——先端複合材料をめぐる諸問題——

5. 斜交積層板の界面応力とひずみ状態[†]

平 井 恒 夫*

1 はじめに

繊維強化複合材料 (FRP) は強化材の配向を制御することによって慣用材料では期待できない設計目的に適応した力学特性を創成できる特徴をもっている。しかし、積層状態によっては高剛性構成繊維束のマトリックスに対する界面の存在が問題となる。すなわち、複合積層板においては均等異方性の材料特性としての破壊規準に基づく強度を期待できず、層数増加が増強効果にはならない場合もおこりうる。これらの事象を克服して複合材料のもつ優れた特性を発揮させるためには、界面の存在とそれ由来する力学的特性を解釈する必要がある。強化材とマトリックスの複合構成のために、繊維周縁の微視的界面と、繊維束の交錯部位の巨視的界面の存在が考えられ、強度評価に関しては後者が重要な指標となる。巨視的界面の破壊としては、樹脂界面のき裂 (Debonding) と層間はく離 (Delamination) による破損の進行が考えられ、とくに後者が構造体の破壊を招く。

2 界面応力

一方強化複合材料 (UD) の巨視的界面に分布する応力の把握はその材料の開発以来主要な研究テーマの一つであった。対称斜交積層板の接着層に分布する

応力の解析の先駆者は林^{1),2)}であり、Pagano, Pipes^{3),4)}は、せん断応力だけではなく垂直応力にも特異性を見られることを示した。界面問題を有限解析したのは Ri-bicki, Wang⁵⁾であり、Pagano の結果と一致することを示している。以上のほとんどは二次元的に接着応力の不均一性を明らかにするもので、三次元的分布の把握が望まれ、それにより使用目的に応じた微視的観点からの設計が可能となろう。

巨視的界面の三次元的に分布する接着応力と、それに基づく面外変形挙動の FEM 解析として、ラミナ材料特性をもつ平面シェル要素を、接着層を仮想する三次元プリズム要素で接合してモデル化する。

2・1 積層構造のモデル化

対称および逆対称斜交積層板の積層構造の実態にもとづいてのモデル化のために $[0^\circ/90^\circ]$ 積層板の断面写真を図 1 に示す。対称積層の場合には、対称面の上下のラミナ間には巨視的界面は認められず、互いに直交した界面には明らかに樹脂層の形成が認められ、モデル化には対称面にて界面を設けず、同一の繊維配向のプライグループをそれに相応する平面シェル要素に置き換え、それぞれを図 2 に示すプリズム要素で接合する⁸⁾。逆対称積層の簡単化として斜交積層の場合には

図 1 $[0^\circ/90^\circ]$ 積層板の横断面写真[†] 原稿受理 平成元年 2 月 27 日

* 正 会 員 同志社大学工学部 京都市上京区烏丸今出川

図2 プリズム要素

対称面にも界面が生じ、その解析モデルの一例を図3に示す。この場合は図4に示すように、応力のカップリング効果によって、成形後には特異な曲げとねじり変形が生じ、応力の特異分布を考慮しなければならない。

サンドイッチ構造のモデル化をする場合、接着界面の厚さはプライグループのそれに比べて極めて薄いものであるから、プリズム要素で表現される接合要素においては、接着層に生じる平面ひずみの板厚方向変化は無視しうる程度の微小であると考えられる。

