球状黒鉛鑄鉄の回転曲げ荷重下での確率疲労特性[†]

酒 井 達 雄* 古 郷 佐 八 郎** 鈴 木 幹 彦***

Statistical Fatigue Properties of Nodular Cast Iron in Rotating Bending

by

Tatsuo SAKAI*, Sahachiro KOGŌ** and Mikihiro SUZUKI***

Statistical fatigue tests on nodular cast iron in rotating bending were carried out by using a number of specimens, and *P-S-N* characteristics were discussed quantitatively. Fracture surfaces were observed by SEM, with special attention given to the crack initiation site and the effect of graphite morphology on the fatigue life. The main conclusions are summarized as follows;

(1) No significant difference was found in the *S-N* properties among different blocks cast under the same conditions. It was also confirmed that the *S-N* property is independent of the location within a block from which the specimen was cut.

(2) Fatigue life distribution was well represented by a three-parameter Weibull distribution modified by the saturated probability of failure. Based on the stress dependence of parameters in the distribution, statistical fatigue property was successfully determined.

(3) Fatigue crack initiation was governed by graphite morphology in the surface layer of the specimen. A correlation was found between fatigue life and the square root of the projected area of the graphite section in the longitudinal direction of the specimen.

Key words : Nodular cast iron, Fatigue strength, Fatigue life, Rotating bending, Statistical fatigue property, Graphite, Fractography

1 緒 言

球状黒鉛鑄鉄は、形状が複雑で機械加工の困難な構造部品を容易に鑄造できる利点を持つとともに、熱処理によっては鋼に匹敵する機械的性質を実現することも可能となり、近年、特に強度部材としてその用途拡大がはかられている。¹⁾⁻³⁾ この球状黒鉛鑄鉄の疲労特性については、これまで鑄込み方法や熱処理条件および添加物の違いによる基体組織と黒鉛形態の変化と疲労強度の^{1), 4), 5)} 関係、荷重様式や雰囲気の影響、^{2), 6)} 疲労き裂の発生・進展挙動などに関する多くの研究成果が報告されている。^{3), 7)} しかし、その疲労強度や疲労寿命は他の金属材料と同様、大きなばらつきを持つことがわかっていながら、鑄鉄の疲労特性に関する統計的な立場からの研究報告は極めて限られるのが現状である。⁴⁾

一方、実際の鑄造製品は部位によって凝固条件や冷却速度が異なり、組成についても必ずしも均一とは限らない。従って、球状化処理を行っても全体に黒鉛が球状化され、均一に分布しているわけではなく、球状化率の高い部分もあればかなり低い部分もある。また、

球状黒鉛の大きさも固有のばらつきをもち、鑄鉄の強度や寿命に対する統計的影響因子は、他の金属材料に比較してむしろより複雑と思われる。

以上の観点から、本研究では黒鉛球状化率の若干低い球状黒鉛鑄鉄を準備し、片持ち回転曲げ荷重下での基本 *S-N* 特性と、いくつかの応力レベルにおける疲労寿命の分布特性を調べた。さらに、この寿命分布の応力レベル依存性をもとに *P-S-N* 特性を定量的に明らかにした。また、破壊起点を中心とした破面観察を行い、疲労寿命に対する黒鉛形態の影響についても考察を加えた。

2 試験片および実験方法

本実験の供試材は、市販の黒鉛球状化剤を用いて球状化処理を施した球状黒鉛鑄鉄である。最初に、Fig. 1 に示す形状のブロックを鑄込み、ひけ巣やピンホールなどの欠陥が生じ易いブロック中央部を約 20 mm、ブロック表面層の黒皮部分を約 5 mm 取り除き、1つのブロックから 14×120×230 (mm) の板材を 2 枚採取した。この板材に対して N₂ ガス雰囲気炉を用いて

† 原稿受理 昭和63年12月21日 Received Dec. 21, 1988

* 正 会 員 立命館大学理工学部 京都市北区等持院北町, Faculty of Science and Engineering, Ritsumeikan University, Tojinkita-machi, Kita-ku, Kyoto

** 正 会 員 埼玉県鑄物機械工業試験場 川口市芝下, Saitama Prefectural Casting and Machinery Research Institute, Shibashimo, Kawaguchi

*** 学生会員 立命館大学大学院 京都市北区等持院北町, Graduated Student, Ritsumeikan University, Tojinkita-machi, Kita-ku, Kyoto

Fig. 1. Sampling position for fatigue specimen.

