一方向炭素繊維複合材の熱膨張係数に関する理論的考察†

京 野 哲 幸* 高 橋 清 久**

Theoretical Investigation of the Thermal Expansion Coefficients of Unidirectional Carbon Fiber Composites

by

Tetsuyuki KYONO* and Kiyohisa TAKAHASHI**

Thermal expansion coefficients of unidirectional carbon fiber reinforced composites were investigated theoretically. Explicit equations for the longitudinal and transverse thermal expansion coefficients of the composite were derived, employing the extended equivalent inclusion method. The anisotropic property of the carbon fiber as well as the elastic interaction among the fibers were taken into account. The formulae obtained are valid for the whole range of fiber volume fraction; $0 \leq V_f \leq 1$, and they are simple in the form and easy to use. The availability of these formulae was confirmed by the comparison of the predicted values with experimental data on three types of carbon fiber composites. The formulae derived here are applicable not only to carbon fiber/epoxy but also to carbon fiber/metal composites. In the case of carbon fiber/rubber composite, in which the rigidity of rubber is infinitesimal compared to that of carbon fiber, these formulae can be reduced to more simple equations.

Key words : Carbon fiber, Composite material, Thermal expansion coefficient, Rule of mixture, Explicit equation

1 緒 言

炭素繊維複合材は、軽量、高剛性、高強度、耐摩耗性、熱および電気伝導性、電磁波遮へい性、X線透過性などの特長を持ち、航空宇宙機器をはじめ船舶、自動車、建築資材、医療機器、スポーツ用品等幅広い分野で用途開発が進められている。また炭素繊維は繊維軸方向の熱膨張係数が著しく小さく、寸法安定性を利用した精密部品への用途も期待される。炭素繊維および炭素繊維複合材は弾性率と熱膨張係数に著しい異方性を示すことが知られているが、複合材料の熱膨張係数に関する従来の理論的研究は等方性繊維に関するものがほとんどである。強化繊維が弾性率および熱膨張係数に異方性を持つ場合に関する理論も報告されているが^{3, 4)}、複合材料の熱膨張係数を簡単に予測する理論式は得られていない。筆者等は先に複合材料の弾性率および熱膨張係数の解析法を提示した。これらの解析法は、強化材（繊維または種々形状の粒子）間の弾性的相互作用と配向分布を考慮できる様にEshelbyの等価介在物法を拡張したものである。本報告では、この解析法を応用して、炭素繊維複合材の熱膨張係数を予測するための簡単な理論式の導出を試みる。熱膨張特性は、複合材料成形時および使用時の温度変化によって生ずる熱応力または熱疲労の観点からも重要で

ある。

2 理論式の導出

2・1 基礎的關係式

以下の解析ではテンソル表示法を用い、ひずみ e_{ij} は変位 u_j によって次式で定義する。

$$e_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (1)$$

ここでコンマの後の添字 j は x_j による偏微分を表わす。応力 σ_{ij} とひずみ e_{ij} との関係はHookeの法則

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} e_{kl} \quad (2)$$

で表わされ、弾性率 C_{ijkl} は等方性材料に関しては

$$C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + G \delta_{ik} \delta_{jl} + G \delta_{il} \delta_{jk} \quad (3)$$

で与えられる。ここで δ_{ij} はクロネッカのデルタ、 λ はラーメの定数、 G は剛性率（せん断弾性率）である。 λ と G は、ヤング率 E 、ポアソン比 ν と次式の関係にある。

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (4)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (5)$$

本報告では複合材のマトリクスは等方性と仮定しており、式(3)~(5)の関係から弾性率の独立な成分は2個となる。

† 原稿受理 昭和63年5月13日 Received May 13, 1988

* 東レ(株)高分子研究所 大津市園山, Polymer Research Laboratories, Toray Industries, Inc., Sonoyama, Otsu

** 正会員 名古屋工業大学 名古屋市中昭和区御器所町, Department of Materials Science and Engineering, Nagoya Institute of Technology, Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya

