5 プライ集成材の曲げ強度予測確率モデル[†]

林 知 行*

Probabilistic Model for Bending Strength of 5 Ply Glulam

by

Tomoyuki HAYASHI*

A probabilistic model was developed for predicting the bending strength of 5 ply glulam (beam depth: 10~12 cm) by using the distribution of the modulus of elasticity (MOE) of laminae.

A random number generation method assuming that the relationship between the MOE and the modulus of rupture (MOR) of a lamina was represented by a weighted regression line and a standard error was proportional to the square root of the MOE was used in the model. In order to validate the model, a distribution of bending strength of twenty eight kinds of 5 ply glulam (four species, seven arrangements of laminae) was predicted, and the results were compared with the actual test data.

Kolmogorov-Smirnov (K-S) tests were conducted to ascertain the compatibility between the predicted and the actual bending strength of the glulam. In twenty three predictions out of the twenty eight, a null hypothesis "The actual test data could be the samples from the predicted distribution" were rejected over the 20 percent critical value.

Key words: Probabilistic model, Bending strength, Laminae, Glulam

1 緒 言

近年、欧米各国では本質構造の設計法を許容応力設計法から信頼性設計法へ移行させようとする動きが見られる¹⁾。これに伴い、材料強度の統計分布（特に下限に近い部分）に関する情報²⁾が重要視されるようになってきた。特に重木構造の材料である集成材については、高い信頼性を要求されるため、より厳密な強度分布の情報が必要とされている。

集成材の強度特性の統計分布を求める最も単純な方法は、多量の実大実験を行なうことである。しかしながら、多品種な製品について多量の実大実験を実施するのは現実には不可能に近い。そこで実大実験を行わずにラミナの非破壊データ（例えば、曲げヤング係数）から、その曲げ強度や引張強度を推定し、さらに集成材製品全体の曲げ強度分布を予測しうような確率モデル³⁾が必要になってきた。

本研究では、構造用集成材の強度分布を予測し、信頼性を向上させるための技術開発の第一段階として、我が国で最も広く生産されている構造用5プライ集成材（梁せい10~12 cm）の強度分布予測確率モデルを開発することを目的とした。ただしモデルを現実の製造工程に応用させることを考慮し、シミュレーションによる予測に必要なラミナの非破壊データは曲げヤン

グ係数(MOE)のみ、また破壊データは曲げ破壊強度(MOR)のみとした。

シミュレーションに用いたラミナおよび5プライ集成材の実大実験データは、前報⁴⁾と同様、藤井が既に木材工業誌に発表した一連の試験結果から、4樹種（福島産アカマツ、ソ連カラマツ、ベイツガ、茨城産スギ）の結果を引用したものである。

なお、本研究で対象とした集成材はすべて水平積層集成材であるが、積層数が少なく梁せいも低いので、いわゆる大断面構造用集成材で問題となるラミナの引張強度と曲げ強度の関係や寸法効果については、考慮しない。

2 確率モデル（シミュレーションモデル）

の作成

本研究で用いた確率モデルの基本的なプログラムの流れを簡単に説明すると、以下のようになる。

(1) 仮想ラミナの作成、まず実大ラミナのMOEの確率分布に従った乱数を発生させ、これを仮想ラミナのMOEとする。つぎにMOR（曲げ破壊係数）とMOEの相関関係を利用して仮想ラミナのMOR⁴⁾を発生させる。

(2) 仮想集成材の作成、上の過程を5回繰返して仮想の5プライ集成材を作成し、そのMORを仮定した

[†] 本報を「確率モデルによる集成加工材料の性能予測（第3報）」（5プライ集成材の曲げ強度予測確率モデル、Ⅲ）とする。

原稿受理 平成元年11月27日 Received Nov. 27, 1989

* 農林水産省森林総合研究所 茨城県稲敷郡基崎町松ノ里, Forestry and Forest Products Research Institute, Matsunosato, Kuzikaki-machi, Inashiki-gun, Ibaraki