Fig. 2. Heat treatment conditions.

Table I. Chemical composition (%).

C	Si	Mn	P	S	Mg
3.48	2.68	0.57	0.040	0.017	0.042

Table II. Mechanical properties.

	Spec. 1	Spec. 2	Mean
Tensile strength σ_b (MPa)	411	413	412
Elongation ϕ (%)	19.4	21.7	20.6

Fig. 2 に示す条件で焼なまし処理を施した。供試材の化学成分は Table I に示すとおりである。なお上記ブロック中央の切捨て部分の両端から直径 10 mm、標点距離 35 mm なる引張試験片を 2 本採取し、先と同様の熱処理を施した後に引張試験を行い、Table II の結果を得た。また、試験片表面や引張破断面にひけ果などの欠陥がないことを確認した。

Fig. 3 は上記の熱処理後の微視組織の観察結果を示すもので、フェライト地に球状化の程度異なる黒鉛が散在している。Fig. 4(a) はかなり球状化の進んだ黒

Fig. 3. Microstructure.

鉛（断面の最大長さを直径とする円に対する面積率； $\eta=88\%$ ）を示し、同図(b)はコンパクト・バーミキュラー状の黒鉛（ $\eta=23\%$ ）を、また同図(c)は不定形の黒鉛（ $\eta=32\%$ ）を示す。供試材には、このように $\eta=20\sim90\%$ の様々な形態の黒鉛が含まれている。

疲労試験片については、上記の各板材から $14\times14\times120$ (mm) の角棒を 12~14 本採取して、Fig. 5 に示す形状寸法に機械加工した。加工後、環状切欠き部をエメリー紙により順次 2000 番まで研磨して疲労試験に供した。なお、この試験片の形状係数は $\alpha=1.08$ である。

疲労試験機は独自に開発し、別報⁸⁾に紹介した多軸型片持ち回転曲げ疲労試験機で、電動機により平ベルトを介して 5 本の軸を回転させる構造になっている。試験機の回転速度は約 3200 rpm であるが、軸とベルトの間の滑りなどで軸により多少異なるので、フォトマイクロセンサを用いて各々の試験片取り付けチャックごとに正確な応力繰返し数の検出を行っている。また、回転曲げ疲労では試験片やチャックの偏心が負荷応力の誤差をひき起こすので、試験片の脱着を繰返しダイヤルゲージを用いて偏心量が 0.02 mm 以下となることを確認した後、常温大気中で疲労試験を行った。

ステアケース法による耐久限度の推定も含めた S-N 特性試験には、最初に異なるブロック間および同一ブロック内の 2 枚の板材における疲労特性の有意差の有無を調べるために、2 つのブロックから採取した

Fig. 4. Typical forms of graphite.

Fig. 5. Shape and dimension of specimen.

4枚の板材をもとに、各板材ごとに11~13本の試験片を4組、合計48本の試験片を準備した。以下この各組をシリーズとよぶことにする。これら4シリーズの試験片に対してステアケース法による疲労試験を行い、各シリーズの基本S-N特性を調べた。次に、疲労寿命の分布特性を調べるため3応力レベルについて、各々同一ブロックから採取した28本の試験片を割り当てた統計的疲労試験を行った。