2・2 基礎方程式

対称積層板の場合、それぞれのプライグループ内に生じる応力に非対称がおこったとしても、積層構造の対称性により対称面を基準にした上下のプライグループで打ち消されるため、それによる顕著な変形は生じない。一方、逆対称積層板のように、構造上の対称性が満たされない場合には、自由面に分布する応力の非対称性により、カップリング変形による面外変形が生じる。積層板のモデル化において、任意の変形段階での平衡状態にある平面要素に対しては仮想仕事の原理が成り立つ。

$$\int_V (\sigma_{ij} + \Delta\sigma_{ij}) \delta(\Delta\epsilon_{ij}) dv = \int_S (T_k + \Delta T_k) \delta(\Delta U_i) ds$$

$$k = x, y, z \quad (1)$$

ここに、 T_k は表面力、 U_k は面内および面外変位、 Δ

図4 斜交積層板のカップリング効果によるそり

は微小増分量、 δ は仮想変位量である。微視破壊にもとづく剛性低下を材料非線形問題に置換し、

$$\Delta\sigma_{ij} = C_{ijkl}(\Delta\epsilon_{kl} - \Delta_0\epsilon_{kl})$$

$$C_{ijkl} = C_{ijkl}^0 (\bar{\sigma} \leq \sigma_y), \quad C_{ijkl} = C_{ijkl}^p (\bar{\sigma} > \sigma_y) \quad (2)$$

の弾塑性構成式を仮定する。ここに $\Delta_0\epsilon_{kl}$ は熱収縮により生じる初期ひずみを表し、

$$\Delta_0\epsilon_{kl} = \alpha_{kl}\Delta\theta\delta_{kl} \quad (3)$$

ここに、 α_{kl} は線膨張係数、 $\Delta\theta$ は温度変化、 δ_{kl} はクロネッカーデルタである。また、 σ_y は要素の降伏応力で、要素の相当応力 $\bar{\sigma}$ は Hill の降伏条件式による。

逆対称の場合には重合後の冷却過程において、そりが生ずることが推測できる。それについて解析するには、ひずみ増分を面内成分と面外成分に分離し

$$\Delta\epsilon_{ij} = \Delta\epsilon_{ij}^i + \Delta\epsilon_{ij}^o \quad (4)$$

ここに、 $\Delta\epsilon_{ij}^i$ ならびに $\Delta\epsilon_{ij}^o$ は、面内変位増分 Δu_i 、および曲げ変形による曲率の変化 Δk_{ij}^o を用いると、次のように表される。

$$\Delta\epsilon_{ij}^i = (\Delta u_{i,j} + \Delta u_{j,i})/2, \quad i = x, y$$

$$\Delta\epsilon_{ij}^o = z k_{ij} \quad (5)$$

式(2)～式(5)を式(1)に代入すれば、

$$\int_V \Delta\epsilon_{kl}^i C_{ijkl} \delta(\Delta\epsilon_{ij}^i) dv + \int_S \Delta k_{kl} C'_{ijkl} \delta(\Delta k_{ij}) ds$$

図3 平面シェル要素とプリズム要素を用いた逆対称積層板のモデル化

$$= \int_S \Delta T_i \delta(\Delta u_i) ds + \int_V (\delta k_l \Delta \theta) C_{ijkl} \delta(\Delta \epsilon_{ij}) dv - \int_{\Gamma_2} [M_{xy} \delta(\Delta w, x) + M_y \delta(\Delta w, y)] d\Gamma_2 \quad (6)$$

ここに

$$C'_{ijkl} = \int_{z_2}^{z_1} z^2 C_{ijkl} dz \quad (7)$$

また、 ΔU_i は面内変位 Δu_x , Δu_y と面外変位 Δu_z を用い、

$$\begin{aligned} \Delta U_x &= \Delta u_x - z \Delta u_{z,x}, \\ \Delta U_y &= \Delta u_y - z \Delta u_{z,y}, \\ \Delta U_z &= \Delta u_z \end{aligned} \quad (8)$$

と表され、一般化ねじりモーメント M_{xy} および一般化曲げモーメント M_y は、図5に示すように、

$$(M_{xy}, M_y) = \int_{-h/2}^{h/2} (z \Delta T_x, z \Delta T_y) \quad (9)$$

とおき、局所座標系で定義した τ_{xy} , τ_{yz} の板厚方向変化を図6のように線形近似して、

$$M_{xy} = 2 \left(\int_0^{t_2/2} \frac{2\tau_{xy}^0}{t^2} z^2 dz + \int_{t_2/2}^{t_1+t_2/2} \tau_{xy}^0 z dz \right) \quad (10)$$

