プロビット法およびステアケース法に対するモンテカルロシミュレーションと推定値の分布特性[†]

岩 谷 隆 史* 田 中 道 七**

Monte Carlo Simulation and Distribution Characteristics of the Estimates by Probit and Staircase Methods

by

Takashi IWAYA* and Tsuneshichi TANAKA**

The purpose of this study is to investigate the influences of sample size n , level interval d and number of levels L on the distribution properties of the estimates, that is, the mean μ and the standard deviation σ , of the fatigue endurance limits obtained by Probit and staircase methods, by Monte Carlo simulation technique.

Major conclusions are summarized as follows;

- (1) The distribution of the sample mean μ estimated by both methods agrees well with the normal distribution.
- (2) The distribution of the sample standard deviation σ can be approximated by the log-normal distribution.
- (3) There is little influence of the level interval d and the number of levels L on the mean $\bar{\mu}$ of the sample mean μ by Probit method, and $\bar{\mu}$ is in the range of ± 0.01 in all cases, when the population mean is zero and its standard deviation is unity. This is also the case of $\bar{\mu}$ by staircase method.
- (4) The mean $\bar{\sigma}$ of the sample standard deviation σ approaches the population value of unity from the larger side ($\bar{\sigma} > 1$) with an increase in sample size n in the case of Probit method, but $\bar{\sigma}$ approaches to unity from the lower side ($\bar{\sigma} < 1$) with an increase in n in the case of staircase method.

Key words : Distribution characteristics, Endurance limit, Monte carlo simulation, Mean, Standard deviation, Probit, Staircase

1 緒 言

機械、構造物の安全設計や信頼性解析には、各部材の疲労強度、特に疲労限度の分布特性に関する定量的知見を必要とする。そのため、筆者らは先に材料学会編の疲労強度データベースを解析して、炭素鋼、合金鋼¹⁾について疲労限度の分布特性に関する考察を行なった。その際に解析の対象としたのは疲労限度付近の複数の応力レベルで多数の試験片を用いて実験が行なわれ、破断、未破断のデータが得られている PN データと、ステアケース法による実験で得られた ST データの二種類である。ところで解析結果を見ると、炭素鋼、合金鋼について疲労限度の中央値の分布は PN データと ST データではほとんど差がないのに比べて、疲労限度の標準偏差の分布特性には両データで明確な差が現われ、その原因については不明のままである。

ここで PN データは上述のように各応力レベルで所定の試験片数を用いて実験を行なっていることから、

プロビット法³⁾⁴⁾と同種の試験法と解することができ、以下では PN データに関する解析法をプロビット法と呼ぶことにする。一方、ステアケース法はプロビット法⁵⁾に比べて簡便であるが、平均値と標準偏差の算出はいずれも近似式によっており、吉本らの研究によると試験片数が少なくても平均値はかなり高い精度で求まるが、標準偏差に対する精度はあまり期待できないことが示されている。しかし、いずれの方法に対しても、得られた平均値と標準偏差の精度に対する試験片数や応力階差、応力段階等の影響についてはほとんど明らかにされていない。

本研究は以上の点を明らかにするために、疲労限度の分布に正規分布を仮定し、一つの母集団に属する標本を計算機によって多数発生させ、プロビット法とステアケース法についてモンテカルロシミュレーション実験を行ない、それぞれの方法による標本平均と標本標準偏差の分布を求めて、それらに及ぼす上記因子の

† 原稿受理 平成元年 8 月 5 日 Received Aug. 5, 1989

* 正 会 員 沼津工業高等専門学校 沼津市大岡, Numazu College of Technology, Ooka, Numazu

** 正 会 員 立命館大学理工学部 京都市北区等持院北町, Faculty of Science and Engineering, Ritsumeikan University, Tojiin-kita-machi, Kita-ku, Kyoto