3 実験結果および考察

3.1 S-N 特性

2つの鑄造ブロックの各々から2組ずつ採取した合計4シリーズの試験片に対する疲労試験結果をS-N線図として図示したのがFig. 6である。図中、ブロックおよびシリーズごとにマークを区別して示した。シリーズ1, 2およびシリーズ3, 4はそれぞれ同一ブロックから採取したものである。

各シリーズごとに応力階差 $\sigma=19.6\text{ MPa}$ (2 kgf/mm^2)を設定して、適当な応力レベルから順に応力を低下させながら疲労試験を行い、初めて $N=10^7$ での非破壊試験片が現れた段階で応力階差を $\sigma=9.8\text{ MPa}$ (1 kgf/mm^2)に再設定して、以降7本の試験片を割り当てたステアケース法による試験を繰り返した。図中、打ち切り試験片には矢印を付してあり、その矢印

Fig. 6. P-S-N characteristics analyzed from S-N data.

Table III. Endurance limit and its standard deviation obtained by staircase method. (MPa).

Series	1	2	3	4	Mean
σ_w	207	218	213	205	211
S_w	10.6	11.4	3.4	20.3	11.4

Fig. 7. Distributions of strength deviation around regression line of S-N characteristics.

に付した数字は打ち切り試験片の重複数を示している。ステアケース法で得られた各シリーズごとの耐久限度の平均値と標準偏差をTable IIIに示した。ステアケース法に割り当てた試験片数は各シリーズとも同数だから、その計算値の重みは同等と考えて、全シリーズの平均値を求め表中に併記した。

Fig. 6において、各シリーズの実験点は共通の散布帯に現れているように思われるので、最初に各シリーズを区別せず、全データを1組のS-Nデータと考え、その耐久限度が $\sigma_w=211\text{ MPa}$ で与えられるとする。そして、S-N特性について、まずS-N曲線が傾斜部と水平部の2直線で表せるとし、その水平部はすでに $\sigma_w=211\text{ MPa}$ として与えられているので、次の手順で傾斜部を決定する。すなわち、破断データについて寿命の短い方から第 j 番目までのデータによって最小2乗法を用いて直線を求める。これを $j=3\sim k$ (k :破断した試験片総数)についてそれぞれS-N曲線を繰返し求め、各S-N曲線ごとに全ての破断データに対してS-N曲線からの縦軸(応力)方向偏差2乗和を計算し、その値が最小となるものを最終的なS-N曲線とする。図中の破線がこうして得られたS-N曲線である。

ここで、このS-N曲線に対して、各シリーズごとに縦軸方向の偏差(強度偏差)を正規確率紙上に示したのがFig. 7(a)であり、全シリーズを一括して示したのが同図(b)である。縦軸の累積確率は総数 n 個のデータのうち小さい方から第 i 番目のデータに対する値を次式で計算した。^{9),10)}

$$F_i = \frac{i-0.5}{n} \quad (1)$$

図中の直線は、各シリーズごとに、および全シリーズを一括して得られる強度偏差の標本平均 $\bar{\sigma}_r$ および標本標準偏差 S_r から決まる次式の正規分布関数を表している。

$$F(\sigma_r) = \int_{-\infty}^{\sigma_r} \frac{1}{\sqrt{2\pi} S_r} \exp\left\{-\frac{(\xi - \bar{\sigma}_r)^2}{2S_r^2}\right\} d\xi \quad (2)$$

Table IV. Test results on equality of variance.

α	1-2	1-3	1-4	2-3	2-4	3-4
0.10	○	○	○	○	○	×
0.05	○	○	○	○	○	○

Table V. Test results on equality of mean value.

