縦衝撃を受ける 2 本の弾・塑性棒の 最大衝撃応力の評価について†

伊 達 秀 文*

Estimation of Maximum Impact Stress of two Elasto-plastic Bars Subjected to Longitudinal Impact

by

Hidefumi DATE*

When an elasto-plastic bar collides with an elastic bar longitudinally, the true stress at its impact end can be detected by using the strain gages glued on the elastic bar with the help of an one-dimensional elastic wave propagation theory. When two elasto-plastic bars collide each other as in the case of the present study, however, the stress at the impact end of the bar can not be detected using the same method, since the plastic deformation occurs at the impact ends of the two bars.

This paper is concerned with the estimation of the maximum plastic impact stress at the impact end occurred by the collision of the two elasto-plastic bars. The integrated value of stress with respect to the whole impact time corresponding to the impulse is introduced to estimate the maximum plastic impact stress at the impact end. The numerical and experimental results are arranged using the integrated value of the impact stress. The results show that the integrated value is maintained constant, when the stress wave propagates in the bar, and increases linearly with increasing the maximum impact stress at the impact end whether the wave is an elastic wave or a plastic one. Accordingly, the integrated value is useful to estimate the maximum plastic stress at the impact end when two elasto-plastic bars are put into longitudinal collision.

Key words : Longitudinal impact, Elasto-plastic bar, Plastic wave

1 緒 言

材料の動的な応力・ひずみ関係を含めて衝撃力を測定することは、材料の動的特性を知ることのほかに衝突事故に対する安全性の評価などの点からも重要であると思われる。そのため、古くは剛体壁へ衝突した試験片の衝突前後の形状と理論的考案の組み合わせにより動的降伏応力が求められ^{(1),(2)}、また最近では弾性棒端への縦衝撃による弾性波の伝ばから衝撃力を得る方法⁽³⁾や板のたわみから求める方法⁽⁴⁾、さらに固体内に微小ひずみゲージを埋め込めたと同等と見なせる検力板および検力円柱による方法などが用いられている。なかでも、分割ホプキンソン棒法に代表される前述した弾性棒（以後、計測棒と呼ぶ。）内を伝ばする弾性波をひずみゲージにより検出する方法が最も多く用いられている。しかし、いずれの方法においても被衝撃体は降伏応力からはるかに低いレベルの弾性域で応答することが要求されており、降伏点に近い高レベルでの応答では正確に衝撃力が測定されないとされている。まして計測棒にわずかも塑性変形が生じるようであれば、その弾性先行波のピーク値は減衰しつつ伝ばするので

上述した衝撃端から離れた位置における計測は衝撃端において発生した応力を正しく表わしていないと考えられる。

そこで、本論文においては縦衝撃を受け、衝撃端にわずかに塑性変形が生じた計測棒内の弾・塑性波の伝ばをひずみ速度に依存する Malvern により提案された構成式を用いて数値解析を行ない、その結果から衝撃端にわずかに塑性変形を起こした計測棒においても弾性域と同様に衝撃端における衝撃力を評価する方法を検討し提案する。

2 解 析

材料のひずみ速度依存性と内部発熱による温度上昇を考慮した Malvern による構成式を用いた一次元弾・塑性波伝ば理論を用いるが、以前に詳細に述べているのでここでは簡単に述べる⁽¹⁰⁾。

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = -\rho \frac{\partial v}{\partial t} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -\frac{\partial v}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{1}{E} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + g(\sigma, \varepsilon) \quad (3)$$