影響を系統的に調べたもので、いくつかの興味ある結果が得られた。

2 シミュレーションモデルと解析法

疲労限度の分布を正規分布と仮定することは、打ち切り繰返し数（一般に 10^7 回）における時間強度の分布が正規分布に従うと仮定することと同義である。そこで、この時間強度が平均値 μ_0 、標準偏差 σ_0 の正規母集団をなすと考え、この母集団から一つの標本を取り出したとき、その時間強度を y とする。この y を正規分布の分布関数によって Fig. 1 のように x に変換すると x は $0 < x < 1$ の値をとる。そして、 y が正規分布に従って $-\infty < y < \infty$ に分布するとき、変換値 x は $0 < x < 1$ の間で一様に分布する。それゆえ、強度レベル i を定めて、Fig. 1 によりその変換値を P_i とすると、 P_i は時間強度 y が i 以下である確率を意味する。そこで、一様乱数 $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ij}, \dots$ を発生させ、

$$\left. \begin{array}{ll} x_{ij} \leq P_i & \text{のとき} \quad X_{ij} = 0 \\ x_{ij} > P_i & \text{のとき} \quad X_{ij} = 1 \end{array} \right\} \quad (1)$$

によって、数列 $\{x_{ij}\}$ を $\{X_{ij}\}$ に変換すると $\{X_{ij}\}$ は 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, ... のようになり、この数列 $\{X_{ij}\}$ において 0 が現われる割合は P_i に等しく、1 が現われる割合は $1 - P_i$ に等しい。ここで、 P_i は疲労試験に対応して強度レベル i における破壊確率を表し、 $1 - P_i$ は非破壊確率を表すことになる。

以上のことからプロビット法とステアケース法に対するシミュレーションは次のように行なうことができる。

2.1 プロビット法

応力階差（レベル間隔） d で段数 L の応力レベルを設定し、各応力レベル i に対応する確率 P_i を求めておく。標本寸法 n の一様乱数 $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}$ を発生させ、 i を指定して式 (1) により $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in}$ に変換したとき $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in}$ 中の 0 の数を k とすると、 k/n が応力レベル i における破壊確率 P_i の推定値を与える。ここに 0 は疲労試験で破壊した試験片に相当し、1 は破壊しない試験片に相当する。すなわち、発生する乱数は $0 < x_{in} < 1$ の一様乱数であ

Fig. 1. Transformation of random variables.

Fig. 2. Estimation of μ and σ by Probit method. ($d=0.4$, $L=7$, $n=30$)

るため、応力レベル i の上昇につれて P_i は大きくなり、 i における破壊確率 k/n は n の増大につれて P_i に近づくことになる。

このことを段数 L の各応力レベル i について行い、 i を正規確率紙の横軸にし、縦軸に k/n をとって直線回帰を行なうと母集団の平均値 μ_0 と標準偏差 σ_0 に対する一組の推定値が得られる。これがプロビット法に対する一組のシミュレーションである。

ここではモデル実験であることから母集団の平均値 $\mu_0=0$ 、標準偏差 $\sigma_0=1$ とした。Fig. 2 は上のシミュレーションによる結果の一例を示したもので、図中に示す μ と σ が μ_0 と σ_0 に対する推定値である。我々の目的はこの推定値 μ, σ の分布を知ることであり、そのためにモンテカルロ法によって上のシミュレーションを多数組行い、 μ, σ の分布を求めた。実際に設定した標本寸法 n と階差 d 、段数 L 、組数 s を Table I に示す。シミュレーションはこれらの n, d, L, s の全ての組合せに対して行なうことを原則としたが、階差 d が大きくなると段数 L が制限されるため、 d および L の大きい部分は一部省いてある。このようにして得られた推定値の分布に対する各因子の影響を検討した。

応力レベルは中央レベルを $\mu_0=0$ に一致させ、その両側に対称に設定した。また、前報²⁾によると、炭素鋼、合金鋼を通じて標準偏差の分布の中央値は約 10 MPa であることから、Table I の階差 $d=1.0 (= \sigma_0)$ は約 10 MPa に対応すると考えられる。なお、階差 d と段数 L が大きい場合は応力レベルの上限近傍で $k/n=1$ 、下限近傍で $k/n=0$ が生ずることがあり、このような点は Fig. 2 の確率紙上に図示できない。このような場

Table I. Monte Carlo simulation program for Probit method.

Sample size n	Level interval d	Number of level L	Number of sets s
10	0.4	5	100
20	0.6	7	500
30	0.8	9	1000
40	1.0	11	
50			

合は $k/n=1$ または 0 になる応力レベルを無視し, $0 < k/n < 1$ なる k/n と, それを与える応力レベルのみによって直線回帰を行ない, 推定値 μ , σ を求めた. 必要な一様乱数は有効数字 9 桁とし, パーソナルコンピュータ PC-9801Vm に内蔵されている RND (I) を用いて発生させた.