α	1-2	1-3	1-4	2-3	2-4	3-4
0.20	○	○	○	○	×	○
0.10	○	○	○	○	○	○

図より、Series 3 で低強度側の 1 点が外れているが各シリーズとも、また一括データについてもプロットは対応する直線によく一致している。これより、強度偏差は正規分布に従うようであり、これはそのまま、疲労強度の分布が正規分布でよく近似されていることに対応する。

さて、上記 4 つの各シリーズの疲労試験結果が、共通の母集団に属すると考えてよいのか否かを次の手順で統計的に検定する。すなわち、4 つの各シリーズ相互間の全ての組合せに対して、強度偏差の分布の同等性を検定すればよい。ここでは、「分散の比」および「平均の差」に関する検定法を適用してその同等性を調べた。その検定結果を Table IV、Table V に示す。分散については有意水準 $\alpha=0.05$ で、また平均については $\alpha=0.1$ で全ての組合せに対して同等性の仮説が棄却されないことがわかる。以上の検定結果は、4 つのシリーズについて S-N 曲線からの強度偏差が、全て同一母集団からの標本と考える一つの判断基準を与えることになる。したがって、各シリーズ間およびブロック間でその疲労特性に有意な差がないと考え、4 つのシリーズの全データをプールした Fig. 7 (b) の結果を強度偏差の母集団分布とする。Fig. 6 の他の曲線については後で説明を加える。

3・2 疲労寿命分布

前節で素材ブロック間、シリーズ間でその疲労特性

Fig. 8. Fatigue life distributions plotted on Weibull probability paper.

Fig. 9. Stress dependence of Weibull three parameters.

に有意な差がないと考えてよいことがわかったので、いくつかのブロックおよびシリーズの素材から多数の試験片を切り出し、 $\sigma=216, 235, 274$ MPa なる 3 つの応力レベルで各々 28 本の試験片を割り当てた寿命分布試験を行った。各応力レベルで得られた疲労寿命分布をワイブル確率紙上にプロットしたのが Fig. 8 であり、縦軸の累積確率は先と同様に式 (1) で計算した。図中の実線は分布形として 3 母数ワイブル分布を仮定し、これに別報で提案した飽和破壊確率 F_{ks} を考慮した次式の分布関数を示しており、式中の各母数は相関係数法により推定した。

$$F(N) = F_{ks} \left[1 - \exp \left\{ - \left(\frac{N-c}{b} \right)^a \right\} \right] \quad (3)$$

ここで、 a, b, c はそれぞれ形状母数、尺度母数、位置母数であり、各応力レベルでの推定値を図中に併記した。 F_{ks} は全試験片が破断した場合 $F_{ks}=1$ とし、総数 n 本のうち k 本が破断した場合 $F_{ks}=(k+0.5)/n$ とした。図から分かるように、いずれの応力レベルについてもこうして推定された曲線は実験結果の分布特性をよく表示している。

Fig. 9 はワイブル 3 母数と応力レベルとの関係を示したものである。試験応力レベルが若干少ないが、鉄鋼材料に関する他の報告を参考にして、各母数の応力依存性については図中の直線関係が成り立つと考えてよいようである。すなわち、各母数と負荷応力との間の関係は次式で与えられることになる。

$$a = 0.0101\sigma - 0.862$$

$$b = 10^{(-0.0225\sigma + 11.18)} \quad (4)$$

$$c = 10^{(-0.0098\sigma + 7.62)}$$

他方、飽和破壊確率 F_{ks} については、その応力レベル依存性を正確に実験的に求めることはかなり困難である。しかし、これは耐久限度付近の非破壊確率と負荷応力の関係に対応するものであり、耐久限度の分布特性でよく近似されることが予想される⁽¹⁴⁾。そこで、耐久限度の分布特性については先に Table III に与えられているので、同表右端の耐久限度およびその標準偏差の平均値 $\sigma_w=211$ MPa、 $S_w=11.4$ MPa をもつ正規分布関数により、 F_{ks} と負荷応力の関係を近似することができる。

以上により, 疲労寿命を決定する式(3)の中の4つの母数すべての応力レベル依存性が与えられたので, 任意の応力レベルにおける疲労寿命分布が定量的に解析されたことになる。