† 原稿受理 昭和62年12月25日 Received Dec. 25, 1987

* 正 会 員 東北学院大学工学部 多賀城市中央, Faculty of Engineering, Tohoku Gakuin University, Chyuoh, Tagajo

$$g(\sigma, \epsilon) = \frac{K}{E_{s,b}} (\sigma - f_{s,b}(\epsilon)) \quad (4)$$

$$T_t = T_{t-at} + \frac{1}{J\gamma\beta^s} \int_{\epsilon_0}^{\epsilon} \sigma d\epsilon \quad (5)$$

$$\beta^s = \beta_0^s + \beta_1^s T_t \quad (6)$$

ここで、式(1), (2), (3), (4), (5), (6)はそれぞれ運動方程式、ひずみの適合条件式、Malvern形の構成式、塑性ひずみ速度の定義式、試験片温度、比熱の温度依存式を表わす。式(4)の K 値はひずみ速度依存性を示す材料定数であり、計測棒、衝撃棒（実際には試験片）ともに 10^6sec^{-1} を用いた。 $f_{s,b}(\epsilon)$ は静的応力・ひずみ関係、その下添字 s, b はそれぞれ衝撃棒と計測棒を示す。さらに、 $f_{s,b}(\epsilon)$ の具体例は次のとおりである。

$$f_s(\epsilon) = \frac{\sigma_s^*}{1.0 - \epsilon} - \sigma^0 \quad (7)$$

$$f_b(\epsilon) = \sigma_b^* \cdot (\epsilon^n + \epsilon_0^n) \quad (8)$$

ここで、 $\sigma_{s,b}^*$, σ^0 , ϵ_0 , n , $E_{s,b}$ は絶対温度に依存する材料定数であり代表して $E_{s,b}$ を表わせば次式で示される。

$$E_{s,b} = E_{s,b}^0 - E_{s,b}^1 \cdot \theta \quad (9)$$

また、式中の全ての記号は以前に報告したものと同様である。本論文においては、代表的な数値計算例として以下の2例について行った。まず、衝撃棒と計測棒の強度差の大きな例としてアルミニウムの衝撃棒がマレージング鋼を想定した高強度鋼の計測棒へ衝突する場合、さらに強度差の小さい例として2本の高強度鋼いわゆる同材質棒の衝撃を想定しており計測棒の静的応力・ひずみ曲線は Fig. 1 の通りである。アルミニウムについては前報で述べているのでここでは省略する。数値計算に用いた衝撃棒と計測棒のそれぞれの長さは 20 mm, 1000 mm とした。また、予備計算において計測棒の最大温度は計算の範囲において 40°C に達しなかったため計測棒の温度上昇は無視した。

Fig. 1. Static stress strain curve of measuring bar.

3 数値結果および検討

3.1 衝撃力の減衰

初めに強度差が大なる例について述べる。衝突速度約 -490 m/s の計測棒内各点における静的な降伏応力で規格化した衝撃応力の推移を Fig. 2 に示す。最大衝撃応力は計測棒内を伝ばするに従い急速に減衰し、衝撃端から約 70 mm 付近でこの計測棒の弾性限まで減少する。また、その波形は衝撃端で発生した形状とは全く異った高応力部が降伏応力までつぶされた形になっており、除荷が開始される荷重も波動の伝ばに従い、しだいに増加の傾向を示す。また、図中に示されていないが低衝突速度においても高衝突速度の例と伝ばの過程において生じる傾向は同様であるが、生じる最大応力が小さいために、つぶされる高応力部が少なく高衝突速度の場合より衝撃端で発生した波形に近い形状を維持する。当然、発生応力が計測棒の弾性限内であれば、衝撃端で発生した波形がそのまま維持されるのは周知のことである。したがって、上述した通り形状的には衝撃端で発生する塑性ひずみが大きい程伝ばによる波形の変形が大きく、一方衝撃の持続時間は図の範囲外でもあり、あまり明確ではないが伝ばにともない増加の傾向にある。

等強度棒間の衝撃では3種の衝突速度における計測棒内の $x=0, 100 \text{ mm}$ の2点における衝撃応力の推移が Fig. 3 に示す通りとなる。Fig. 2 と比較して衝撃端に発生する応力波形は除荷波の到達まではく形に近く、衝撃直後の応力低下が強度差大の例と比較して小さいため図中には示していないが Fig. 2 の $x=40$ の場合と同様に除荷開始の応力値が波動の伝ば中に衝撃

Fig. 2. Theoretical stress history (soft bar vs. hard bar).

