直流電位差法による疲労き裂伝ば速度の 統計的実験と確率モデルの検討[†]

市川 昌 弘* 高 松 徹* 松 村 隆**
鈴木 直 之*** 西 島 敏****

Statistical Experiment on Fatigue Crack Growth Rate Using DC Electrical Potential Method and Examination of Stochastic Models (2024-T3 Al Alloy)

by

Masahiro ICHIKAWA*, Tohru TAKAMATSU*, Takashi MATSUMURA**
Naoyuki SUZUKI*** and Satoshi NISHIJIMA****

By using the fatigue crack growth test system developed in the previous study, statistical data of fatigue crack growth rate da/dN in 2024-T3 aluminum alloy were obtained. Eighteen specimens were tested. In the test system used, the crack length was measured using the DC electrical potential method and precise load control was made using a microcomputer. Thus, scatter in testing conditions and labor needed were decreased as compared with the previous test by the present authors in which the crack length was measured using a travelling microscope. From analyses of the experimental data, the coefficient of variation, $\eta_{\Delta N}$, of the number of stress cycles for crack growth from a given value of a to $a + \Delta a$ ($\Delta a = 0.1$ mm) was found to be nearly constant independent of a . This implies that m in Paris' law $da/dN = C(\Delta K)^m$ can be regarded to be deterministic in the present data. Then, the composite variability model as a stochastic model of da/dN proposed previously by the present authors was examined using the present data. In this model, C is treated as a random variable involving the inter-specimen variability and the intra-specimen variability, whereas m is treated as deterministic. From comparison of the model with the data, the inter-specimen variability was found to be considerably smaller in the present data than in the previous data. This seems to be due to the decrease of scatter in testing conditions. Furthermore, the correlation distance δ of the intra-specimen variability of C was found to be much smaller in the present data than in the previous data. The value of δ estimated from the present data was of the order of a grain size. This suggests that the intra-specimen variability of C occurs from grain to grain.

Key words : Fatigue crack growth rate, Statistical property, Aluminum alloy, DC electrical potential method, Reliability engineering

1 緒 言

疲労き裂伝ば速度 da/dN の確率特性は構造物の安全性・信頼性に深く関係しており、国内外で研究が行われている。^{1)~7)} da/dN の確率特性の表し方として、これまで主として Paris 則

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (1)$$

のパラメータ m , C を確率変数として扱うという方法が研究されている。この場合き裂伝ば経路上の各点

における Paris 則のパラメータと、試験片単位でデータをあてはめて求めた(すなわち da/dN と ΔK の両対数プロットに試験片ごとに直線をあてはめて求めた)パラメータを区別する必要がある。以下では、前者を m , C と表し、後者は m_s , C_s と表すことにする。

著者らは先に、2024-T3 アルミニウム合金の中央き裂試験片 30 個についてき裂伝ば試験を行い、 m_s と C_s の分布をしらべた。⁸⁾ その結果、 m_s と $\log C_s$ は

[†] 本報を「直流電位差法による疲労き裂伝ば速度の信頼性工学的研究(第2報)」(Reliability Engineering Approach to Fatigue Crack Growth Rate by DC Electrical Potential Method, II)とする。また、前報は材料37巻420号1010頁(1988年)に掲載済である。

原稿受理 平成2年5月30日 Received May 30, 1990

* 正 会 員 電気通信大学 調布市調布ヶ丘, University of Electro-Communications, Chofugaoka, Chofu

** 日本電気(株) 府中市日新町, NEC Corporation, Nisshin-cho, Fuchu

*** 金属材料技術研究所 東京都目黒区中目黒, National Research Institute for Metals, Nakameguro, Meguro-ku, Tokyo

**** 正 会 員 金属材料技術研究所 東京都目黒区中目黒, National Research Institute for Metals, Nakameguro, Meguro-ku, Tokyo

ほぼ正規分布に従い、かつ両者の間には負の強い相関があり、近似的に $\log C_s = \alpha - \beta m_s$ (α, β は定数で $\beta > 0$) の関係があることがわかった。しかし、問題の本質に迫るためには、き裂伝は経路上の各点における m と C の確率特性を究明し、それに基づいて上記の m_s と C_s の分布等を説明する必要がある。この場合に、 m や C をどのように確率変数化するかでいろいろ考えられるが、著者らはこれまで m は確定値として C のみを確率変数として扱う方法について検討を行い、 C の変動が試験片間変動（試験片どうしでの違い）と試験片内変動（同一試験片内での場所による違い）の2つの成分からなると考えた複合変動モデルにより、上記の C_s 、 m_s の分布特性やき裂伝は寿命の変動係数と伝は距離の実験的關係がよく説明できることを示した。⁹⁾