2・2 ステアケース法

ステアケース法に対するシミュレーションは次のようにして行なうことができる. まず階差 d をもつ応力レベルを設定し, レベル i に対する P_i を求めておく, 出発時のレベルを i_0 として, 一つの乱数 x_{i_0} をとり, 式 (1) によって X_{i_0} が 0 か 1 かを判定し, 0 の場合は破壊 (×) としてレベルを i_0-1 に下げ, 1 の場合は破壊しない (○) としてレベルを i_0+1 に上げ, 次の乱数 x_{i_0-1} または x_{i_0+1} をとって式 (1) により判定

する. このことを繰返し行なってステアケース法による × と ○ の時系列ができる. こうして得られた時系列から通常の計算式 (2) によって平均値と標準偏差の推定値 μ , σ を求める.

$$\left. \begin{aligned} \mu &= S_0 + d \left(\frac{A}{N} - \frac{1}{2} \right) \\ \sigma &= 1.620d \left(\frac{NB - A^2}{N^2} + 0.029 \right) \\ A &= \sum_{i=0}^k iN_i, \quad B = \sum_{i=0}^k i^2 N_i, \quad N = \sum_{i=0}^k N_i \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

実際に推定した標本寸法 n と階差 d およびモンテカルロ法による組数 s を Table II に示す. なお, 母集団の平均値と標準偏差は上と同様 $\mu_0=0$, $\sigma_0=1$ とした. Table II で標本寸法 n は上の時系列を打ち切るまでの × 印と ○ 印の総数であり, またレベルの設定に当たっては平均値 $\mu_0=0$ が一つのレベルになるようにした. このステアケース法においても, Table II に示す n , d , s のすべての組合せについてモンテカルロシミュレーションを行い, 推定値に及ぼす標本寸法や階差の影響等について検討を加えた.

3 推定値の分布特性

3・1 プロビット法により推定した平均値 μ と標準偏差 σ の分布

プロビット法により推定した平均値 μ の分布特性

Fig. 3. Distribution of the estimated mean μ by Probit method. ($L=5$, $s=1000$)

Fig. 4. Distribution of the estimated standard deviation σ by Probit method. ($L=5$, $s=1000$)

として, 段数 $L=5$ とし, 階差 d を 0.4 から 1.0 にかえ, 組数 s を 1000 とした場合を正規確率紙に図示して Fig. 3 に示す. 図中のパラメータは標本寸法 n である. 縦軸は $\{(j-0.5)/s\} \times 100\%$ [j : 順位, s : 組数] により求めた累積確率で, 横軸は平均値の推定値 μ である. 階差 d をかえた (a)~(d) 図において, 標本寸法 $n=10$ の場合を除くと, μ の分布はほぼ正規分布をなすことがわかる. いずれの場合にも推定値 μ の平均値 $\bar{\mu}$ は母集団の値 μ_0 によく一致するが, μ の標準偏差 $(S.D.)_{\mu}$ は標本寸法 n に大きく依存する. しかし, 階差 d の影響はそれほど大きくない. なお, この点については後にも考察を加える.

同様に標準偏差 σ の分布特性として段数 $L=5$ とし階

差 d を 0.4 から 1.0 にかえ、対数正規確率紙上に示したのが Fig. 4 である。図中のパラメータ n および縦軸は Fig. 3 と同様であり、横軸は標準偏差の推定値 σ である。図より標本寸法 $n=10$ の場合を除くと、 σ の分布はほぼ対数正規分布をなすことがわかる。 σ の平均値 $\bar{\sigma}$ は $d=0.4$ では各 n の場合とも母集団の値 σ_0 にほぼ一致する。また、 σ の標準偏差 $(S.D.)_{\sigma}$ は標本寸法 n に依存することがわかる。階差 d の影響は $d \geq 0.6$ ではほとんど差がないが、 $d=0.4$ では各 n に対する標準偏差は幾分か大きくなる。ことがわかる。

3.2 ステアケース法により推定した平均値 μ と標準偏差 σ の分布

ステアケース法により推定した平均値 μ の分布特性として組数 $s=1000$ として、階差 d を 0.4~1.5 にかえた場合を正規確率紙上に示したのが Fig. 5 である。図中のパラメータはプロビット法と同様標本寸法 n であるが、ステアケース法の場合、実際の計算には破壊した総数と破壊しない総数とを比較して小さい方を用いるため有効な標本寸法は約半数となる。このことを考慮して最大標本寸法はプロビット法では $n=50$ 、ステアケース法では $n=100$ とした。

