率 p_t は、 Φ を標準正規分布関数として、

$$\tilde{p}_t = \Phi(-\tilde{\beta}) \quad (4)$$

と表され、破壊確率もファジィ量となる。

2.2 不静定構造物の信頼性解析

構造物の信頼性を評価する場合、その構造要素であるはり、柱という一つの構造要素を取り出して破壊確率を求めるのではなく、構造系を一つのシステムとして捉え、その破壊確率あるいは破損確率^{6),7)}、機能維持確率⁸⁾などを評価する必要がある。多数の構造要素、部材で構成された構造物の信頼性評価は、一般に複数個の破壊モードが存在するので、困難なものとなる。さらに、本研究で対象とする構造物は、損傷を受けた構造物であり、損傷を受けた箇所、損傷の程度 (損傷度) によって、支配的な破壊モードが変化する。たとえ簡単な構造物であっても、支配的なモードの変化をも考慮して、すべての破壊モードを取り上げて評価していくには多大な労力が必要となる。構造物が大規模になり、破壊モードの数が多くなれば、この困難さはさらに大きなものとなる。そこで、ここでは破壊モードを自動生成することにより、この問題の解決を図る。

構造系全体の破壊確率の算定には、Ang 等により提案された PNET 法を用いる。これは他の方法に比べて、PNET 法の計算が非常に簡単であるためである。PNET 法とは、次の仮定を用いることによって、相関を有する多数の破壊モードからなる複雑な構造システムの破壊確率の評価を簡単に行えるようにしたものである。

(1) 相関の強い各々の破壊モードは、それぞれ完全相関と仮定する。 $(\rho_{ij} \geq \rho_0$ の場合 $\rho_{ij} = 1$ と仮定)

(2) 相関の弱い各々の破壊モードは、それぞれ完全独立と仮定する。 $(\rho_{ij} < \rho_0$ の場合 $\rho_{ij} = 0$ と仮定)

ここに、 ρ_{ij} は i モードと j モード間の相関係数である。また、 ρ_0 は臨界相関係数と呼ばれるものであり、完全独立か完全従属かの分類の基準となるもので、その値の設定には注意を払う必要がある。

2.3 破壊モードの自動生成

不静定構造物の破壊モードの自動生成法として、石川⁵⁾の方法を用いる。以下にその解析手順を示す。

(1) まず、第 1 代表破壊モードを選ぶ。

これは、最大の破壊確率、すなわち最小の安全性指標 β を有する破壊モードであるので、破壊機構条件および外力仕事⁹⁾が正であるという条件を制約とした上で、目的関数として β を最小にする。ところで、発生可能な破壊モードには基本モードと組合せモードがあり、組合せモードは節点機構を含む基本モードの線形結合で表すことができる。すなわち、ある組合せモードにおける節点 j の仮想回転角 θ_j は基本モード k における節点 j の仮想回転角 C_{kj} の線形結合として表される。

$$\theta_j = \sum_{k=1}^K t_k C_{kj} \quad (j=1, 2, \dots, J) \quad (5)$$

ここで、 t_k は基本モード k が組合せモードに寄与する割合を表す係数である。また、 K は基本モードの数、 j は節点番号を表し、 J は全節点数である。

このとき、ある破壊モードに対する安全性指標 $\tilde{\beta}$ は以下のように表せる。

$$\tilde{\beta} = \frac{\tilde{\phi} \mu_R - \mu_S}{\sqrt{(\tilde{\phi} \sigma_R)^2 + \sigma_S^2}} \quad (6)$$