このようなモデルの検討をさらに進めるためには、高精度の多くの実験データをとってモデルと比較する必要がある。しかし、前報⁸⁾の実験のように、数千サイクルごとに疲労試験機をとめて読取顕微鏡でき裂長さを測定するというやり方では、労力が非常に大きく、実験が容易でない。また、精度的にも改善の余地がある。そこで著者らは前報で、直流電位差法を用いたき裂長さ自動計測システムを製作し、予備実験を行った。このシステムを用いると、実験に要する労力を大幅に軽減でき、しかも実験の精度も高めることができる。本報では、このシステムを用いて予備実験とは別に正式な実験データを採取し、その結果を用いて複合変動モデルについてさらに検討を行った。なお、式(1)を $da/dN = C_0(\Delta K/\Delta K_0)^m$ と表したとき、 m も C_0 も確率変数であるとする考え方もあるが、¹¹⁾これについては4章でふれる。

2 実験方法

2.1 材料および試験片

供試材は $1\text{ m} \times 2\text{ m}$ の 2024-T3 アルミニウム合金板（板厚 3 mm ）で、その化学成分と機械的性質を Table I, II に示す。

これより Fig. 1 に示す中央き裂試験片を製作した。試験片の長手方向と圧延方向を一致させた。切欠きは、

Table I. Chemical composition of the material used.
(wt. %)

Cu	Si	Fe	Mn	Mg	Cr	Zn	Zn+Ti	Ti
4.452	0.113	0.220	0.602	1.444	0.022	0.029	0.062	0.033

Table II. Mechanical properties of the material used.

Proof stress (MPa)	Tensile strength (MPa)	Elongation (%)
340	481	23.6

Fig. 1. Geometry of the specimen.

直径 0.7 mm の穴をあけ、糸鋸でつないで製作した。図において、切欠きの上下の穴は、直流電位差法のための電圧端子とり付け用のネジ穴である。試験片はき裂の進展経路となる箇所をエメリー紙 2000 番で研磨し、酸化アルミニウム粉で鏡面仕上げをして、光学顕微鏡による測定に備えた。

2.2 実験装置

実験で使用した疲労試験機は、容量 10 トン の電気油圧サーボ疲労試験機で、 2 トン の荷重制御モードで使用した。き裂長さの測定には直流電位差法を用いた。Fig. 2 は実験装置の全体構成図で、パーソナルコンピュータにより試験機の制御と測定データの取込みを行う。本システムの詳細は前報¹⁰⁾で報告したので、ここでは概要だけを述べる。

試験機で発生させている荷重はき裂進展によりわずかながら減少するので、試験機の荷重を A/D コンバータを介してパーソナルコンピュータにとりこみ、 100 周期単位で最大荷重と最小荷重を求め、これらの値に基づいて荷重が一定となるように荷重振幅信号の補正をした。荷重振幅信号は、アセンブリ言語で書かれたルーチンで発生させ、 D/A コンバータを介して疲労試験機に出力した。

直流電位差法によるき裂長さの測定部分は Fig. 2 のような構成になっており、試験片とシャント（ダミー試験片）は直列に接続し、定電流源より一定電流を供給した。シャントは試験片と同一形状・寸法で、定電

Fig. 2. Block diagram of the test system.

流源の電流変動や試験片付近の温度変化による変動成分を相殺して測定誤差を低減するために設けた。試験片とシャントの端子電圧は直流アンプで増幅し、A/Dコンバータを介してパーソナルコンピュータに取りこんだ。試験片とシャントの切換えおよび定電流源のON/OFFのためのリレーの制御はパーソナルコンピュータで行った。

試験片とシャントの端子電圧から、次式の電圧比 R を計算した。

$$R = \frac{V(a)/V(a_0)}{V_s(a)/V_s(a_0)} \quad (2)$$

ここで、 $V(a_0)$ と $V_s(a_0)$ は試験片とシャントの初期端子電圧、 $V(a)$ と $V_s(a)$ はある同一繰返し数での試験片とシャントの端子電圧である。電圧比 R からき裂長さ a への変換は、あらかじめ求めておいた次式の較正曲線を用いて行った。

$$\begin{aligned} a(R) = & -8.754183 + 26.02839R - 14.81333R^2 \\ & + 6.46321R^3 - 1.636164R^4 \\ & + 0.2136270R^5 - 0.01119272R^6 \end{aligned} \quad (3)$$