図より各階差の場合とも標本寸法 $n=10$ では同じ値が重複して現れる部分がかかなり存在するが、いずれの場合も μ の分布はほぼ正規分布をなし、推定値 μ

の平均値 $\bar{\mu}$ は母集団の μ_0 によく一致することがわかる。しかし、 μ の標準偏差は標本寸法 n に大きく依存する。また、階差 d が大きい場合、標本寸法 n が大きくなっても同じ値が重複して現れる傾向が著しい。また、プロビット法に比べてステアケース法による μ の標準偏差 $(S.D.)_{\mu}$ はかなり大きいことがわかる。

つぎに、ステアケース法により推定した標準偏差の分布特性を、組数 $s=1000$ とし階差 d をかえた場合について対数正規確率紙上に図示したのが Fig. 6 である。図より、標本寸法 n が小さいほどかつ階差 d が大きいほど同じ値が重複して現れる傾向が著しい。また、各階差において標本寸法 n が小さいほど分布の平均値は母集団の値 σ_0 より小さくなり、プロビット法の場合と逆の傾向を示すことが注目される。さらに、図 (a) $d=0.4$ および (b) $d=0.5$ においては $n \geq 30$ でほぼ対数正規分布に従うが、階差が大きくなるにつれて分布に段差が生じることがわかる。

4 両法による推定値 μ , σ の分布の特性値に及ぼす組数 s , 階差 d および段数 L の影響

4.1 組数 s の影響

前節の Fig. 3~6 にプロビット法とステアケース法により推定した標本平均 μ と標本標準偏差 σ の分布を示したが、これらはすべて組数 $s=1000$ の場合で

ある。両法による推定値 μ , σ の分布の理論分布からの誤差は組数 s を大きくするほど小さくなるはずであるが、 s を増大させるほど計算の手間は増加する。本研究では Table I, II に示したように s を 100, 500, 1000 に変えた場合についてそれぞれの分布を求めたので、それぞれの場合に生ずる誤差を評価することができる。

詳細は紙面の都合で省略するが、Fig. 7 はプロビット法により求めた標本平均 μ の平均値 $\bar{\mu}$ に及ぼす組数 s の影響を階差 $d=0.4$ と 1.0 の場合について示したもので、縦軸に平均値 $\bar{\mu}$ 、横軸に標本寸法 n をとり、組数 s をパラメータとし

Fig. 5. Distribution of the estimated mean μ by staircase method. ($s=1000$)

Fig. 6. Distribution of the estimated standard deviation σ by staircase method. ($s=1000$)

Fig. 7. Influence of the number of sets s on the mean $\bar{\mu}$ of the distribution of μ by Probit method. ($L=5$)

たもので、段数 $L=5$ の場合である。 $\bar{\mu}$ の値は、Fig. 3 のように得られた μ の分布を直線回帰して求めたが、 $n=10$ の場合のように分布の両端が正規分布から逸脱する場合には累積確率 10~90% の範囲で直線回帰を行うこととし、得られた値は図中に () で示してある。Fig. 7 からわかるように階差 d が大きい場合は組数 $s=100$ の場合の $\bar{\mu}$ の変動は大きく、特に標本寸法 n が小さい場合に著しい。組数 s を 500, 1000 と増すにつれて $\bar{\mu}$ の変動は小さくなり、 $s=1000$ では母集団の平均値 $\mu_0=0$ の ± 0.01 の範囲に入っている。

階差 d の小さい Fig. 7(a) では $s=500$ と 1000 で $\bar{\mu}$ の値はほとんど一致し、同様に ± 0.01 の範囲内にある。図は省略したが、中間の階差 $d=0.6$ と 0.8 における $\bar{\mu}$ の変動は Fig. 7(a), (b) における $\bar{\mu}$ の変動の中間にある。以上のことから組数 $s=1000$ の場合の Fig. 3 の μ の分布はほぼ理論分布に近いと考えられる。このことは他の場合についても言えるので、以下においては $s=1000$ の場合の Fig. 3~6 を用いて標本寸法 n 、階差 d および段数 L の影響を調べることとする。