破壊条件から求める。

(3) 仮想集成材の強度分布予測, 上の過程を 5000 回繰返し, 作成された 5000 体の仮想集成材の強度分布を求める。

ただし, シミュレーションを行う前の準備段階として, モデルに入力する定数, 例えば MOE の分布にあてはめた確率密度関数のパラメータなどをあらかじめ計算しておく必要がある。この準備段階を含めて, モデルの詳細について以下に説明する。

2.1 実大ラミナのデータ (原データと呼称) の統計解析

2.1.1 3パラメータワイブル分布関数の当てはめ まず, ラミナの実大破壊試験により得られた MOE と MOR のデータに 3パラメータワイブル分布関数を当てはめ, それぞれの形状, 尺度および位置パラメータを求める。なお, この分布関数を用いたのは, 前報⁴⁾でラミナの MOE および MOR データに対する適合性が他の分布関数 (正規分布と対数正規分布) よりも高かったためである。

2.1.2 回帰分析 原データの MOE と MOR のペアについて回帰分析を行い, 乱数発生に必要な基礎定数である重み付き回帰直線 ($Y=AX+B$) の傾き (A) と Y 切片 (B), および MOR の残差標準偏差 (S_e) を以下の計算式により求める。

$$\begin{aligned} w_i &= 1/x_i \\ \bar{X} &= \sum w_i x_i / \sum w_i, \quad \bar{Y} = \sum w_i y_i / \sum w_i, \\ S_{xx} &= \sum w_i (x_i - \bar{X})^2, \quad S_{yy} = \sum w_i (y_i - \bar{Y})^2, \\ S_{xy} &= \sum w_i (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y}), \\ A &= S_{xy} / S_{xx}, \quad B = \bar{Y} - A\bar{X} \\ S_e^2 &= \sum (y_i - B - Ax_i) / (N-2) \end{aligned}$$

ここで, w_i : 重み, S_{xx} : x の平方和, S_{yy} : Y の平方和, S_{xy} : X と Y の積和, x_i : i 番目の MOE データ, y_i : i 番目の MOR データ, $\bar{Y}$: MOR の平均, $\bar{X}$: MOE の平均, A : 直線の傾き, B : Y 切片, S_e : 残差標準偏差, N : データ数⁴⁾

2.2 仮想ラミナの作成

2.2.1 仮想ラミナの MOE の発生 (Fig. 1 の I) BASIC 言語の RND 関数を利用して範囲 (0~1) の一様乱数 r を発生させ, この r を次に説明する r' に変換したのち, 累積分布関数 $F(x)$ の逆関数 $F^{-1}(x)$ に代入して仮想の MOE (E_n) を発生させる。

$$E_n = \theta \times \{-\ln(1-r)\}^{1/m} + \gamma$$

ここで, m : 形状パラメータ, θ : 尺度パラメータ, γ : 位置パラメータ

ラミナは MOE によって等級区分されて用いられるので, 発生される仮想の MOE もその等級の上限と下限の間に存在しなければならない。したがって発生す

Fig. 1. Schematics of random number generation.

べき一様乱数の範囲は (0~1) から, 下限の $F(x)$ 値 (min) と上限の $F(x)$ 値 (max) の間に変換しておく必要がある。発生範囲が (0~1) の一様乱数 r は, 次式により発生範囲が (min~max) の一様乱数 r' へ変換される。

$$r' = \min + (\max - \min) \times r$$

ここで, r' : 下限 (min) から上限 (max) までの一様乱数

r : 下限 0 から上限 1 までの一様乱数

2.2.2 仮想ラミナの MOR の発生 まず, 2.2.1 項で発生した MOE (E_n) を回帰直線式に代入し, 直線上の MOR' (R_n') を求める (Fig. 1 の II)。