3・3 P-S-N 特性

金属材料の確率疲労特性については, 通常, 任意の破壊確率に対する S-N 特性, すなわち P-S-N 特性を明らかにする方法がとられる¹⁵⁾。この P-S-N 特性の解析にあたり, 本報では以下の2つの手法を用い, その解析結果の比較を試みる。

第1の方法は3・1節で示した折れ線表示の S-N 特性を仮定し, 西島らの相対強度偏差の考え方¹⁶⁾を準用して, 回帰 S-N 曲線に対する全破断データの縦軸方向の分布により, 疲労強度の分布を代表させるものである。このとき, 強度の標準偏差を一定とすれば, その P-S-N 特性は Fig. 6 に描いたように, 回帰 S-N 曲線の縦軸方向の平行移動で与えられる。この立場に立つとき, 強度偏差の母集団分布がすでに Fig. 7 (b) に与えられているので, 図中の実線 (正規分布) より, 任意の破壊確率に対する S-N 曲線が決まることになる。こうしていくつかの破壊確率に対する P-S-N 曲線を描いたのが前掲 Fig. 6 の実線群である。F = 50% の S-N 曲線が回帰 S-N 曲線 (破線) とわずかに一致していないのは, 破線に対する実験データの縦軸偏差の分布の平均値が正確に0になるとは限らないことによるものである。しかし, このバイアスは図中に示したとおり, 0.93 MPa であり, 無視してよい程度のものであると判断される。図中, 応力域により試験片本数が異なるので, 時間強度の標準偏差一定の妥当性については問題が残るが, $N > 10^5$ の寿命域において, 図中の P-S-N 曲線はほぼ実験結果の分布特性を表示しているように思われる。従って, 本解析法が比較的少数の実験結果から P-S-N 特性を求める上で, 1つの簡便かつ有効な方法と考えられる。

第2の方法は寿命分布試験データをもとに, 疲労寿命分布の応力レベル依存性を明らかにし, これより定量的な P-S-N 特性を求める手法である。すなわち, すでに前節で示したように疲労寿命分布を支配するワイブル3母数 a , b , c および飽和破壊確率 F_{ks} の応力レベル依存性が得られているので, 式(3)を次式のように変形して, 任意の応力レベルにおける任意の破壊確率 F に対する疲労寿命 N が求められる。

$$N = c + b \left[-\ln \left(1 - \frac{F}{F_{ks}} \right) \right]^{1/a} \quad (5)$$

Fig. 10 は先の S-N 試験データに3応力レベルでの寿命分布試験データ (+ 印) を重ねてプロットするとともに, 本解析法で計算された P-S-N 曲線を示したものである。破線傾斜部は Fig. 9 (b) の位置母数

Fig. 10. P-S-N characteristics analyzed by pooling S-N data and life distribution data.

を表す直線を再記したもので, ここでは寿命と同時に強度の下限値を与える。なお, 破壊水平部は参考のため耐久限度分布の $F=0.1\%$ のレベルを示したものである。図より, 広範囲にわたる応力域において本解析法による計算結果は, 実験結果の分布特性をよく表示している。前掲の Fig. 6 の結果は, 4組の S-N データのみを併合したもので, 特に高応力域での実験点が少なかった。ここで寿命分布試験データを重ね合わせた Fig. 10 の全体的傾向に注目すると, $\sigma > 270$ MPa なる高応力域における S-N 試験での実験点は, 偶然, いくぶん長寿命側に現れたものと推測される。それゆえ, S-N データのみを併合して得られた Fig. 6 の P-S-N 曲線において, その傾斜部の勾配は実際よりも若干急な結果を与えていると考えられる。したがって, 本材料の P-S-N 特性を調べるにあたり, すでに報告されている通常の S-N データからそれを解析する必要がある場合には, 一つの便法として第1の方法が有効であるが, より正確な P-S-N 特性を求めるためには疲労寿命分布の応力レベル依存性を介した第2の方法が望ましいことがわかる。