と表している。

以上において要素内変位増分 Δu_k を形状関数 ϕ_{ki} と節点変位増分 $\Delta r_i^{(e)}$ とを用いて、

$$\Delta u_k = \phi_{ki} \Delta r_i^{(e)} \quad (11)$$

と近似すると要素平衡方程式は、

$$(K_{Eij}^{(e)} + K_{Bij}^{(e)}) \Delta r_i^{(e)} = \Delta f_i^{(e)} + \Delta c_i f_i^{(e)} + \Delta \tau_i f_i^{(e)} \quad (12)$$

ここに、 $K_{Eij}^{(e)}$ は面内剛性マトリックス、 $K_{Bij}^{(e)}$ は曲げ剛性マトリックス、 $\Delta f_i^{(e)}$ は応力境界 s_1 に分布する表面力と等価な節点力、 $\Delta c_i f_i^{(e)}$ は応力境界 s_2 に分布する表面力と等価な節点力、 $\Delta \tau_i f_i^{(e)}$ は熱残留応力と等価な節点力を表す。

さて、接着面の厚さは極めて薄いという仮定に従って、その平面ひずみは一様であり、プリズム要素に関する $K_{Eij}^{(e)}$ は、

$$K_{Eij}^{(e)} = \frac{1}{4} \int_0^1 (\phi_{ki,l} + \phi_{li,k})_{\xi=0} C_{klmn} (\phi_{mj,l} + \phi_{lj,m})_{\xi=0} dv \quad (13)$$

したがって、平面シェル要素とプリズム要素を用いて

図5 全体座標系と局所座標系との関係

τ :せん断応力 z :法線応力

図6 τ_{xy} (τ_{yz}) の板厚方向変化

モデル化した積層板の平衡方程式は式(12)で示した要素平衡方程式を構造全体について総和をとることによって得られる。

2.3 異方性材料定数について

微視的界面の破壊に起因する剛性低下は巨視的な材料非線形性をもたらす。材料異方性に対する Hill の降伏条件を塑性関数として、塑性ポテンシャルを用いる。

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}^2 &= \frac{3}{2} (F + G + H) [F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 \\ &\quad + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2N\tau_{zx}^2 + 2M\tau_{xy}^2] \quad (14) \end{aligned}$$

ここに面内塑性異方性の実測は容易であるが、板厚方向のそれは困難であり、それに関しては非圧縮性を仮定して推定する。

ガラス転位点においては残留応力が存在しないものと仮定すれば、成形時における熱拡散、化学拡散による温度変化にともなう収縮ひずみ、あるいは残留応力を誘起する。その値は式(3)および式(2)によって求められる。この場合の異方性弾性率、ポアソン比とせん断弾性係数、および線膨張係数の温度依存性を求め計算に資する。ただし、薄板積層板のせん断弾性係数、 G_{LT} の実測は困難と考えられるので、可能な実測値は、次のようにして求めればよからう。

$$\frac{1}{G_{LT}} = \frac{1}{E_{45}} - \left(\frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} - \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right) \quad (15)$$

一般異方性弾性定数は主軸への正の配向角 θ によって次のように表される。¹⁵⁾

$$C_{ijkl} = [T]^{-1} [Q] [T]^{-T} \quad (16)$$

ここに $[Q]$ は繊維座標系の弾性定数で $[T]$ は変換マトリックスを表す。

$$[Q] = \begin{bmatrix} E\nu/(1-\nu_L\nu_T) & \nu_L E_L/(1-\nu_L\nu_T) & 0 \\ \nu_L E_T/(1-\nu_L\nu_T) & E_T/(1-\nu_L\nu_T) & 0 \\ 0 & 0 & G_{LT} \end{bmatrix}$$

$$[T] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix}$$

また、 $m=\cos\theta$ および $n=\sin\theta$ とする。
一般異方性線膨張係数 α_{ij} は式(16)と同様に、

$$\alpha_{ij}=[T]^T \begin{bmatrix} \alpha_L & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_T & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