ただし、 $\tilde{\phi}$ は損傷による抵抗の劣化を表す低減係数（ファジィ量）である。また、 μ_R 、 μ_S は抵抗 R と荷重作用 S の平均値、 σ_R 、 σ_S は R と S の標準偏差で、次式で表される。

$$\tilde{\phi} \mu_R = \sum_{j=1}^J \tilde{\phi}_j \bar{M}_{pj} |\theta_j| \quad (7)$$

$$\mu_S = \sum_{k=1}^K \bar{e}_k \cdot t_k \quad (8)$$

$$(\tilde{\phi} \sigma_R)^2 = \sum_{j=1}^J (\tilde{\phi}_j \bar{M}_{pj})^2 V_{mj}^2 |\theta_j|^2 \quad (9)$$

$$\sigma_S^2 = \sum_{k=1}^K \bar{e}_k^2 V_{ek}^2 t_k^2 \quad (10)$$

ただし、 $\tilde{\phi}_j$ は節点 j の全塑性モーメント M_{pj} に関する低減係数であり、 $\bar{M}_{pj}$ は M_{pj} の平均値を表し、 V_{mj} はその変動係数を表す。 $\bar{e}_k$ 、 V_{ek} は基本モード k における作用外力のなす仮想仕事の平均値および変動係数である。式(6)~(10)から、安全性指標 $\tilde{\beta}$ は未知数である t_k と θ_j の関数として表すことができ、結局以下の非線形計画問題として定式化できる。

$$\text{目的関数: } \tilde{\beta} \rightarrow \min \quad (11)$$

$$\text{制約条件: } \theta_j = \sum_{k=1}^K \bar{e}_k t_k \quad (12)$$

$$\sum_{k=1}^K \bar{e}_k t_k > 0 \quad (13)$$

ここで、式(12)は崩壊機構条件を表し、式(13)は外力仕事为正でなければならないという条件を表している。

(2) 次の代表モードを選ぶ。

いま、第 $N-1$ 代表モードまで得られたとすると、第 N 代表破壊モードは $1 \sim N-1$ の各代表破壊モードとの相関係数が、臨界相関係数 ρ_0 より小さな破壊モードの中で破壊確率が最も大きな破壊モードであるので、(1)の制約に以下の $N-1$ 個の制約条件を付加して、(1)と同様に目的関数として $\tilde{\beta}$ を最小にするような非線形計画問題を解くことになる。

制約条件:

$$\tilde{\rho}(n) = \frac{[\text{Cov}(Z_n, Z)]}{\tilde{\sigma}_{zn} \cdot \tilde{\sigma}_z} < \tilde{\rho}_0 \quad (14)$$

$$(n=1, 2, \dots, N-1)$$

ここで、

$$\text{Cov}(Z_n, Z)$$

$$= \sum_{j=1}^J \left| \sum_{k=1}^K t_{nk} C_{kj} \right| \left| \sum_{k=1}^K t_k C_{kj} \right| (\tilde{\phi}_j \bar{M}_{pj})^2 V_{mj}^2 + \sum_{k=1}^K t_{nk} \bar{e}_k^2 V_{ek}^2 \quad (15)$$

$$\tilde{\sigma}_{zn}^2 = \sum_{j=1}^J (\tilde{\phi}_j \bar{M}_{pj})^2 V_{mj}^2 \left| \sum_{k=1}^K t_{nk} C_{kj} \right|^2 + \sum_{k=1}^K t_{nk}^2 \bar{e}_k^2 V_{ek}^2 \quad (16)$$

$$\tilde{\sigma}_z^2 = \sum_{j=1}^J (\tilde{\phi}_j \bar{M}_{pj})^2 V_{mj}^2 \left| \sum_{k=1}^K t_k C_{kj} \right|^2 + \sum_{k=1}^K t_k^2 \bar{e}_k^2 V_{ek}^2 \quad (17)$$

すなわち、 $\tilde{\rho}(n)$ は第 n 代表破壊モードと第 N 代表破壊モードとの相関係数、 $\text{Cov}(Z_n, Z)$ はその共分散、 $\tilde{\sigma}_{zn}^2$ は第 n 代表モードの安全余裕 $\tilde{Z}_n$ の分散、 $\tilde{\sigma}_z^2$ は第 N 代表モードの安全余裕 $\tilde{Z}$ の分散を表している。

(3) このようにして、第 m 代表破壊モードまで求める。そして、第 m 代表モードの破壊確率 $\tilde{p}_{tm}$ が、十分小さくなったときに、これらの解析を終了する。