$$R_n' = A \times E_n + B$$

つぎに、もう一度 RND 関数を用いて、範囲 (0 ~ 1) の一様乱数を 2 個発生させ、平均値を 0、標準偏差を S_e とする正規乱数 D_e を求める。

$$D_e = U \times \sin(V) \times S_e$$

ここで、 $U: \sqrt{-2 \times \ln r_1}$, $V: 2 \times \pi \times r_2$

r_1, r_2 : 範囲 (0 ~ 1) の一様乱数、ただし両者は統計的に独立

この D_e を次式に代入し、仮想ラミナの MOR (R_n) を求める (Fig. 1 のⅢ)。

$$R_n = R_n' + D_e \times \sqrt{E_n}$$

なお、この乱数発生法ではマイナスの MOR が発生する可能性があるので MOR の下限値は位置パラメータの値に設定する。

2・3 仮想の 5 プライ集成材の作成

前節 2・2 節を 5 回繰り返し、発生した MOR と MOE の乱数をペアにしてコンピュータ内のメモリーに入れ、仮想の 5 プライ集成材を作成する。この仮想の集成材について次のような計算を行う。

2・3・1 集成材の MOE の算出 曲げ強度の予測には直接関係しないが、次式により集成材の MOE (E_a) を計算する。

$$E_a = \frac{\sum E_i I_i}{I}$$

E_i : i 番目のラミナの MOE

I_i : i 番目のラミナの中立軸に関する断面 2 次モーメント

I : 中立軸に関する断面 2 次モーメント

2・3・2 集成材の破壊強度の推定 本モデルでは、集成材の破壊は引張側 2 層のラミナの曲げ応力度がそのラミナの MOR に達した時に生じると仮定する。集成材の曲げ破壊強度を求めるには、まず等価断面法を用いて引張側 2 層のラミナの外縁部の応力をそれぞれ求める。つぎに、それぞれの層の MOR/応力の値を求めて比較し、どちらの層で破壊が生じるかを調べる (MOR/応力の値が小さい方のラミナが破壊)。最後に、そのラミナの外縁部応力がラミナの MOR に等しいときのモーメントを求めて断面係数で除し、集成材の曲げ破壊強度とする。

2・4 シミュレートデータの統計処理

コンピュータ内部で 2・3 節の計算を 5000 回繰返して 5000 個の仮想 5 プライ集成材を作成し、そのデータを統計処理して、曲げ強度の平均値、標準偏差等を求めるとともに、ヒストグラムを作成する。

3 実大試験結果とシミュレーション結果の比較

本モデルの Validation⁸⁾のために、藤井の実大試験結果を引用してシミュレーションを行い、両者の結果を比較した。

Table I. Grade limit of laminae.

Species	Grade (kg · f/cm ²)			
	1	2	3	4
S. Larch ¹⁾	160	145	115	90
Akamatsu ²⁾	110	90	70	70*
W. Hemlock ³⁾	130	120	105	90
Sugi ⁴⁾	100	85	70	70*

* : Laminae are less than 70 kg · f/cm².

1) *Larix sibirica* Ledeb.

2) Japanese red pine, *Pinus densiflora* Sieb. et Zucc.

3) *Tsuga heterophylla* (Raf.) Sarg.

4) Japanese cedar, *Cryptomeria japonica* D. Don.

3・1 実大試験方法

5 プライ集成材の実大試験方法の概要は以下に示すとおりである。

まず、100 枚以上のラミナについての破壊試験を行い、ラミナの MOE と MOR の関係を求める。つぎにすべてのラミナの MOE を測定し、Table I のような制限値を設けて等級区分 (Fig. 2) を行なう。なお、この表の制限値は JAS 等の規定とは無関係である。

Fig. 2. Grade of laminae. For example, 3rd grade laminae are between 115 and 145 ton · f/cm² in this case.

Fig. 3. Types of 5ply glulam and the compositions of laminae. The first and second letter represent the grade of outer and inner laminae, respectively.