炭素繊維の弾性率に関しては、繊維軸のまわりに回転対称な面内等方性を仮定する。繊維軸方向を x_3 軸にとると、応力-ひずみ関係は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{22} \\ e_{33} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{1}{E_T} & -\frac{\nu_{TT}}{E_T} & -\frac{\nu_{LT}}{E_L} \\ -\frac{\nu_{TT}}{E_T} & \frac{1}{E_T} & -\frac{\nu_{LT}}{E_L} \\ -\frac{\nu_{LT}}{E_T} & -\frac{\nu_{LT}}{E_T} & \frac{1}{E_L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \end{pmatrix} \\ e_{23} &= \frac{1}{2G_{LT}} \sigma_{23} \\ e_{31} &= \frac{1}{2G_{LT}} \sigma_{31} \\ e_{12} &= \frac{1}{2G_{TT}} \sigma_{12} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここで E , ν , G はそれぞれヤング率, ポアソン比, 剛性率 (せん断弾性率) を表わし, 添字 L は繊維軸 (x_3) 方向, T は横 (x_1 および x_2) 方向を表わす。ポアソン比に関しては, 例えば ν_{LT} は L (x_3) 方向の引張り応力 σ_{33} だけを加えた場合のポアソン比 ($= -e_{11}/e_{33} = -e_{22}/e_{33}$) と定義する。

これらの弾性率成分の間には相反定理と面内等方性の関係

$$\frac{\nu_{LT}}{E_L} = \frac{\nu_{TL}}{E_T} \quad (7)$$

$$G_{TT} = \frac{E_T}{2(1+\nu_{TT})} \quad (8)$$

が成立し, 面内等方性物体の独立な弾性率成分は 5 個となる。

式(6)を応力について解き式(2)の形に表示すると炭素繊維の弾性率 C_{ijkl}^* が導かれる。

$$\left. \begin{aligned} C_{1111}^* &= C_{2222}^* = \frac{(1-\nu_{LT}\nu_{TT})E_T}{(1+\nu_{TT})Q} \\ C_{1122}^* &= \frac{(\nu_{TT}+\nu_{LT}\nu_{TT})E_T}{(1+\nu_{TT})Q} \\ C_{1133}^* &= C_{2233}^* = \frac{\nu_{LT}E_L}{Q} \\ C_{3333}^* &= \frac{(1-\nu_{TT})E_L}{Q} \\ C_{2323}^* &= C_{3131}^* = G_{LT} \\ C_{1212}^* &= G_{TT} \\ Q &= 1-\nu_{TT}-2\nu_{LT}\nu_{LT} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

C_{ijkl}^* に関しては, 応力およびひずみテンソルの対称性から

$$C_{ijkl}^* = C_{klij}^* = C_{jikl}^* = C_{ijlk}^*$$

が成立し, 式(9)の C_{ijkl}^* とこれらの関係にある成分以外はすべてゼロである。

2・2 等価介在物法

均質で等方性の無限大物体 D 中の 1 つの領域 V (これを等価介在物と呼ぶ) に応力を伴わない変態ひ

ずみ e_{ij}^T が生じた場合を考える。 V は, そのまわりの領域 ($D-V$, これをマトリクスと呼ぶ) によって自由な変形が拘束される。その結果, 領域 V の全ひずみは e_{ij}^e (拘束ひずみ) となったとする。これが Eshelby の Transformation Problem であり, 領域 V がだ円体の場合, e_{ij}^e は V 中の位置によらず一定となり次式で与えられる。

$$e_{ij}^e = T_{ijkl} e_{kl}^T \quad (10)$$

ここで T_{ijkl} は Eshelby のテンソルと呼ばれ, だ円体のアスペクト比 (軸比) とマトリクスのポアソン比によって決まる定数である。 V がアスペクト比無限大の回転だ円体 (すなわち円柱または連続繊維) の場合,

$$\left. \begin{aligned} T_{1111} &= T_{2222} = \frac{5-4\nu}{8(1-\nu)} \\ T_{1122} &= T_{2211} = \frac{4\nu-1}{8(1-\nu)} \\ T_{1133} &= T_{2233} = \frac{\nu}{2(1-\nu)} \\ T_{3311} &= T_{3322} = T_{3333} = 0 \\ T_{2323} &= T_{2332} = T_{3223} = T_{3232} \\ &= T_{3131} = T_{3113} = T_{1331} = T_{1313} = \frac{1}{4} \\ T_{1212} &= T_{1221} = T_{2112} = T_{2121} = \frac{3-4\nu}{8(1-\nu)} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

となる。

以上は無限大マトリクス中に 1 個の V が存在する場合であるが, 有限の大きさをもつ物体中に多数の V が存在する場合は, 自由表面の存在と介在物間相互作用によって付加的な弾性ひずみ e_{ij}^m が発生する。 e_{ij}^m は物体中の位置の関数であるかもしれないが, 一般解を得ることはほとんど不可能であるため, ここでは物体中の位置によらず一定であると仮定する。