2・3 実験条件

実験は、応力幅 $\Delta\sigma = 41.7$ MPa、平均応力 $\sigma_m = 31.3$ MPa（したがって応力比は 0.2）の片振り引張りで行った。このとき、平均荷重 $P_m = 670$ kg、最大荷重 $P_{max} = 1117$ kg である。周波数は 18.4 Hz、温度は室温とした。

実験は 18 個の試験片について行った。き裂長さの測定間隔は 2000 サイクルから 100 サイクルまでの 6 段階に変え、1 間隔のき裂進展量が 0.03～0.05 mm になるようにした。

3 実験結果とその解析

3・1 m_s と C_s の分布

18 個の試験片より得られたき裂長さ a と繰返し数 N の関係を Fig. 3 に示す。この a - N 関係よりき裂伝ば速度 da/dN を求め、応力拡大係数幅 ΔK に対してプロットした結果を Fig. 4 に示す。

Fig. 4 において $\Delta K = 8 \sim 20$ MPa $\cdot$ m $^{1/2}$ の範囲はほぼ直線と見なせるので、この範囲のデータに試験片単位で $da/dN = C_s(\Delta K)^{m_s}$ をあてはめ、 m_s と C_s を求めた。 m_s の分布を正規確

率紙に、 C_s の分布を対数正規確率紙にプロットした結果（ミーンランク法による）を、Fig. 5, 6 に示す。また、 m_s と $\log C_s$ の相関を Fig. 7 に示す。これらの

Fig. 3. a - N curve.

Fig. 4. da/dN - ΔK relation.

Fig. 5. Distribution of m_s (normal probability paper).

Fig. 6. Distribution of C_s (log-normal probability paper).

図より, m_s と $\log C_s$ は正規分布にほぼ従い, また m_s と $\log C_s$ の間には負の強い相関のあることがわかる. これらの傾向は, 前報のデータ (読取顕微鏡でき裂長さを測定) と一致している.

3・2 微小区間の伝ばに要する繰返し数のばらつき

本報では, 新しいデータ解析として, き裂が任意の半長 a から $a + \Delta a$ になるまでの応力繰返し数 ΔN の変動係数 $\eta_{\Delta N}$ を求めた. Δa としては 0.1 mm をとった. したがって, たとえば $a = 10 \text{ mm}$ とした場合には, $a = 10 \text{ mm}$ から $a = 10.1 \text{ mm}$ になるまでの繰返し数を 18 個の試験片についてしらべ, その変動係数を求めるわけである. このようにしてデータより求めた $\eta_{\Delta N}$ を a に対してプロットした結果を Fig. 8 に示す. この図より, ばらつきはあるものの, $\eta_{\Delta N}$ は $a = 9 \sim 25 \text{ mm}$ の範囲ではほぼ一定といえる. $a < 9 \text{ mm}$ で $\eta_{\Delta N}$ が大きな値を示しているのは, 切欠きの先端形状等のばらつきのためと思われる. また $a > 25 \text{ mm}$ で $\eta_{\Delta N}$ が大

Fig. 7. Correlation of m_s and C_s .

Fig. 8. Coefficient of variation of the number of stress cycles for crack growth from an arbitrary length a to $a + \Delta a$ ($\Delta a = 0.1 \text{ mm}$).

きな値を示しているのは, 板幅の影響のしかたのばらつきのためと思われる.

3・3 き裂伝ば寿命のばらつき

き裂半長が $a_1 = 9 \text{ mm}$ から任意の長さ a_2 (ただし $a_2 \leq 25 \text{ mm}$) に達するまでのき裂伝ば寿命を 18 個の試験片について求め, その変動係数 η_N を a に対して

Fig. 9. Coefficient of variation of the number of stress cycles for crack growth from $a_1 = 9 \text{ mm}$ to an arbitrary length a_2 .