4.2 プロビット法により求めた平均値 $\bar{\mu}$ とその標準偏差 $(S.D.)_{\mu}$ に及ぼす階差 d および段数 L の影響

Fig. 8 はプロビット法により求めた標本平均 μ の平均値 $\bar{\mu}$ に及ぼす階差 d および段数 L の影響を示したもので、縦軸に平均値 $\bar{\mu}$ 、横軸に標本寸法 n をとったものである。Fig. 8(a) は階差 d をパラメータとしたものであり、段数 $L=5$ の場合である。Fig. 8(a) より階差 d の影響は $d=0.4$ で若干変動がみられるが、いずれの場合も母集団の平均値 $\mu_0=0$ の ± 0.01 の範囲に入っている。Fig. 8(b) は段数 L をパラメータとしたもので、階差 $d=0.4$ の場合である。Fig. 8(b) をみると、 $L=5$ の場合の変動が幾分大きい、いずれも ± 0.01 の範囲にあり、特に $L=11$ では標本寸法 n

Fig. 8. Influence of level intervals d and number of levels L on the mean $\bar{\mu}$ of the distribution of μ by Probit method.

Fig. 9. Influence of level intervals d and number of levels L on the standard deviation $(S.D.)_{\mu}$ of the distribution of μ by Probit method.

に関係なく母集団の平均値 $\mu_0=0$ にきわめて近い値をとることがわかる。

Fig. 9 はプロビット法により求めた標本平均 μ の標準偏差 $(S.D.)_{\mu}$ に及ぼす階差 d および段数 L の影響を示したもので、縦軸に標準偏差 $(S.D.)_{\mu}$ 、横軸に標本寸法 n をとったものである。Fig. 9(a) は段数 $L=5$ の場合の階差 d をパラメータとしたものであり、Fig. 9(b) は階差 $d=0.4$ の場合の段数 L をパラメータとしたものである。Fig. 9(a) よりいずれの階差においても $(S.D.)_{\mu}$ は標本寸法 n の増加につれてなめらかに減少し、階差 d が小さくなるにつれて $(S.D.)_{\mu}$ は小さくなる。また、 n が小さいほど d の影響が大きくなる。一方、Fig. 9(b) より段数 L の影響は、 L が大きくなるほど $(S.D.)_{\mu}$ は小さくなる。しかし、 $L \geq 7$ ではその差は小さい。

4.3 プロビット法により求めた平均値 $\bar{\sigma}$ とその標準偏差 $(S.D.)_{\sigma}$ に及ぼす階差 d および段数 L の影響

Fig. 10 はプロビット法により求めた標本標準偏差 σ の平均値 $\bar{\sigma}$ に及ぼす階差 d および段数 L の影響を示したもので、縦軸に平均値 $\bar{\sigma}$ 、横軸に標本寸法 n をとったものである。 $\bar{\sigma}$ の値は Fig. 4 のように得られた σ の分布を直線回帰して式 (3) により求めた。なお、

Fig. 10. Influence of level intervals d and number of levels L on the mean $\bar{\sigma}$ of the distribution of σ by Probit method.

対数正規分布の平均値 μ および標準偏差 σ は、回帰直線から読み取った平均値 $\hat{\mu}$ および標準偏差 $\hat{\sigma}$ をもとに次式により求めた。

$$\left. \begin{aligned} \mu &= \exp\left(\hat{\mu} + \frac{\hat{\sigma}^2}{2}\right) \\ \sigma &= [\exp(2\hat{\mu} + \hat{\sigma}^2) \exp(\hat{\sigma}^2) - 1]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ただし、 $n=10$ の場合のように分布の両端が対数正規分布から逸脱する場合には、累積確率 5~95% の範囲で直線回帰を行うこととし得られた値は図中に () で示してある。Fig. 10 (a) は階差 d の影響を段数 $L=5$ の場合について示したもので、 $\bar{\sigma}$ の値の階差 d による差は明りょうに認められるが、その傾向は必ずしも一様ではない。しかし、階差が小さいほど $\bar{\sigma}$ は小さくなり、 $n \geq 30$ で母集団の標準偏差 $\sigma_0=1.0$ に近い値となる。 $d=1.0$ の場合は $n=50$ においても $\bar{\sigma}$ は 1.0 より大きい。Fig. 10 (b) は段数 L の影響を階差 $d=0.4$ の場合について示したもので、図より $L=11$ の場合 $\bar{\sigma}$ は幾分大きくなるが、 $L \leq 9$ ではほとんど差は認められず、 $n \geq 30$ で母集団の $\sigma_0=1.0$ に近い値をとる。

Fig. 11. Influence of level intervals d and number of levels L on the standard deviation $(S.D.)_{\sigma}$ of the distribution of σ by Probit method.