以上の関係を複合材料の熱膨張係数の計算に適用する。マトリクスの熱膨張係数を α , 強化繊維のそれを α_{ij}^* とし, 複合材料内部の応力がゼロとなる温度を T_0 とする。試料の温度を T_0 から ΔT だけ上昇させた場合を考える。

まず等価介在物 (弾性率, 熱膨張係数はマトリクスと等しく, 変態ひずみ e_{ij}^T をもつ) について考える。等価介在物の全ひずみは, 変態ひずみ e_{ij}^T に起因するひずみ ($e_{ij}^e + e_{ij}^m$) と温度上昇による熱膨張 $\alpha \Delta T \delta_{ij}$ の和となっている。このうち弾性ひずみは ($e_{ij}^e + e_{ij}^m - e_{ij}^T$) であり, 応力 σ_{pq} は, $C_{pqij}(e_{ij}^e + e_{ij}^m - e_{ij}^T)$ となっている。

この等価介在物を実際の強化繊維または強化粒子 (形と大きさは等価介在物と同じで, 弾性率は C_{pqij}^* , 熱膨張係数は α_{ij}^*) で置き変える。全ひずみと応力が等しくなれば置き換えは可能である。実際の強化繊維の全ひずみを等価介在物の全ひずみ ($e_{ij}^e + e_{ij}^m + \alpha \Delta T \delta_{ij}$) と等しくおく。このとき実際の強化繊維

の弾性ひずみは $(e_{ij}^c + e_{ij}^m + \alpha \Delta T \delta_{ij} - \alpha_{ij}^* \Delta T \delta_{ij})$ であり、応力は $C_{pqij}^*[e_{ij}^c + e_{ij}^m - (\alpha_{ij}^* - \alpha) \Delta T \delta_{ij}]$ となる。故に、

$$C_{pqij}(e_{ij}^c + e_{ij}^m - e_{ij}^T) = C_{pqij}^*[e_{ij}^c + e_{ij}^m - (\alpha_{ij}^* - \alpha) \Delta T \delta_{ij}] \quad (12)$$

が成り立てば、繊維/マトリクス界面で変位と応力の連続性を保ったまま、実際の強化繊維と等価介在物との置き換えが可能となる。

実際の強化繊維を等価介在物で置き換えると複合材料は見掛け上均質物体となる。均質物体では内部応力場だけによって生ずる弾性ひずみの平均値はゼロとなることから次式が成り立つ。

$$e_{ij}^m = -V_f(e_{ij}^c - e_{ij}^T) \quad (13)$$

ここで V_f は繊維の体積分率である。

強化繊維を等価介在物で置き換えるために、等価介在物に持たせる変態ひずみ e_{ij}^T を式(10)~(13)から解くことができる。強化繊維を等価介在物で置き換えた均質物体は ΔT の温度上昇によって $\alpha \Delta T \delta_{ij}$ だけ膨張し、さらに等価介在物の変態ひずみ e_{ij}^T によって物体全体として $V_f e_{ij}^T$ だけひずむ。実際の複合材料は、 ΔT の温度上昇によってこれと全く同じ変形 $(\alpha \Delta T \delta_{ij} + V_f e_{ij}^T)$ を示すことになり、見掛けの熱膨張係数 α_{ij}^{**} は

$$\alpha_{ij}^{**} = \alpha \delta_{ij} + V_f e_{ij}^T / \Delta T \quad (14)$$

で与えられる。

実際の強化繊維と等価介在物は、寸法、形状および全ひずみと応力が全く等しく、その置き換えによってマトリクス中の応力とひずみは全く影響を受けないことに留意されたい。

2・3 複合材料の熱膨張係数

強化繊維がマトリクス中で一軸配向している複合材料について、見掛けの熱膨張係数の計算手順を以下に示す。計算に用いる定数(入力データ)は、マトリクスの弾性率 E , ν , 熱膨張係数 α , 強化繊維(面内等方性)の弾性率 E_L , E_T , ν_{LT} , ν_{TT} , G_{LT} , 熱膨張係数 α_L^* ($=\alpha_{33}^*$), α_T^* ($=\alpha_{11}^*=\alpha_{22}^*$), アスペクト比, および繊維の体積分率 V_f である。強化繊維は、回転だ円体で x_3 軸方向に配列していると仮定しているの、以下の計算では常に $e_{11}=e_{22}$, $\sigma_{11}=\sigma_{22}$ の関係が保たれる。