(4) 最終的に、構造物全体の破壊確率は次式によって算定される。

$$\tilde{p}_t \doteq \sum_{n=1}^M \tilde{p}_{tn} \Phi(-\tilde{\beta}_n) \quad (18)$$

ただし、 M は破壊確率 p_{tn} が有意な値をもつ破壊モードの数である。

こうして、損傷を受けた構造物の代表的（支配的）な破壊モードを自動生成することができる。

2.4 ファジィ量の計算

低減係数 $\tilde{\phi}$ がファジィ量で表されているため、式(6)から(18)の演算はファジィ演算となる。ファジィ量を含む演算には通常の四則演算は適用できないので、ここでは拡張原理を用いる。以下に拡張原理の概要を示す。

いま、 $x_i (i=1, 2, \dots, n)$ が実数軸上のファジィ集合であり、それぞれのメンバーシップ関数 μ_{xi} で特徴づけられるとき、関数 f で規定される実数軸上のファジィ集合 $y=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ は次のようにメンバーシップ関数 μ_y で決定される。

$$\forall t \in R$$

$$\mu_y(t) = \max \min(\mu_{x1}(s_1), \dots, \mu_{xn}(s_n)) \quad (19)$$

$$t = f(s_1, \dots, s_n)$$

ただし、 t は μ_y の引数で、 s_i は μ_{xi} の引数である。上式に従い、前節の非線形計画問題を解けばよいわけであるが、実際の計算においては、次のような問題が生じる。

(1) 目的関数式(6)の $\tilde{\beta}$ 、制約条件式(14)の $\tilde{\rho}(n)$ の形は非常に複雑であり、式(19)に示す拡張原理を直接適用するには、かなり複雑な計算をしなければならない。

(2) 拡張原理に従い計算を行うと、安全性指標、各破壊モード間の相関もそれぞれファジィ量 $\tilde{\beta}$ 、 $\tilde{\rho}(n)$ と

なる。また、臨界相関係数 ρ_0 も一義的に決まるものではなく、ファジィ量 $\tilde{\rho}_0$ とするべきであろう。そのとき、 $\tilde{\beta}$ の最小化にともない、あるモードの $\tilde{\beta}$ と他のモードの $\tilde{\beta}$ 、また $\tilde{\rho}_0$ と $\tilde{\rho}(n)$ との順序付をどのような方法で決定するか。

上述の問題点を解決するにあたって、議論を簡単にするために以下の仮定をする。

(1) $\tilde{\phi}$ の各々のメンバーシップ関数は、Fig. 1 で与えられるような三角形状とする。いま、メンバーシップ関数の切片の値の小さいものから最小値、最大値と呼び、メンバーシップ値が1となる値を中央値と名付け、それぞれ (S), (L), (M) と表す。

(2) このとき、計算された $\tilde{\beta}$ 、 $\tilde{\rho}(n)$ のメンバーシップ関数も三角形状となる。

すべての $\tilde{\phi}_i$ が最小値 (S) をとるとき、構造物は最も危険な状態になるはずであるから、破壊確率もこのとき最大となり、 $\tilde{\beta}$ は最小値 (S) をとるであろう。また、すべての $\tilde{\phi}_i$ が最大値 (L) をとるときには、構造物は最も安全な状態となるはずであるから、 $\tilde{\beta}$ も最大値 (L) をとるであろう。そして勿論、 $\tilde{\phi}_i$ の (M) はメンバーシップ値が1であるから、これは非ファジィ数の場合と同じとなり、 $\tilde{\beta}$ のメンバーシップ値は1となる。したがって、 $\tilde{\beta}$ の (S), (M), (L) は、すべての $\tilde{\phi}_i$ についてそれぞれ (S), (M), (L) を与えて計算すればよい。このことは、前述した拡張原理をさらに簡単にし、(S), (M), (L) の三つの値のみに注目して計算していることになる。