3・4 破面観察結果

疲労寿命分布を調べた3種類の応力レベルの中から, 寿命のばらつきが最も大きい $\sigma=216$ MPa を選び, S-N 特性試験に用いた試験片も含め, この応力レベルで疲労破壊した31本の全ての試験片について走査型電子顕微鏡を用いて破面観察を行った。このうち, 比較的低寿命を与えた試験片に関する2例, さらに中程度およびかなり長寿命を与えた試験片に対して各1例ずつ, 合計4本の試験片に関する破面写真を Fig. 11 (a)~(d) に示す。いずれも下段は低倍率写真であり, 図中に矢印で示したき裂発生点付近の高倍率写真を中段に示した。また, 上段の写真は, き裂発生点付近における破面と表面の状態が同時に観察できるように, 試料を約50度傾けて撮影したもので, 上下方向の倍率は左右方向の約64%になっている。

Fig. 11. SEM observation of fracture surfaces.

同図(b)~(d)に示すように、ほとんどの場合、破壊の起点と思われる場所には黒鉛が観察され、これらの応力集中により疲労き裂が発生し、やがて疲労破壊を引き起こしているものと思われる。しかし、同図(a)に示したように、鑄込み時のひけ巣がき裂発生点になっているものもあったが、このような破面が観察されたのは、この応力レベルで破壊した全試験片の中の3本のみであった。したがって、破壊起点の黒鉛の形態や寸法が疲労寿命の主な支配因子と考えられる。

本実験に供した鑄鉄に含まれる黒鉛の形態や寸法は一定でなく、破壊起点にみられる黒鉛についてもその形状、寸法は大きくばらついている。Fig. 11(b)では球状化の進んだ黒鉛がき裂発生源になっており、黒鉛の中心が表面より内部に位置し、その一部がわずかに表面に現れている。同図(c)では試験片円周方向に細長く浅い黒鉛がき裂発生源になっているようである。また、同図(d)では破壊起点に試験片内部方向に細長い黒鉛がみられる。

Fig. 12(a)は破壊起点と思われる黒鉛をだ円近似したときの試験片円周方向の半径 r_1 (Fig. 11の写真上で左右方向の半径)と疲労寿命の関係を示したものである。図中に回帰直線と相関係数を示したとおり、 r_1 と $\log N$ との間に負の相関が認められるが、相関の程度はあまり強くないようである。破面写真からもわかるように、球状に近い黒鉛があれば、深さ方向や試験片円周方向に伸びた細長い黒鉛もある。したがって、一方向の寸法 r_1 のみでき裂発生の難易を決めることは困難であろう。

村上らは、疲労強度に及ぼす微小欠陥の影響につい

て、試験片軸方向に垂直な面への欠陥投影面積の平方根 $\sqrt{\text{Area}}$ を用いる手法の有効性を報告している^{17), 18)}。そこで、破壊起点と思われる黒鉛の破面上での面積の平方根 $\sqrt{\text{Area}}$ を求め、疲労寿命との関係を示したのがFig. 12(b)である。図より、 $\sqrt{\text{Area}}$ と $\log N$ の間にはやはり負の相関があり、同図(a)と比較して相関の程度が強くなっている。しかし、相関係数は $\rho =$

Fig. 12. Fatigue life vs. graphite size.

-0.771 であり, 両者間の相関はそれほど強くない。これは, 仮りに黒鉛の形状, 寸法を固定しても, その中心位置と表面の関係(黒鉛の存在位置)¹⁹⁾や, 近接の複数黒鉛間の相互干渉など⁷⁾によるものと思われる。

表面近傍の球状空かの中心位置と応力集中係数の関係に関する西田らの解析によれば, 球状空かが表面と接する場合に最も顕著な応力集中が起こる。Fig. 11 (b)の黒鉛はこれに近い状況になっていると思われる。また, 同図(c)は, 大きい黒鉛の中心が表面より外に位置しているとも考えることもできる。このような場合は, 寸法が大きくても応力集中係数はそれほど大きくないことになる。近接黒鉛については, 試験片円周方向に近接している方が, 深さ方向に近接している場合よりもき裂発生に対してその作用は大きいことが予想される。