Fig. 11 は 4・4 節と同様の手法により求めたプロビット法による標本標準偏差 σ の標準偏差 $(S.D.)_{\sigma}$ に及ぼす階差 d および段数 L の影響を示したものである。Fig. 11 (a) は階差 d の影響を段数 $L=5$ の場合について示したものである。図より階差 $d=0.4$ では $(S.D.)_{\sigma}$ は大きい $d \geq 0.6$ では $n \geq 40$ で大差ない。Fig. 11 (b) は段数 L の影響を階差 $d=0.4$ の場合について示したもので、図より段数 L が大きくなるにつれて $(S.D.)_{\sigma}$ は小さくなるが、 $L=9$ と 11 の差は小さい。

4・4 ステアケース法により求めた平均値 $\bar{\mu}$ および標準偏差 $(S.D.)_{\mu}$ に及ぼす階差 d の影響

2・2 節に述べた手法によりステアケース法により求めた標本平均 μ の平均値 $\bar{\mu}$ に及ぼす階差 d の影響を Fig. 12 に示す。縦軸に平均値 $\bar{\mu}$ 、横軸に標本寸法 n をとり階差 d をパラメータとしたものである。 $n=10$ の場合、Fig. 5 からわかるように分布の両端が正規分布から逸脱するのでプロビット法の場合と同様累積確率 10~90% の範囲で直線回帰を行い得られた値は図中に () で示してある。図より階差 d の影響は $n \leq 20$ では変動が大きく、 $n \geq 30$ では d が小さいほど $\bar{\mu}$ の値は小さくなる。また、 $n \geq 50$ で $\bar{\mu}$ の値はほぼ一定となり、 $d \geq 0.7$ で母集団の平均値 $\mu_0=0$ に近い値をとる。

Fig. 13 はステアケース法により求めた標本平均 μ の標準偏差 $(S.D.)_{\mu}$ に及ぼす階差 d の影響を示したものである。図より階差 d の影響はほとんどなく、標本寸法 n の依存性が大きく、 n が大きくなるにつれてなめらかに減少する。

4・5 ステアケース法により求めた平均値 $\bar{\sigma}$ およ

Fig. 12. Influence of level intervals d on the mean $\bar{\mu}$ of the distribution of μ by staircase method.

Fig. 13. Influence of level intervals d on the standard deviation $(S.D.)_{\mu}$ of the distribution of μ by staircase method.

Fig. 14. Influence of level intervals d on the mean $\bar{\sigma}$ of the distribution of σ by staircase method.

Fig. 15. Influence of level intervals d on the standard deviation $(S.D.)_{\sigma}$ of σ by staircase method.

標準偏差 $(S.D.)_{\sigma}$ に及ぼす階差 d の影響

ステアケース法により求めた標本標準偏差 σ の平均値 $\bar{\sigma}$ に及ぼす階差 d の影響を Fig. 14 に示す. 図より標本寸法 n の小さい部分で階差の影響がみられるが, $n \geq 30$ ではほとんど階差の影響はなく, $n \geq 50$ では母集団の値 $\sigma_0 = 1.0$ に近づく. ここで, Fig. 10 のプロビット法の場合の $\bar{\sigma}$ は n の増加につれて漸減しながら 1.0 に近づくのに対し, ステアケース法では漸増しながら 1.0 に近づくという対称的な特徴がある.

つぎに, ステアケース法により求めた標本標準偏差 σ の標準偏差 $(S.D.)_{\sigma}$ に及ぼす階差 d の影響を Fig. 15 に示す. 図より $(S.D.)_{\sigma}$ は, 階差 d のみならず標本寸法 n の影響が大きいことがわかる. 階差 d が大きくなるにつれて $(S.D.)_{\sigma}$ の値はわずかながら減少する. また, Fig. 11 のプロビット法の場合と比較してステアケース法の標準偏差 $(S.D.)_{\sigma}$ の方がかなり大きいことが観察される.