つぎに、各破壊モードの $\tilde{\beta}$ について最小のものを選ぶことになるが、各 $\tilde{\beta}$ はファジィ量であり、(S), (M), (L) の三つの値に簡略化しても、それらの大小関係を明確に決定することは困難である。そこで、本研究では以下に示す方法を考えた。

1. 中央値法 (S), (L) を無視して、(M) のみに注目する。結局、この方法はファジィ量を含まないときと同じになる。よって、この方法は以下の方法との比較に用いる。

2. 重心法 通常、Fig. 2 に示すように、ファジィ数同士の大小比較はそれほど容易ではなく、厳密な順

序付けをするよりもいくつかのグループに分ける方が実用的であるとして、いくつかの方法が提案されている¹¹⁾。しかしながら、本研究で考えている問題は、ファジィ数で表されているが、本質は力学的な要因による数値の比較である。例えば、最小となる $\tilde{\beta}$ が1個に決まらず、3個からなるグループとしたところで、3個の $\tilde{\beta}$ をすべて第1代表モードとするわけにはいかない。よって、1個に限定をする必要がある。

ここでは、そのために Yager¹²⁾ によって提案された重心法の考え方をを用いる。この方法では、断面1次モーメントに着目して、以下に示す $F(u_c)$ を与えている。

$$F(u_c) = \frac{\int_0^1 x \mu_{u1}(x) dx}{\int_0^1 \mu_{u1}(x) dx} \quad (20)$$

この方法は、メンバーシップ関数を代表する点の座標が縦、横の両軸から離れるほど高い評価値が得られるという考え方に基づいている。

ところで、いま $\tilde{\beta}$ は安全側と危険側に分けることができるが (Fig. 3 参照)、 $\tilde{\beta}$ は安全側の値に左右され、真の $\tilde{\beta}$ よりも値が大きくなることは、破壊の可能性を無視してしまうことになり好ましくない。そこでできるだけ安全側よりも危険側に着目することを考える。いま、 $\tilde{\beta}$ は $\tilde{\phi}$ に起因するものであるから、 $\tilde{\phi}$ のメンバーシップ関数を決定するときに、安全側の領域を危険側のそれに比べて小さくしておけばよい。本研究では簡単のため、安全側の領域を0と仮定する。ここで Yager の方法を適用すると、 $\tilde{\beta}$ の (S) を β_s 、 $\tilde{\beta}$ の (M) を β_m 、 $\tilde{\beta}$ の (L) を β_l として、前節の目的関数式 (6) として、 $\tilde{\beta}$ の代わりに、

$$\frac{\beta_s + 2\beta_m}{3} \rightarrow \min \quad (21)$$

を用いる。このことは、(S) に1、(M) に2、(L) に0という重み付けをしたとも考えられる。これで、多数の $\tilde{\beta}$ の順序付けが可能となった。ここでは簡単のために、安全側の領域を0と仮定しているが、この領域に対する重みは、場合に応じて決定するべきである。例えば、各相関係数 $\tilde{\rho}(n)$ と臨界相関係数 $\tilde{\rho}_0$ との順序

Fig. 2. Comparison of two fuzzy numbers.

Fig. 3. Fuzzy safety index.

付けの場合、安全側の領域を0としない方がよいと思われる。なぜならば、 $\bar{\rho}(n)$ と $\bar{\rho}_0$ との大小比較で、果してどちらが危険側になるのかは一意には言えないし、もともと $\bar{\rho}_0$ のメンバーシップ関数が確定していないので、ここでは、単に、 $(S)(M)(L)$ の3値の重心で順序づけをすることにする。したがって、制約条件式(14)は、 $\bar{\rho}_0$ 、 $\bar{\rho}(n)$ の (S) 、 (M) 、 (L) をそれぞれ、 ρ_{0S} 、 ρ_{0M} 、 ρ_{0L} と、 ρ_S 、 ρ_M 、 ρ_L とすると、

$$\frac{\rho_{0S} + \rho_{0M} + \rho_{0L}}{3} > \frac{\rho_S + \rho_M + \rho_L}{3} \quad (22)$$