プロットした。結果を Fig. 9 に示す。 η_N が a の増加と共に減少していくという傾向は、前報⁸⁾のデータ（読取り顕微鏡によりき裂長さを測定）と同じである。しかし、 η_N の絶対値についてはかなりの違いがあり、本報の方が小さい。すなわち、前報では a が増すと η_N は 0.1 に漸近したが、本報の場合は約 0.05 に漸近している。これは、Fig.

2 のシステムを用いた本報の実験では、荷重がより正確に制御されており、またき裂長さの測定の際ばつきも小さくなっていること、さらに温度管理も前報より徹底していることによるものと考えられる。

4 複合変動モデルの検討

1 章で述べたように、複合変動モデル⁹⁾では Paris 則 $da/dN = C(\Delta K)^m$ において、 m は確定値、 C は確率変数として、 C の変動は試験片間変動と試験片内変動の 2 つの成分からなると考える。

最初に、本実験データの場合 m を確定値と見なすことの妥当性を検討する。き裂半長が a から $a + \Delta a$ に成長するのに要する繰返し数 ΔN は

$$\Delta N = \frac{\Delta a}{C(\Delta K)^m} \quad (4)$$

であるから、これより

$$\log \Delta N = \log \Delta a - \log C - m \log \Delta K \quad (5)$$

したがって

$$\sigma_{\log \Delta N}^2 = \sigma_{\log C}^2 + (\log \Delta K)^2 \sigma_m^2 + 2 \operatorname{cov}(m, \log C) \log \Delta K \quad (6)$$

ここで、 σ_X^2 は X の分散を表す。また、 $\operatorname{cov}(X, Y)$ は X と Y の共分散を表す。一方、一次近似法を用いると、 $\log \Delta N$ の分散は

$$\sigma_{\log \Delta N}^2 \approx \left(\frac{\partial (\log \Delta N)}{\partial (\Delta N)} \right)^2 \sigma_{\Delta N}^2 = \frac{\sigma_{\Delta N}^2}{(\Delta N)^2} = \eta_{\Delta N}^2 \quad (7)$$

となる。ここで、 $\overline{\Delta N}$ 、 $\sigma_{\Delta N}^2$ 、 $\eta_{\Delta N}$ は ΔN の平均値、分散、変動係数である。式(6)、(7)より

$$\eta_{\Delta N}^2 \approx \sigma_{\log C}^2 + (\log \Delta K)^2 \sigma_m^2 + 2 \operatorname{cov}(m, \log C) \log \Delta K \quad (8)$$

式(8)より、 $\sigma_m \neq 0$ ならば $\eta_{\Delta N}$ は ΔK に依存することがわかる。これは本実験のような $\Delta \sigma$ 一定試験では $\eta_{\Delta N}$ が a によって変化することを意味する。しかるに Fig. 8 の本実験データによれば、 $\eta_{\Delta N}$ は a によらずほぼ一定である。したがって、本実験の場合 m は確定値とみなしてよいと考えられる。

つぎに複合変動モデルのパラメータを推定する。このモデルでは、係数 C を次式のように表す。

$$C = C^* g \ell \quad (9)$$

Fig. 10. Composite variability model.

C^* は定数で、 g は試験片間変動を、 ℓ は試験片内変動を表す確率変数である。この場合 ℓ は Fig. 10 に示すように長さ δ の区間を単位として変動するものとする。実際には ℓ は伝ば経路に沿って相関を有しながら連続的に変化すると考えられるが、Fig. 10 はこのような変動の本質を抽出したものである。 δ を相関距離とよぶ。いま、 g と ℓ が対数正規分布に従うとし、それぞれの変動係数を η_g 、 η_ℓ とすると、き裂がある半長 a_1 から a_2 まで成長するのに要する繰返し数の変動係数 η_N は前報⁹⁾で示したように、次式で表される。

$$\eta_N = \left[\eta_g^2 + (1 + \eta_\ell^2) \eta_\ell^2 Z \frac{\delta}{a_1} \right]^{1/2} \quad (10)$$

ここで、

$$Z = \frac{a_1 \int_{a_1}^{a_2} \left(a \sec \frac{\pi a}{W} \right)^{-m} da}{\left[\int_{a_1}^{a_2} \left(a \sec \frac{\pi a}{W} \right)^{-m/2} da \right]^2} \quad (11)$$