まず式(3)~(5)および(9)を用いて C_{ijkl} , C_{ijkl}^* を計算する。式(10), (13)を式(12)に代入して、

$$\begin{aligned} & (1-V_f)(C_{pqij} - C_{pqij}^*)T_{ijkl}e_{kl}^T / \Delta T \\ & + V_f(C_{pqij} - C_{pqij}^*)e_{ij}^T / \Delta T - C_{pqij}e_{ij}^T / \Delta T \\ & = -C_{pqij}(\alpha_{ij}^* - \alpha)\delta_{ij} \end{aligned} \quad (15)$$

を得る。式(15)は $pq=11, 22, 33, 31, 12$ とおくと、6個の未知数 e_{ij}^T に関する6元1次方程式となる。 $pq=23, 31, 12$ の式から $e_{23}=e_{31}=e_{12}=0$ となる。 $pq=11, 22, 33$ の連立方程式を解くと $e_{11}^T / \Delta T = e_{22}^T$

$/\Delta T$, $e_{33}^T / \Delta T$ が得られる。この解を式(14)に代入すると、一軸配向繊維複合材の熱膨張係数 $\alpha_{11}^{**}=\alpha_{22}^{**}=\alpha_T^{**}$, $\alpha_{33}^{**}=\alpha_L^{**}$ が得られる。その他の α_{ij}^{**} はゼロである。

強化繊維がアスペクト比無限大の回転だ円体(連続繊維)のとき、式(11)を用いて式(15)を解くと次式を得る。

$$\begin{aligned} \alpha_L^{**} = & \alpha + \frac{V_f}{R} \{ E_L(\alpha_L^* - \alpha) [E(1 - \nu_{TT} - 2\nu_{TL})(1 - V_f) \\ & + E_T(1 + \nu) + E_T(1 + \nu)(1 - 2\nu) V_f] \\ & + 2EE_T(\alpha_T^* - \alpha)(\nu_{LT} - \nu)(1 - V_f) \} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \alpha_T^{**} = & \alpha + \frac{V_f}{R} \{ E_L(\alpha_L^* - \alpha)(1 - V_f) [E(2\nu_{TL} + \nu_{TT} - \nu) \\ & - E_T\nu(1 + \nu)] + 2E_T(\alpha_T^* - \alpha) [E(1 - \nu_{LT})(1 - V_f) \\ & + E_L(1 - \nu^2)V_f] \} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} R = & E^2(1 - \nu_{TT} - 2\nu_{TL}\nu_{LT})(1 - V_f)^2 \\ & + E(1 - V_f) \{ E_L(1 - \nu_{LT} - 4\nu_{TL})V_f \\ & + E_T[1 + \nu + (1 - \nu)V_f] \} \\ & + E_L E_T [1 + \nu \{ 1 + (1 - 2\nu)V_f \} V_f] \end{aligned} \quad (18)$$

ここで得た複合則は $0 \leq V_f \leq 1$ の全ての範囲で適用可能であり、 $V_f=0, 1$ の場合も矛盾なく包含する。すなわち、 $V_f=0$ の場合 $\alpha_L^{**}=\alpha_T^{**}=\alpha$ となり、 $V_f=1$ の場合、 $R=2(1-\nu^2)E_LE_T$ であり、 $\alpha_L^{**}=\alpha_L^*$, $\alpha_T^{**}=\alpha_T^*$ となる。

強化繊維が等方性の場合には次式を得る。

$$\begin{aligned} \alpha_L^{**} = & \alpha + \frac{(1 + \nu_f)}{R'} V_f (\alpha_f - \alpha) \\ & [(1 - V_f) \frac{G_m}{G_f} (1 - 2\nu) + 1 + (1 - 2\nu)V_f] \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \alpha_T^{**} = & \alpha + \frac{(1 + \nu_f)}{R'} V_f (\alpha_f - \alpha) \\ & [(1 - V_f) \frac{G_m}{G_f} (2 - \nu) - \nu + (2 - \nu)V_f] \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} R' = & \frac{G_m^2}{G_f^2} (1 + \nu)(1 - 2\nu_f)(1 - V_f)^2 \\ & + \frac{G_m}{G_f} (1 - V_f) [1 + \nu + (2 - \nu - \nu_f - 4\nu\nu_f)V_f] \\ & + (1 + \nu_f) [1 + (1 - 2\nu)V_f] V_f \end{aligned} \quad (21)$$