Fig. 3. Theoretical stress history (hard bar vs. hard bar).

開始の応力値よりも明らかに高くなる時間が存在する。しかし、最終的には衝撃応力は Fig. 2 の例と同様に計測棒の弾性限度で低下する。また波動伝ばに伴う除荷波到達直後の応力の急変部（図中 c 点）は強度差大の例に比較して明確であり、持続時間も増加している。最終的には $x=100$ mm の位置では強度差の大きい例と同様、衝撃端で発生した波形とは異なったものとなることが明らかである。以上の結果から計測棒内の位置をパラメーターとして衝突速度と各位置で生じる最大応力、さらにその時衝撃端に生じるひずみの関係を強度差大の場合を例として Fig. 4 に示す。弾性域では、当然いずれの位置においても等しい応力値を示すが計測棒衝撃端に塑性変形の発生が認められれば、計測位置により衝撃端とは異った値として観測され、 $x=100$ mm 以上では大小の判断さえほとんど不可能となる。

3・2 応力波形の時間積分量

Fig. 4. Stress and strain variations with impact velocities.

前節では、計測棒端にわずかでも塑性変形が生じたとき、衝撃端からある程度の距離をおいた位置では荷重の測定には不十分な点があることを数値結果から明らかにした。したがって、ここでは弾・塑性域を通じて単位面積当りの力積すなわち応力波形の時間積分量を衝撃端で発生する応力の評価量と仮定する。そこで、前節で行った数値例において各位置での積分量を求めた結果、計算の範囲内において衝撃端での時間積分量を基準として 1.1 % 以内で保存されるのが確認された。さらに、この結果をもとに強度差大の場合について弾性域にあると思われる位置すなわち衝撃端からの距離

$x=100$ mm における応力の時間積分量と衝突速度の関係を示した例が Fig. 5 である。図から明らかなように計測棒衝撃端で生じる塑性変形がどのようににかかわらず両者の関係は線形であることが分かる。一方、Fig. 4 から衝突速度と最大衝撃応力（衝撃端の応力）は線形関係にあるので $x=100$ mm における応力の積分量と衝撃端での最大応力は線形の関係にあることが推察できる。その結果、計測棒端に塑性変形が発生する衝突速度域においては計測棒の弾性域試験の応力・時間曲線の積分量から外そうした積分量をもとにして衝撃端で発生する最大衝撃応力を求めることが可能であると考えられる。

3・3 最大応力と積分量の直線性とその保存性

前節における衝突速度と最大応力との直線性の保証は衝突速度- V_{in} により衝撃棒端の応力が次式で示す最大応力まで時間⁽¹²⁾ゼロで立ち上がる衝撃時の弾性応答に基づいている。

$$\sigma^s = \Gamma \left(\frac{E^s}{C_0^s} \right) V_{in}, \quad \Gamma = \frac{C_0^s E^e}{C_0^s E^e + C_0^s E^s \alpha} \quad (10)$$

Fig. 5. Theoretical relation between integrated value and impact velocity (I_s ; stress integrated with respect to time, I_y ; stress integrated with respect to time at yield point).

ここで、上添字 s , e は衝撃棒と計測棒を示し、 α はそれら棒間の断面積比を意味する。ここでは $\alpha = 1.0$ とする。しかし、実際に衝撃は有限の立ち上がり時間を有すると考えられ、その結果立ち上がり時間が有限であれば衝突速度と最大衝撃応力の直線性は保持されないと思われる。そこで、Fig. 6 に示した計測棒端における速度境界条件を用いて弾・塑性波の伝ばについて数値計算を行った。この形の境界条件を用いた理由は、以前に報告した¹⁰⁾剛体壁および弾性壁に衝突する弾・塑性棒における衝突面での速度履歴が形状および持続時間に関して類似のためである。計測棒としては降伏応力 68.9 MPa のアルミニウム棒を想定しており応力・ひずみ関係式は以下の通りである。¹³⁾