実測された諸係数をここに導出された数値解法に用いることによって、界面に作用する応力分布を求めることができる。

3 巨視的界面における接着応力分布

実際の構造体は有限寸法の積層板によって形成されているので、従来求められた横方向以外に長手方向ならびに自由端の応力分布も考慮しなければならない。この目的に対しては、前述の方法によって数値解析することができる。しかし、接着応力の計測は、現実には困難であると考えられるのでまず、その解析法の検証としては対称積層板表層の主ひずみ差分布を、あるいはカップリング効果による面外変形の場合には面外たわみの等高線による。前者は光弾性皮膜法によって、また後者は等高線モアレ縞干渉法によって、それぞれを試料表面の解析解と比較してその整合性を求める。

UD 積層板は本質的には非均質であるが、界面応力の特異性を明らかにする目的のために、ラミナの面内挙動は巨視的には均質異方性を呈すると仮定する。その材料定数を表 I に示す。

3・1 対称積層の場合の界面応力

対称積層の斜交角の界面応力に与える影響を明らかにするため、 $[30^\circ/-30^\circ]_s$ の場合についての結果を図 7 に示す。同図の縦軸はこれまでの研究結果とも比較するために、各要素の相当応力を面積当りの断面内力、すなわち、均等伸張応力で除したものである。

$[0^\circ/90^\circ]_s$ の場合にも自由端近傍や把持端近傍においてはその不均一な主ひずみ差の分布に対応した界面応力が得られ、 $[30^\circ/-30^\circ]_s$ の場合はその傾向が増大する。幅方向においても、長手方向においても一様な応力分布とはならず、幅方向分布では Pagano らの解と同様に自由端で最大値となり、層間はく離、すなわち、巨視界面の破壊が自由端で起こり、積層内部に進展することを示している。また、試料の長手方向分布も一様でなく、四隅で最大値となっている。

$[60^\circ/-60^\circ]_s$ の分布も同様であるが、層間応力の分

図 7 1% 単軸伸長変形時における積層板の接着応力分布

布は幾分縮小されている。

以上の結果は積層板の破壊の予知に有力な手段を与えるし、また、環境による自由端の破壊は応力集中の効果を減じ、均等応力に近づく予測を与える。

3・2 逆対称積層板の熱残留応力

対称斜交積層板においては積層の界面に分布する応力の非対称性は、積層の対称性によって打ち消され、特異な変形モードとしては表われない。しかし、非対称とくに逆対称積層板の巨視的界面に分布する応力は、前述のように面外変形に直接寄与し、カップリング効果を招く、この場合、成形時に生ずる熱変形によらず形状非線形効果を除去するため、試料形状を正方形とした。

3・2・1 熱残留変形におよぼす斜交角の影響

$[+\theta_n/\theta_n]_T$ の積層板の成形時の熱拡散によって、応力のカップリング効果が生じ、曲げ、ねじりの面外変形が起こる。変形状態に影響を与える要因の一つとして斜交角を選び、 $[0^\circ_n/90^\circ_n]_T$ 、 $[30^\circ_n/-30^\circ_n]_T$ 、および $[60^\circ_n/-60^\circ_n]_T$ に関して、そのプライ数を $n=2$ とした場合の解析解を求めた。 $[0^\circ_2/90^\circ_2]_T$ の場合は図 8 より

表 I 構成要素材料定数

	縦弾性定数 E_L (GPa)	横弾性定数 E_T (GPa)	せん断弾性定数 G_{LT} (GPa)	ポアソン比 ν_{LT} (—)	板 厚 t (mm)	降伏応力 σ_y (MPa)
ラミナを仮想する 平面シェル要素	12.6	3.07	1.47	0.30	0.30	6.0
接着層を仮想する プリズム接合要素	3.40	3.40	1.30	0.35	0.05	