強化繊維が等方性の場合、 $\nu=\nu_f=1/3$ と仮定すると、さらに簡単で実用的な式が得られる。

$$\sigma_L^{**} = \alpha + \frac{(\alpha_f - \alpha)V_f}{m + (1 - m)V_f} \quad (22)$$

$$\alpha_T^{**} = \alpha + (\alpha_f - \alpha)V_f \frac{5m - 1 + 5(1 - m)V_f}{[3 + m + (1 - m)V_f][m + (1 - m)V_f]} \quad (23)$$

$$m = \frac{G_m}{G_f} \quad (24)$$

ここで、 $m=1$ の場合、すなわち繊維とマトリクスの弾性率が等しい場合は、

$$\alpha_L^{**} = \alpha_T^{**} = \alpha + (\alpha_f - \alpha)V_f \quad (25)$$

となり, 熱膨張係数の加成性が成り立つ.

3 数 値 計 算 例

炭素繊維強化複合材に関する計算結果を村山らの実験結果と比較する. 計算に用いた定数を Table I に示す.

Fig. 1 はマトリクスにエポキシ樹脂を用いた場合である. 複合材料の繊維方向熱膨張係数は繊維の影響を大きく受け, 繊維体積分率が 30 % 以上になると, 繊維自体の熱膨張係数とほぼ等しくなり著しく低い値を示す. マトリクスの熱膨張が繊維方向で強く抑制されるため, 横方向の膨張が大きくなる. 繊維体積分率 20 % 以下で, 複合材料の横方向熱膨張係数の計算値がマトリクス自体の熱膨張係数より高くなっているのはこのためと考えられる. しかし繊維体積分率が 20 % 以上になると, 複合材料の熱膨張係数は繊維体積分率の増加とともに直線的に減少する.

Fig. 2 は, マトリクスにニッケルを用いた場合である. ニッケルのヤング率 (200 GPa) は炭素繊維の繊維方向ヤング率 (230 GPa) とほぼ等しいため, 複合材料の繊維方向熱膨張係数は加成性の式, 式(25)で近似

Fig. 1. Thermal expansion coefficient of a unidirectional carbon fiber / epoxy resin composite as a function of volume fraction of fibers. Aspect ratio of fibers is assumed infinite. Subscripts L and T represent the longitudinal and transverse directions, respectively.

Fig. 2. Thermal expansion coefficient of a unidirectional carbon fiber / Nickel composite as a function of volume fraction of fibers. Aspect ratio of fibers is assumed infinite. Subscripts L and T represent the longitudinal and transverse directions, respectively.

できる. 炭素繊維/ニッケル複合材の横方向熱膨張係数は, 繊維体積分率 70 % 付近までは, 体積分率に依らずほぼ一定で, マトリクス (ニッケル) の熱膨張係数とほぼ等しい値を示している. すなわち横方向熱膨張係数はマトリクスに支配されているが, これは, 複合材料の横方向断面ではニッケルが連続相を形成しており, しかもニッケルのヤング率は炭素繊維の横方向ヤング率と比べて 10 倍以上高いためと考えられる.

Fig. 3 は, マトリクスにゴムを用いた場合である. ゴムのヤング率は炭素繊維と比べて 1 万分の 1 ~ 10 万分の 1 と著しく低い. 式(16)で $E \ll E_T$, E_L の関係を考慮して $E=0$ と仮定すると, $V_f \neq 0$ の場合, $\alpha_L^{**} = \alpha_L^*$ となる. すなわち炭素繊維/ゴム複合材料の繊維方向の熱膨張係数は, 体積分率に依らず繊維の熱膨張係数 α_L^* とほとんど一致する. 一方, 複合材の横方向熱膨張係数に関しては, 式(17)で $E=0$ とおくと,

$$\alpha_T^{**} = \alpha + \frac{-(\alpha_L^* - \alpha)(1 - V_f)\nu + 2(\alpha_T^* - \alpha)(1 - \nu)V_f}{1 + (1 - 2\nu)V_f} \quad (V_f \neq 0) \quad (26)$$

となり, さらにゴムのポアソン比 $\nu=0.5$ を代入すると

Table I. Properties of constituents.