となる。このことは、3値のそれぞれに同等の重み付をしたことを表している。

この $\bar{\rho}_0$ と $\bar{\rho}(n)$ の順序付けを行うには、 $\bar{\rho}(n)$ を求めておかなければならない。この場合、 β のように簡単に計算することは困難であるため、本研究では、¹³⁾Dubois, Prade の提案した $L-R$ 関数の概念を用いて近似計算をする。 $L-R$ 関数については付録で説明をする。

3 数値計算例と考察

本研究の目的は、損傷を受けた構造の信頼性解析を行うことであり、そのために破壊モードを自動生成を試み、定式化した。またその計算はファジィ量が含まれるため、力学的な特性が失われず、しかも計算が簡単に行える方法について検討した。ここでは、具体的にその方法が適切かどうかを確認するため、簡単な数値計算例を示す。

土木構造物のモデルとして、簡単な一層一スパンラーメンを考え、その諸元を Table I と Fig. 4 に示す。また、損傷度の低減係数 $\tilde{\phi}$ として、 $\tilde{\phi}=0.75$ を設定し、 $L-R$ 関数による m 、 α 、 β で表して、(0.75, 0.25, 0.25) とする。また損傷パターンとして Fig. 5 の3ヶ

Table I. Statistical data for portal frame.

	Mean value	C. O. V.
$M_{0j}(j=1, \dots, 8)$	40.0Ncm	0.2
H	0.5Ncm	0.2
P	1.0Ncm	0.2

Fig. 4. Example of portal frame.

Fig. 5. Damage patterns.

ースを考える。損傷パターン1は、ラーメンのはりの部分が何らかの損傷を受けた場合、損傷パターン2は、何らかの原因で柱の部分が損傷を受けた場合、損傷パターン3は、腐食、クリープ、クラック等の影響により、局部的に何箇所かにわたって損傷を受けた場合を想定している。

いま、独立な基本モードとして、Fig. 6 に示す5個のモードを考える。これら5個の基本モードの組合せにより、式(5)の係数 t_k に0, 1, -1のいずれかを選ぶことによって、すべての破壊モードが決まる。

構造物の破壊確率 $\bar{p}_t$ を求めるために安全性指標 $\bar{\beta}$ をまず計算する。 $\bar{\beta}$ は式(6)により求める。この問題では8個の破壊モードが考えられる (Fig. 7 参照)。

Fig. 6. Basic failure mechanisms.

○ Plastic hinge

Fig. 7. Possible failure mechanisms.

Table II. Safety indices for damage pattern 1.

	β_L	β_M	β_S	$(\beta_S + 2\beta_M)/3$
Z_1	3.88	2.34	0.29	1.66
Z_2	3.88	2.76	1.36	2.29
Z_3	3.88	3.15	2.29	2.58
Z_4	5.83	5.83	5.83	5.83
Z_5	5.83	5.52	5.13	5.39
Z_6	5.83	5.20	4.34	4.91
Z_7	3.97	2.90	1.49	2.43
Z_8	3.97	3.40	2.76	3.19

これらのモードに対する安全性指標の値を Table II に示す. また, 各モードの破壊確率 $\bar{p}_i$ を式 (4) によって求めておく. この際, $\bar{\beta}$, $\bar{p}_i$ の計算には $L-R$ 関数 (β については簡略法) による方法を用いる. つぎに, $\bar{p}$ を求めるわけであるが, その計算は式 (14) に従う. この際にも $L-R$ 関数の考え方を使う. このとき, 臨界相関係数 $\bar{\rho}_0$ としては (0.70, 0.10, 0.10) をとる. 以下に, 損傷パターン 1 の場合を例にとって説明する. まず, 第 1 代表モードを決める. このとき, 重心法を適用すると, $(\beta_S + 2\beta_M)/3$ を最小にするのはモード 1 の 1.66 である. したがってモード 1 が第 1 代表モードに選ばれる. このとき, $\bar{\beta}_1$ は, (0.29, 2.34, 3.88) であり, $\bar{p}_{t1}$ は, $(0.53 \times 10^{-4}, 0.96 \times 10^{-2}, 0.38)$ と計算される. つぎにモード 1 との相関係数 $\bar{\rho}_{1i}$ が臨界相関係数 $\bar{\rho}_0$ より小さなモードのうち $(\beta_S + 2\beta_M)/3$ が最小のものを選ぶ. $\bar{p}$ に対する重心法を適用すると, その