この等級区分されたラミナを用いて、Fig. 3 に示すような7種類の5プライ集成材を製造する。集成材の種類を示す最初の数字は外層の等級を、2番目の数字

は内層の等級を表している。例えば34の場合外層の2枚のラミナは3級、内層の3層のラミナは4級である。

Fig. 4. Predicted distribution of MOR for 5ply glulam. Each point represents the testing data. A two-digit number in the figure represents the sort of glulam. See Fig. 3. (a): Siberian larch. (b): Akamatsu. (c): Western hemlock. (d): Sugi.

最後にこの集成材を曲げ試験し、MOE と MOR を測定する。

3・2 シミュレーションの方法

第2章で説明したプログラムを MS-DOS 版 BASIC 言語で作成し、前々報と同様に NEC 製のパーソナルコンピュータ PC9801VM を用いてシミュレーションを行なった。

シミュレーションの対象とした樹種は4種類（福島産アカマツ、ソ連カラマツ、ベイツガ、茨城産スギ）である。3・1節で説明したようにおのおのの樹種について7種類の等級が存在するので、計28通りのシミュレーションを行なったことになる。

3・3 結果の比較

Fig. 4 の (a)~(d) にシミュレーションにより得られた MOR の強度分布と実大試験の結果を示す。図の縦軸は頻度、横軸は MOR である。図中の番号は集成材の種類を表している。横軸上の黒丸は実大試験により得られた集成材一体ごとの MOR である。

まず、これらの図における予測結果と実験結果の全体的な傾向を見てみる。(a) のソ連カラマツでは、予測の分布が実験結果よりも高めに出現傾向が11や22で見られる。(b) のアカマツでは予測の分布が実験結果よりも大きな分散を示す傾向にある。(c) のベイツガではソ連カラマツと同様に予測の分布が実験結果よりも少し低めに出現傾向が全体的に見られる。(d) のスギでは、予測の分布の分散が小さく、実験結果が分布の中心に近いところに存在しているのが観察される。

いずれの場合も、実験結果は予測の分布から大きくはずれておらず、シミュレーションの方法論そのものを否定するようなデータは見られない。しかしながら、視覚的な適合性だけでは、本モデルによるシミュレーションの妥当性を定量化できないので、モデルの精度を何らかの形で表現しておく必要がある。そこで Kolmogorov-Smirnov テスト (KS テスト) ¹¹⁾ を行い、「実大実験結果のデータは本シミュレーションモデルによって予測された分布の母集団から得られたものであると見なしてもよい。」という帰無仮説がどの程度の危険率で棄却されるかを検定した。方法は以下のとおりである。

まず、発生された MOR のデータに3パラメータワイブル分布を当てはめ、パラメータを求める。つぎにこの分布関数を用いて KS 統計値を求め、KS 検定表から帰無仮説が棄却される危険率を検定する。ただし、検定表には危険率の値が、0.5, 1.0, 2.0, 5.0, 10.0, 20.0% の時の値しか示されていないので、検定の結果はこれらの値で示す (Table II)。

Table II を見るとソ連カラマツの11, 22, 34で危険率の値が小さく、予測の精度が他に比べ低い結果と

Table II. Results of kolmogorov-Smirnov (KS) test for the test data.

Specimen	No. of data	D_n^*	$\alpha^{**}(\%)$
K 11	6	0.4840	5
12	6	0.4403	10
22	6	0.5692	2
23	5	0.3425	20
33	7	0.3227	20
34	5	0.5544	2
44	5	0.2236	20
A 11	3	0.5156	20
12	3	0.6789	5
22	3	0.3373	20
23	2	0.2834	20
33	3	0.4503	20
34	3	0.5037	20
44	3	0.3222	20
H 11	2	0.3791	20
12	2	0.3114	20
22	3	0.5053	20
23	3	0.4489	20
33	3	0.3922	20
34	3	0.4974	20
44	3	0.3866	20
S 11	2	0.3749	20
12	3	0.4879	20
22	3	0.4537	20
23	3	0.2664	20
33	3	0.4017	20
34	3	0.3238	20
44	3	0.4486	20

D_n^* : KS test statics.