	Young's modulus (kg/mm ²)		Shear modulus (kg/mm ²)	Poisson's ratio		Thermal expansion coefficient (10 ⁻⁶ /°C)	
	E_L	E_T	G_{TL}	ν_{LT}	ν_{TT}	α_L	α_T
Carbon fiber	23000	1500	4200	0.3	0.3	-0.4	5.5
Epoxy resin	280		103.7	0.35		57.8	
Nickel	20000		7692	0.3		13.3	
Rubber	0.2		0.0667	0.5		200

Fig. 3. Thermal expansion coefficient of a unidirectional carbon fiber / rubber composite as a function of volume fraction of fibers. Aspect ratio of fibers is assumed infinite. Subscripts L and T represent the longitudinal and transverse directions, respectively.

$$\alpha_r^{**} = \alpha + \frac{1}{2}(\alpha - \alpha_t^*) - \left[\frac{1}{2}(\alpha - \alpha_t^*) + (\alpha - \alpha_r^*) \right] V_f \quad (V_f \neq 0) \quad (27)$$

となる。Table I の α , α_t^* , α_r^* を参照すると、 $V_f=0$ のとき $\alpha_r^{**} \approx 1.5\alpha = 300 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ から $V_f=1$ のとき $\alpha_r^{**} \approx \alpha_r^* = 5.5 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ まで、 α_r^{**} は V_f の増加とともに直線的に減少することがわかる (Fig. 3 参照)。ただし、 $V_f=0$ のときには式(17)から $\alpha_r^{**} = \alpha$ となり、式(26)(27)は適用できないことに注意されたい。また α_r^{**} に関しては実験データがないため実験的な確認は得られていない。

以上、Fig. 1~3 で実験データは計算値とほぼ良く一致しており、本報告の理論式の有用性を示すものと考えられる。

4 結 言

一方向繊維複合材の熱膨張係数を強化繊維の異方性を考慮に入れて予測するための簡単で実用的な理論式を導出した。この理論式は繊維間相互作用も考慮しており、0% から 100% まで繊維体積分率の全領域に適用可能である。マトリクスと繊維の弾性率が等しい場合は、単純な混合則に帰着する。

炭素繊維で強化したエポキシ、ニッケルおよびゴムに関する計算結果を実験データと比較し良い一致を得

た。繊維とマトリクスのヤング率の比が著しく大きい炭素繊維/ゴム複合材に関しては、熱膨張係数を予測するための理論式は著しく簡単に表示できる。これらの理論式は、複合材料の寸法安定性¹⁸⁾、他の材料との適合性、熱膨張係数がゼロとなる繊維複合材積層板の設計²⁾だけでなく、熱衝撃、熱疲労特性、または複合材料成形時の残留応力等を理論的に検討するための基礎としても有用である。

参 考 文 献

- 1) 村山和永, 田中豊喜, 材料, **25**, 417 (1976).
- 2) T. Ishikawa and H. Fukunaga, Proceedings of the Third Japan-U. S. Conference on Composite Materials, Tokyo, p. 701 (1986).
- 3) 植村益次, 山田直樹, 材料, **24**, 156 (1975).
- 4) T. Ishikawa, K. Koyama and S. Kobayashi, J. Composite Materials, **11**, 332 (1977).
- 5) K. F. Rogers, L. N. Phillips, D. M. Kingston-Lee, B. Yates, M. J. Overly, J. P. Sargent and B. A. McCalla, J. Materials Sci., **12**, 718 (1977), **13**, 433 (1978), **13**, 2217 (1978) & **13**, 2226 (1978).
- 6) T. Ishikawa, K. Koyama and S. Kobayashi, J. Composite Materials, **12**, 153 (1978).
- 7) E. H. Kerner, Proc. Phys. Soc., **B 69**, 808 (1956).
- 8) R. A. Schapery, J. Composite Materials, **2**, 380 (1968).
- 9) K. Wakashima, M. Otsuka and S. Umekawa, J. Composite Materials, **8**, 391 (1974).
- 10) 若島健司, 日本複合材料学会誌, **2**, 161 (1976).
- 11) Y. Takao and M. Taya, J. Appl. Mech., **52**, 806 (1985).
- 12) Y. Takao and M. Taya, J. Composite Materials, **21**, 140 (1987).
- 13) 高橋清久, 原川和久, 田中賢治, 酒井哲也, 材料, **26**, 1232 (1977) & **26**, 1238 (1977).
- 14) 高橋清久, 原川和久, 伴 菊夫, 酒井哲也, 繊維学会誌, **39**, 349 (1983).
- 15) 高橋清久, 落合哲紀, 澤藤 馨, 日本複合材料学会誌, **10**, 71 (1984).
- 16) K. Takahashi, K. Harakawa and T. Sakai, J. Composite Materials, Supplement, **14**, 144 (1980).
- 17) J. D. Eshelby, Proc. Roy. Soc. London, **A 241**, 376 (1957).
- 18) H. G. Kia, J. Composite Materials, **21**, 1145 (1987).