関係は,

$$\frac{\rho_S + \rho_M + \rho_L}{3} < \frac{0.60 + 0.70 + 0.80}{3} = 0.70$$

となる. このとき, モード 2 ~ 8 は, モード 1 との相関係数によって以下のように分類される.

モード 2 : $\bar{\rho}_{12} = (0.568, 0.810, 1.336) \rightarrow 0.925$

モード 3 : $\bar{\rho}_{13} = (0.534, 0.750, 1.058) \rightarrow 0.781$

モード 4 : $\bar{\rho}_{14} = (0.0, 0.0, 0.0) \rightarrow 0.0$

モード 5 : $\bar{\rho}_{15} = (0.039, 0.103, 0.215) \rightarrow 0.119$

モード 6 : $\bar{\rho}_{16} = (0.077, 0.216, 0.467) \rightarrow 0.253$

モード 7 : $\bar{\rho}_{17} = (0.506, 0.888, 1.529) \rightarrow 0.974$

モード 8 : $\bar{\rho}_{18} = (0.405, 0.552, 0.763) \rightarrow 0.573$

以上の結果から, モード 4, モード 5, モード 6, モード 8 がその対象に選ばれるが, その中でモード 8 が, $(\beta_S + 2\beta_M)/3$ の値が 3.19 となり最小である. したがってモード 8 が, 第 2 代表モードに選ばれる. このようにして, 第 3 代表モードとしてモード 5 が選ばれるが, モード 5 の破壊確率 $\bar{p}_i$ は, $(0.0, 0.12 \times 10^{-6}, 0.72 \times 10^{-5})$ であり, これは, 第 1 代表モード (モード 1) の $\bar{p}_{t1}$ と比べ, 十分小さくなっているため解析を終了する. 結局, 損傷パターン 1 の構造物の破壊確率は,

$$\begin{aligned} \bar{p}_f &\doteq \bar{p}_{t1} + \bar{p}_{t8} \\ &= (0.883 \times 10^{-4}, 0.998 \times 10^{-2}, 0.387) \end{aligned}$$

として計算される.

4 結論および今後の課題

本研究では, 損傷を受けた不静定構造物の安全性評価を行うにあたり, 破壊モードが多数存在することに注目し, 支配的な破壊モードが自動生成できるよう定式化を行った. また力学的特性を考慮して, 計算が簡単にできる方法について考究した.

本研究を通じて得られた結果を以下に示す.

(1) 構造物の損傷度評価に関わる人間の工学的判断を言語変数 (ファジィ量) として扱うことによって定量化でき, 構造部材への損傷が, 構造物全体にどのような影響を与えるかを本方法によって知ることができる.

(2) 損傷を受けた不静定構造物の安全性を評価するために必要な支配的な破壊モードの自動生成がファジィ非線形計画問題として定式化できる. この方法を用いると, 大規模あるいは複雑な構造物に対しても, その支配的な破壊モードが自動的に生成できるので, どのような構造物であっても各部材の損傷の構造物の安全性への影響が容易に評価できる.