明らかなように鞍形状に変形し、自由端において応力集中をおこす傾向がみられ、とくに四隅においてはそれが甚だしくなる。なお、変形モード図の黒丸位置は積層板の測定基準面への接触をあらわす。

$[30^\circ_2/-30^\circ_2]_T$ の場合の変形モードは図9に示すように試料中央面に関して点対称、いわゆるねじりモー

図8 $[0^\circ_2/90^\circ_2]_T$ 積層板の面外たわみ変形ならびに層間応力分布

図9 $[30^\circ_2/-30^\circ_2]_T$ 積層板の面外たわみ変形ならびに層間応力分布

図10 $[45^\circ_n/-45^\circ_n]_T$ 積層板の面外たわみおよび界面応力分布

(a) 炭素繊維の場合

(b) ガラス繊維の場合

図11 円孔をもつ積層板の応力集中度

ドとなっていることは明らかである。自由端、ならびに四隅での応力集中に関しては前者と同様の傾向をもつが、幾分軽減されている。

$[60^\circ_2/-60^\circ_2]_T$ の場合は前者を 90° 回転させた $[-60^\circ_2/60^\circ_2]_T$ のラミナに存在するせん断応力とは大きさが等しく方向が違うのみであり、界面応力分布は同様の結果となる。

以上に図示した変形モードは Hyer の結果と一致するものであり、その結果は自由境界における残留応力の応力集中の状態の予測を与えるものであると思われる。

3・2・2 界面応力におよぼすプライグループにおけるプライ数の影響 設計に際して必要なものは荷重に対する界面の相当応力の安全性であり、このためには熱残留変形による予応力の推定が問題となる。慣用材料に準じてプライ数の増加が補強効果をもうかどうかを調べる。そのためにカップリング効果の最も多い $\pm 45^\circ$ の場合を選び、 $[45^\circ_n/-45^\circ_n]_T$ の $n=1, 2$ および 3 の場合の結果を図10に示す。変形モードは試料中央を原点とする点対称形状であり、等高線の間隔は $0.10(\text{mm})$ で示されているので、隅角に置けるその値により面外変形の大きさが分る。図よりプライ数の増

(a) 孔のない場合

(b) 円孔をもつ場合

図12 材料主軸に対する配向角 $\pm\phi$ とその軸の回転角 γ に基づく界面応力集中度 α の等高線 (炭素繊維の場合)

加に応じて変形量は小さくなっているが、積層板の自由端における応力集中は却って大きくなっていることが分ろう。これはラミナ自身の曲げ剛性の増加に伴い、変形、とくにせん断変形が界面に分散されているためであろう。界面応力の均一化という観点にたてば、積層構造のいかに関係なく、同一配向角をもつプライグループの厚さはなるべく薄くする方が好ましいと推測できる。

4 有孔積層板界面の応力集中度と最適化設計¹³⁾

複合材料積層板に開口部を設けた場合、その強度を

表Ⅱ 最適化手法の比較

設 計 変 数			制約プライ角 (deg.)		最 終 結 果			最 適 解
			γ	ϕ	E_1 (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{21}	
$E_1 \geq 50.0$ (GPa) $G_{12} \geq 8.0$ (GPa) $\nu_{21} \leq 0.4$	規 定 値 α		28.61	27.67	70.30	8.00	0.25	1.2559
	目 的 α	E_1 を最大化	19.55	18.52	73.08	10.82	0.40	1.6826
		G_{12} を最大化	19.70	18.76	73.06	10.86	0.40	1.6710
		ν_{21} を最小化	32.86	20.72	50.00	8.00	-0.11	1.7511