Fig. 12(a)(b)において, r_1 -logN 間および $\sqrt{\text{Area}}$ -logN 間の相関があまり強くないのは, このような副次的因子の重畳作用によるものと思われる。これら各因子の影響に関する定量的な評価を行うには, 今後さらに十分な実験結果の蓄積が必要であろう。

4 結 言

本研究では, 球状黒鉛鋳鉄について多数の試験片を準備してその基本 S-N 特性および確率疲労特性を調べた。得られた主な結論を要約すると次のとおりである。

1) 同一ブロック内の対称位置から切り出した各十数本の試験片を用いて S-N 特性を調べた結果, 各位置間でその S-N 特性に有意差が認められなかった。また, 2つのブロックを用いて同様の実験を繰り返し, ブロック間においても有意差が認められず, すべて同一母集団に属する実験結果として取り扱ってよいことがわかった。

2) 上記の結果を基礎として, さらに別のいくつかのブロックから多数の試験片を切り出し, 3つの応力レベルで疲労寿命分布を調べた結果, 疲労寿命が飽和破壊確率を考慮した3母数ワイブル分布によく従うことが確認された。また各母数の応力レベル依存性から本材料の P-S-N 特性を求めた結果, 広い応力域

にわたる確率疲労特性をよく説明するものであった。

3) 数例を除き, 疲労破壊の起点には黒鉛が観察され, この黒鉛の試験片軸方向に垂直な面への投影面積の平方根 $\sqrt{\text{Area}}$ と logN の間に明確な相関があることがわかった。しかし, 表面近傍での黒鉛存在位置や近接黒鉛の相互作用も予想され, これら各因子の定量的評価のためには, 今後さらに実験結果の蓄積が望まれる。

(昭和63年11月8日 第19回疲労シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) 古郷佐八郎, 荻野春之助, 中川 隆, 小林正孝, 浅見克敏, 材料, **33**, 1499 (1984).
- 2) 古郷佐八郎, 荻野春之助, 中川 隆, 小林正孝, 浅見克敏, 材料, **35**, 617 (1986).
- 3) 鈴木秀人, 国尾 武, 日本機械学会論文集, A-53, 1000 (1987).
- 4) 田中雄一, 河村公治, 加藤清夫, 井川克也, 鋳物, **53**, 500 (1981).
- 5) 矢野 満, 日本機械学会論文集, A-52, 2150 (1986).
- 6) 古郷佐八郎, 荻野春之助, 渋谷康彦, 材料, **32**, 790 (1983).
- 7) 西谷弘信, 田中哲志, 日本機械学会論文集, A-51, 1442 (1985).
- 8) 酒井達雄, 上野 明, 藤谷景三, 田中道七, 材料, **33**, 1278 (1984).
- 9) 下河利行, 航空宇宙技術研究所報告, 464号 (1976).
- 10) 酒井達雄, 田中道七, 材料, **31**, 941 (1982).
- 11) 酒井達雄, 田中道七, 材料, **30**, 1211 (1981).
- 12) T. Sakai and T. Tanaka, Proc. Fatigue **84**, **2**, 1125 (1984).
- 13) 酒井達雄, 田中道七, 材料, **29**, 17 (1980).
- 14) 酒井達雄, 機械の研究, **39**, 1260 (1987).
- 15) 酒井達雄, 機械の研究, **40**, 420 (1988).
- 16) 西島 敏, 阿部孝行, 材料, **26**, 50 (1977).
- 17) 村上敬宜, 遠藤正浩, 日本機械学会論文集, A-49, 127 (1983).
- 18) Y. Murakami and M. Endo, Engng. Fract. Mech., **17**, 1 (1983).
- 19) 西田正孝, 応力集中, p. 523 (1967) 森北出版.