Fig. 6. Boundary condition of velocity at impact end of aluminium measuring bar.

$$\sigma = 6.89 \cdot (20 - 0.01/\epsilon) \text{ MPa} \quad (11)$$

この時の衝突速度と衝撃端での最大応力の関係を Fig. 7 に示す。衝突時に有限の立ち上がり時間が存在すれば、両者間の線形関係が維持されないことが分かる。この時の最大応力と時間積分量の関係を Fig. 8 に示す。降伏応力までは当然ながら両者は直線関係を示し、塑性域においてもその直線性および保存性は良好である。Fig. 9 は Fig. 2 に対応する強度差大の計測棒端における粒子速度の時間変化である。Fig. 6 に比較してはるかに粒子速度の減衰が大きいので、最大応力とその積分量間の直線性およびその保存性がともに良好であると考えられる。したがって、Fig. 8 の直線性および保存性の不十分さは仮定された速度境界条件の形状の不十分さにあると考えられる。つぎに、等強度衝撃における計測棒端の粒子速度の推移を Fig. 10 に示す。衝撃応力に依存するが応力波形と同様に負荷域では、く形を維持し除荷波の到達以後は急変部を示した後徐々に減衰する。したがって、いずれの例においても除荷開始後における粒子速度の減衰の形状が、たとえば Fig. 11 に示す通り（同材質衝撃）時間積分量の最大応力に対する直線性と保存性に寄与すると考えられる。

4 実験装置および方法

本論文においては、計測棒端の衝撃応力の推移

を計測するために Fig. 12 に示す分割ホプキンソン棒装置の入力側を用いた。衝撃棒（棒長；500 mm）と入力棒（棒長；1450 mm）には径 20 mm のステンレス棒（SUS 304）を用い、いわゆる計測棒に相当する試験棒としては棒長 2000 mm 径 15 mm の銅棒（C1020BE）を受入材のまま熱処理せずに用いた。この銅棒の準静的応力・ひずみ曲線を Fig. 13 に示す。

Fig. 7. Theoretical relation between impact velocity and maximum stress at impact end of aluminium bar.

Fig. 8. Theoretical relation between integrated value and maximum stress corresponding to Fig. 7.

Fig. 9. Theoretical time history of particle velocity at impact end (soft bar vs. hard bar).

Fig. 10. Theoretical time history of particle velocity at impact end (hard bar vs. hard bar).

Fig. 11. Theoretical relation of integrated value and maximum stress corresponding to Fig. 10.

Fig. 12. Schematic apparatus.

Fig. 13. Quasi-static stress strain curve of copper bar.

この入力棒端の応力は次式で求めた。

$$\sigma = \sigma_I + \sigma_R \quad (12)$$

ここで、 σ_I ：入力棒内入射波、 σ_R ：入力棒内反射波、計測棒（銅棒）には衝撃端から 300 mm、800 mm の位置にひずみゲージを貼り、その出力はアンプを通して記憶装置に入力した後、一連の演算を行った。