5 結 言

パーソナルコンピュータ PC-9801Vm の乱数を用いた疲労試験のシミュレーション実験によりプロビット法およびステアケース法による耐久限度の平均値および標準偏差の分布特性に及ぼす標本寸法 n , 階差 d , 段数 L および組数 s の影響について検討した. 得られた主な結論は次の通りである.

(1) 両法による推定値 μ , σ の特性値に及ぼす組数 s の影響は, 組数 s を 500, 1000 と増すにつれて $\bar{\mu}$ の変動の幅は小さくなり, $s = 1000$ では母集団の平均値 μ_0 の ± 0.01 の範囲に入る. このことから $s = 1000$ の場合の μ の分布はほぼ理論分布に近いと考えられる.

(2) プロビット法により求めた標本平均 μ の分布

特性は, 段数 $L = 5$, 組数 $s = 1000$ とし, 階差 d を 0.4 ~ 1.0 に変えた場合, 標本寸法 $n = 10$ を除いてほぼ正規分布をなす. また, 各 n に対する平均値 $\bar{\mu}$ は母集団の平均値 $\mu_0 = 0$ によく一致し, μ の標準偏差 $(S.D.)_{\mu}$ は, n への依存性が大きく階差 d の影響は大きくない.

また, 標準偏差 σ の分布は $n = 10$ を除いてほぼ対数正規分布をなす. σ の平均値 $\bar{\sigma}$ は $d = 0.4$ ではいずれも母集団の値 $\sigma_0 = 1$ に一致するが, σ の標準偏差 $(S.D.)_{\sigma}$ は n に依存し, $d \geq 0.6$ ではほとんど差がない.

(3) ステアケース法により求めた平均値 μ の分布特性は, 組数 $s = 1000$ として, 階差 d を 0.4 ~ 1.5 に変えた場合, いずれの標本寸法 n においてもほぼ正規分布をなし, μ の平均値 $\bar{\mu}$ は母集団の $\mu_0 = 0$ によく一致する. μ の標準偏差 $(S.D.)_{\mu}$ は n に大きく依存し, d が大きいほど精度はよくない. プロビット法に比べてステアケース法による μ の標準偏差 $(S.D.)_{\mu}$ はかなり大きい.

また, 標準偏差 σ の分布は, n が小さいほどかつ d が大きいほど同じ値が重複して現れる. 各階差 d において n が小さいほど分布の平均値 $\bar{\sigma}$ は母集団の値より小さく, プロビット法の場合と逆の傾向を示す.

(4) プロビット法により求めた μ の平均値 $\bar{\mu}$ に及ぼす階差 d および段数 L の影響は小さく, いずれの場合も ± 0.01 の範囲に入る. 標準偏差 $(S.D.)_{\mu}$ はいずれの d においても n の増加につれてなめらかに減少する.

また, σ の平均値 $\bar{\sigma}$ は d の影響が明りょうに認められ, n の増加につれて漸減しながら 1 に近づく. σ の標準偏差 $(S.D.)_{\sigma}$ は $d \geq 0.6$, $n \geq 40$ で大きな差はなく, L が大きくなるにつれて小さくなる.

(5) ステアケース法により求めた μ の平均値 $\bar{\mu}$ は $n \geq 50$ でほぼ一定となり, $d \geq 0.7$ で母集団の値に近づく. 標準偏差 $(S.D.)_{\mu}$ は d の影響がほとんどなく, n が大きくなると指数的に減少する.

(昭和63年12月15日 第8回設計における信頼性工学シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) “金属材料疲労強度データ集”, (1982) 日本材料学会
- 2) 田中道七, 岩谷隆史, 酒井達雄, 材料, **36**, 348 (1987).
- 3) “金属材料強度設計便覧” (1977) 養賢堂
- 4) R. A. Fisher and F. Yates, Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research, 4.ed. Oliver and Boyd, London, (1953).
- 5) W. J. Dixon and A. M. Mood, J. Amer. Stat. Association, **43**, 109 (1948).
- 6) 吉本 勇, 日本機械学会論文集, **26**, 918 (1960).
- 7) 下河利行, NAL TR 951 (1987).
- 8) “信頼性における確率紙のつかい方”, p. 51 (1983) 日科技連出版社