α^{**} : Critical value (a null hypothesis can be rejected over this value)

K: S. Larch A: Akamatsu H: W. Hemlock

S: Sugi

なっている。これは先に述べたように予測の分布が少し高い方に偏っているためである。ソ連カラマツのシミュレーションでは実際のラミナより大きな値の MOR が高い MOE の領域で発生することが多いため、このような結果になったものと思われる。予測の精度を高めるためには乱数発生法そのものを改良して、高い MOR の発生を防ぐ手段を講じる必要がある。その他の樹種では、帰無仮説が棄却されるのはおおむね20%以上の危険率であった。試験体数が少ないことを考慮しても、本モデルによる予測の精度は高いといえよう。

以上のように本シミュレーションモデルを用いれば、5プライ集成材の強度分布を MOE の分布からかなりの精度で予測できることが明らかになった。ただ、本研究に用いた実大実験の結果では、1条件の集成材について2~3個程度、最も多いものでも7個のデータしか得られていないので、KS テスト以外の検定法も併用してモデルの精度を総合的に判定するには、同一条件の試験体数を増して実大実験を行なう必要がある。また、今後の問題点として、フィンガージョイントされたラミナから構成された集成材の強度分布予測モデルの開発があげられる。

4 ま と め

ラミナの MOE の統計分布から5プライ集成材の

MOR の分布を予測するための確率モデルを作成し、4 樹種 7 等級、計 28 種類のシミュレーションを行ない、予測結果を実大実験結果と比較した。

実験結果は予測された分布から大きくはずれておらず、シミュレーションの方法論そのものを否定するようなデータは見られなかった。また、Kolmogorov-Smirnov テスト (KS テスト) を行なって、「実大実験結果のデータは本シミュレーションモデルによって予測された分布の母集団から得られたものであると見なしてもよい。」という帰無仮説がどの程度の危険率で棄却されるかを検定したところ、28 種類中 23 種類において、20% 以上の危険率で帰無仮説が棄却された。

本研究にあたり、森林総合研究所藤井穀集成加工研究室長の実大実験データを引用させていただいた。また、シミュレーションの実行にあたっては、森林総合研究所企画調査部電子計算機室の椎林俊昭主任研究官ならびに岡山県立木材加工技術センターの金田利之研究員にご協力をいただいた。ここに深く感謝の意を表す。

(平成元年 4 月 2 日 第 39 回日本木材学会大会にて講演)

参 考 文 献

- 1) M. R. O'Halloran, J. A. Johnson, E. G. Elias and T. P. Cunningham, Forest Prod. J., **38**, 35 (1988).
- 2) D. W. Green and J. W. Evans, "Mechanical Properties of Visually Graded Lumber, 1-A Summary" (1988) U. S. Department of Commerce
- 3) S. K. Suddarth, F. E. Woeste and W. L. Galligan, Research Paper FPL 302, U. S. Department of Agriculture, 1 (1978).
- 4) 林 知行, 日本木材学会誌, **35**, 1144 (1989).
- 5) 藤井 穀, 木材工業, **35**, 8 (1980).
- 6) 藤井 穀, 木材工業, **35**, 15 (1980).
- 7) 応用統計ハンドブック編集委員会, "応用統計ハンドブック", p. 761 (1978) 養賢堂
- 8) A. M. Law and W. D. Kelton, "Simulation Modeling and Analysis", McGraw-Hill, p. 219 (1982).
- 9) 林 知行, 日本木材学会誌, **35**, 1048 (1989).
- 10) 戸内順一, "N88-日本語 BASIC コンパイラハンドブック", p. 1 (1987) ナツメ社
- 11) 塩見 弘, 三背 武, 斉藤元雄, 益田昭彦, "信頼性における確率紙の使い方", p. 150 (1983) 日科技連