5 実験結果および検討

Fig. 14 (a), (b), (c)に銅棒端に発生する応力波形と衝撃端から 300 mm における波形の比較を示す。銅棒に生じる変形が弾性域であれば当然、入力波形と伝ば後の波形はほぼ等しいことが明らかであるが塑性変形の発生と共に明らかに異なってくる。塑性変形後の銅棒の波形は衝撃初期より除荷開始等が高い、いわゆる右上りの波形となっており、さらに除荷後ある程度の時間経過後も応力ゼロのレベルまで回復していないことから、この位置は塑性変形域であり計測位置としては不適当と思われる。800 mm の位置における結果は実験の範囲において最終的に最大応力の 3 % まで減少しているので、この位置における値を弾性域での実験値とした。本来、計測位置は衝撃端よりさらに離れているほうが妥当と考えられるが棒長 2000 mm である本装置では反射波と干渉する恐れがあることと横慣性効果による振動が発生する傾向が見受けられるので上述した位置における値を用いた。以上述べた条件のもとで得られた衝撃端の最大応力と衝撃端および各計測位置における応力の時間量との関係を Fig. 15 に示す。装置の構成および材質上、銅棒の降伏点よりあまり大きな値まで実験を行ってはいないがその範囲内においては保存性および直線性は良好であると考えられる。また、300 mm の位置では前述した通り永久変形が残るので衝撃終了点が決定しにくく時間積分量が過大に評価される傾向を示している。また、衝撃棒を直接銅棒へ衝突させた場合の衝突速度に対する 800 mm の位置における最大応力と応力の時間積分量の関係を Fig. 16 に示す。数値結果と同様に最大応力は塑性域に入れば弾性域の直線からはずれていくが、応力の時間積分量は銅棒の降伏点以後も直線性を保っているこ

Fig. 14. Experimental stress histories of copper bar under three loading levels.

Fig. 15. Experimental relation between integrated value and maximum stress of copper bar.

Fig. 16. Experimental variations of maximum stress and integrated value of copper bar with impact velocities.

とが分かる。

6 結 言

通常、弾性変形と見なされている計測棒の衝撃端が塑性変形をわずかに起す応力レベルにおいても衝撃端で発生した最大衝撃応力を求めることのできるパラメーターとして応力の時間積分量を導入し、その最大応力の評価を数値計算と実験の双方から試みた。その結果、実験と計算結果の範囲内において応力の時間積分量は衝撃端での最大応力決定のパラメーターとして工業的には充分利用できると考えられる。しかし、塑性変形においても、あるいは破壊においても単に最大衝撃応力のみでその様式が決定されるわけではないので今後エネルギー等の関係を知ることが必要であると考えられるが、その点については今後の課題としたい。また、本方法は塑性域での衝撃応力が静的な降伏応力へ減衰することから降伏点不明な材料の降伏点の決定にも用いることが出来ると考えられる。

(昭和62年1月19日 第2回材料の衝撃問題シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) G. I. Taylor, Proc. Roy. Soc. Ser., A-194, 286 (1948).
- 2) J. B. Hawkyard, Int. J. mech. Sci., 111, 313 (1969).
- 3) 西山卯二郎, 谷村真治, 日本機械学会論文集, 33, 182 (1967).
- 4) 渋谷寿一, 小泉 堯, 澤田隆治, 日本機械学会論文集, A-45, 666 (1979).
- 5) 谷村真治, 饗庭雅博, 日本機械学会論文集, A-49, 1565 (1983).
- 6) 台丸谷政志, 内藤正鄰, 谷村真治, 佐々木一之, 日本機械学会論文集, A-53, 970 (1987).
- 7) たとえば, 竹山寿夫, 佐藤裕久, 戸部俊美, 加藤正名, 高津宜夫, 日本機械学会論文集, A-461, 277 (1985).
- 8) M. M. Haque and M. S. J. Hashimi, Mechs of Materials, 3, 245 (1984).
- 9) 中桐 滋, 塑性と加工, 18, 725 (1977).
- 10) 伊達秀文, 材料, 31, 1071 (1982).
- 11) 須藤 一, 尹 鐘大, 日本金属学会誌, 45, 641 (1981).
- 12) 伊達秀文, 材料, 35, 972 (1986).
- 13) L. E. Malvern, ASME, J. Applied. Mechs, 18, 203 (1951).
- 14) 伊達秀文, 日本材料学会衝撃部門委員会資料, IMPACT 87-3-3, 10 (1987).
- 15) 内藤正鄰, 台丸谷政志, 日本機械学会論文集, A-50, 1097 (1984).