(3) この非線形計画問題に含まれるファジィ演算を実行するにあたって, 力学的特性を考慮した方法を提案した. 精度という点では, 参考文献 3) の方法に比べると劣る場合もあるが, 計算の容易さという点では,

本方法の方が優れている。

また、今後の課題としては以下のものが挙げられる。

(1) 構造物全体の破壊確率を求めるにあたり、 $\bar{\rho}(n)$ と $\bar{\rho}_0$ との大小関係、さらには最小の安全性指標 $\bar{\beta}$ の決定方法について、今後さらに検討を加え、より適切な方法を見いだすことが必要である。

(2) PNET法を適用するにあたり、適切な臨界相関係数 $\bar{\rho}_0$ を設定することは難しい。このとり方によって計算が異なってくるので、その設定方法に対して、さらに研究を進める必要がある。

(3) 本研究で提案した重心法を $\bar{\beta}$ 、 $\bar{\rho}$ の計算に適用する際、あいまいさをどの段階まで考慮すべきかをさらに検討する必要がある。

付録 L-R関数の概念¹³⁾

L-R関数とは、あるメンバーシップ関数を中央値 m (メンバーシップ値が1となる値)の右側と左側に分けて、おのおのに別な関数を与えることにより定義したものである。左側の関数を $L(x)$ 、右側の関数を $R(x)$ で表すと、

$$\mu(x) = \begin{cases} L\left(\frac{m-x}{\alpha}\right) & (x \leq m, \alpha > 0) \\ R\left(\frac{x-m}{\beta}\right) & (x \geq m, \beta > 0) \end{cases}$$

と定義できる。ここで、 α 、 β はFig. 8に示すように左右の広がりを表すパラメータである。

このように、L-R関数を考えることにより、任意のメンバーシップ関数は三つのパラメータ m 、 α 、 β で表される。

Fig. 8. L-R functions.

$$\mu(x) \stackrel{\text{def}}{=} (m, \alpha, \beta)_{LR}$$

また、このL-R関数を用いると、以下に示すように二つのファジィ数 (m, α, β) と (n, γ, δ) の加算、引算、乗算、割算を簡単に行うことができる。

$$(m, \alpha, \beta)_{LR} + (n, \gamma, \delta)_{LR} = (m+n, \alpha+\gamma, \beta+\delta)_{LR}$$

$$(m, \alpha, \beta)_{LR} - (n, \gamma, \delta)_{LR} = (m-n, \alpha+\delta, \beta+\gamma)_{LR}$$

$$(m, \alpha, \beta)_{LR} \times (n, \gamma, \delta)_{LR} = (mn, m\gamma + n\alpha, m\delta + n\beta)_{LR}$$

$$(m, \alpha, \beta)_{LR} \div (n, \gamma, \delta)_{LR} = \left(\frac{m}{n}, \frac{m\delta + n\alpha}{n^2}, \frac{m\gamma + n\beta}{n^2} \right)_{LR}$$

参考文献

- 1) 白石成人, 古田 均, 非破壊検査技術に関するシンポジウム, p.93 (1984).
- 2) 古田 均, 白石成人, J. T. P. Yao, 材料, **36**, 934 (1987).
- 3) 白石成人, 古田 均, 小山徳成, 第3回ファジィシステムシンポジウム, p.255 (1987).
- 4) A. H-S. Ang and H-F. Ma, Proc. ICOSSAR, Trondheim, p.295 (1981).
- 5) N. Ishikawa and M. Iizuka, Engineering Optimization **10**, 245 (1987).
- 6) 米沢政昭, 室津義定, 岡田博夫, 田口賢士, 材料, **30**, 1235 (1981).
- 7) P. Toft-Christensen and Y. Murotsu, "Applicatin of Structural Systems Reliability Theory" (1986) Springer-Verlag.
- 8) 白石成人, 古田 均, 尾崎美伸, 構造工学論文集, A-**33**, 809 (1987).
- 9) 三原徹治, 飯塚 稔, 石川信隆, 古川浩平, 構造工学論文集, A-**32**, 475 (1986).
- 10) D. Dubois and H. Prade, "Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications" (1980) Academic Press.
- 11) G. Bortlan and R. A. Degani, Fuzzy Sets and Systems, **15**, 1 (1985).
- 12) R. R. Yager, Proc. 1978 CDC, p. 151 (1978).
- 13) D. Dubois and H. Prade, Fuzzy Sets and Systems, **2**, 327 (1979).