 α …… 応力集中率

図13 界面応力集中率を考慮した最適化設計の流れ図

著しく減少し、その理由は界面の存在に依存するものと推測し、円孔をもつ場合の界面応力を求めた。幅の1/3の円孔をもつ対称積層板を対象として界面応力の応力集中率の繊維配向による依存性を、炭素繊維ならびにガラス繊維について図11に示す。さらに、 γ だけ剛体回転させたときの応力集中率の等高線は図12のようになる。ここに与えられたラミナ材料定数の設計変数に対して、制約関数（斜交積層角 $\pm \phi$ および材料主軸回転角 γ ）ならびに目的関数（界面応力集中率 α ）を決定し、非線形補間を用いて目的関数の最適化が図られる。炭素繊維の場合、実行可能領域はかなり広く、図13に示す解析流れ図によれば表Ⅱに示す結果が得られる。

5 お わ り に

複合材料を用いた構造体の設計に関する要点は界面応力の問題であろう。ここでは有限寸法をもつ一方向性強化の2方向、あるいは斜交積層板の巨視界面に作用する接着応力、ならびに、その構造体が円孔開口部をもつ場合についても付言した。有限寸法の積層板の自由端においては特異な応力集中と、さらにカップリング効果をともなう場合の面外変形をともなう。以上の界面存在にともなう問題点をできるだけ避けるためには積層の最適化を考慮するとともに、求められた配向角をもつプライグループのプライ数を減少させることである。強化材を有限長に切断せずに有効剛性とその配向効果を活用する目的としてフィラメントワイン

ディングによる成形法が考えられる。この場合にも、ワインディングに必要な張力をもった層の累積は、巻き締めにとまなう層の応力緩和をもたらす、層界面でのマイクロバックリング、あるいは層間離れを伴うので、これを避ける制御法が必要である¹⁴⁾。また、織構造強化の場合も、多層構造の巨視界面での層間離れの問題とその防止法を考える必要が起るが本稿では省略する¹⁵⁾。

以上、複合材料構造体における界面問題は、その強度評価を支配するものであろう。

参 考 文 献

- 1) T. Hayashi, Trans. Japan Soc. Aero Space Sci, **10**, 17, 43 (1967).
- 2) T. Hayashi and S. Sano, Proc. of Int. Symp. on Space Tech. and Sci., 8th, 291 (1969).
- 3) R. B. Pipes and N. J. Pagano, J. Comp. Mat. **4**, 538 (1970).
- 4) N. J. Pagano and R. B. Pipes, J. Comp. Mat., **5**, 50 (1971) and Int. J. Mech. Sci., **15**, 679 (1973).
- 5) E. F. Ribicki, J. Comp. Mat., **11**, 92 (1977).
- 6) S. S. Wang and F. W. Crossman, J. comp. Mat., **11**, 92 (1971).
- 7) S. S. Wang, Proc. Japan-us Conf. on Comp. Mat. 318, (1981) and Proc. of ICCM-IV, 287 (1982).
- 8) T. Hirai, T. Senba and M. Tarui, Progress in Science and Engineering of Composites, I, 243 (1982).
- 9) T. Hirai, A. Inoue, T. Senba and M. Hirai, Mechanical Behaviour of Materials-IV, II, 1039 (1984) Pergamon Press.
- 10) R. C. Reuter, J. Comp. Mat., **5**, 270 (1971).
- 11) M. W. Hyer, J. Comp. Mat., **15**, 175 and 279 (1981).
- 12) T. Hirai et al, Proc. Int. Symp. on Comp. Mat. and Structure, 233 (1986).
- 13) 平井恒夫, 片山傳生, 楊 乗憲, 井上 章, 大蔵卓男, 材料, **35**, 374, (1989).
- 14) T. Hirai, Proc. 7th Int. Conf. on Comp. Mat. (ICCM-VII) (in printing) (1989).
- 15) 平井恒夫, 材料, **31**, 194, (1982).