式(10)の理論式と Fig. 9 の実験結果の対比から、 η_g や η_ℓ を推定した。具体的には、前報⁹⁾と同様に、式(10)の曲線と Fig. 9 の実験値との差の 2 乗和が最小となるように、これらを決定した。ただし、 a_1 としては Fig. 8 の $\eta_{\Delta N}$ が一定値を示す範囲より、 $a_1 = 9 \text{ mm}$ とした。また、本モデルによれば、 m_s と $\log C_s$ の平均値はそれぞれ m と $\log C^*$ に一致することが理論的にわかっている⁹⁾ので、 m としては m_s の平均値 2.359 を使い、 $\log C^*$ としては $\log C_s$ の平均値 -6.409 を用いた。以上のようにして、 η_g と $\eta_\ell \sqrt{\delta/a_1}$ の値として、 $\eta_g = 0.367$ 、 $\eta_\ell \sqrt{\delta/a_1} = 6.806 \times 10^{-3}$ が得られた。これらのパラメータを用いたときの式(10)の理論式を Fig. 9 に示した。実験値とかなりよく一致していることがわかる。

つぎに、相関距離 δ を推定する。本モデルによれば、き裂長さが a_1 から a_2 になるまでの応力繰返し数の平均値 μ_N は、次式で表される⁹⁾。

$$\mu_N = \frac{a_2 - a_1}{[\Delta \sigma \sqrt{\pi W \cdot G(m)}]^m} \cdot \frac{\sqrt{(1 + \eta_g^2)(1 + \eta_\ell^2)}}{10^{\log C^*}} \quad (12)$$

ここで,

$$G(m) = \left[\frac{1}{\xi_2 - \xi_1} \int_{\xi_1}^{\xi_2} |\xi \sec(\pi \xi)|^{-\frac{m}{2}} d\xi \right]^{-\frac{1}{m}} \quad (13)$$

$$\xi_1 = a_1/W, \quad \xi_2 = a_2/W$$

式(12)に, $a_1=9 \text{ mm}$, $a_2=25 \text{ mm}$, $W=70 \text{ mm}$, $\Delta\sigma=41.7 \text{ MPa}$, $m=2.359$, $\log C^*=-6.409$, $G(2.359)=0.5417$ を代入すると, $\mu_N=1.571 \times 10^5 \sqrt{1+(0.417/\delta)}$ となる. 一方, μ_N の実験値は 1.599×10^5 である. これより, δ の値を求めると, $\delta=11 \text{ }\mu\text{m}$ となった.

以上から, 本報の場合は $\eta_g=0.0367$, $\eta_e=0.195$, $\delta=11 \text{ }\mu\text{m}$ となる. 一方前報の場合は $\eta_g=0.103$, $\eta_e=0.253$, $\delta=400 \text{ }\mu\text{m}$ であった. η_e は前報とほぼ同じ大きさであるが, η_g は前報の約 1/3 になっている. これは, 前述のように本報の実験では試験条件のばらつきが前報より小さくなったためと考えられる(試験片相互の試験条件の不揃いは η_g の増加につながる). また相関距離 δ は前報の推定値より 1.5 けた小さくなっている. 本報の実験の方が荷重の制御や温度の管理, き裂長さの測定方法の点で改善されていることから, 本報の δ の方が信頼性が高いと考えられる. また, 本供試材の結晶粒径は約 $40 \text{ }\mu\text{m}$ であり, $\delta=11 \text{ }\mu\text{m}$ という推定値は結晶粒径とオーダ的に一致している. き裂伝ばに対する抵抗が結晶粒を単位として変動するということは予想されるところであり, この点からも本報の δ は前報の δ よりも妥当と思われる.

5 結 論

2024-T3 アルミニウム合金(板厚 3 mm) の中央き裂試験片 18 個を用いて, 疲労き裂伝ば速度の統計的データを求めた. 本実験ではき裂長さの測定を直流電位差法により自動化して実験に要する労力を軽減すると共に, 測定のばらつきを小さくし, また荷重の制御や温度の管理を精密に行い, 前報の実験(読取り顕微鏡でき裂長さを測定)よりも試験条件のばらつきを小さくした. 得られたデータをもとにして, 前報で提案した複合変動モデルについて検討を行った. 主な結論は次のとおりである.

(1) き裂がある半長 a から $a+\Delta a$ に成長するのに要する応力繰返し数 ΔN の変動係数 $\eta_{\Delta N}$ を $\Delta a=0.1 \text{ mm}$ としてしらべたところ, $a=9\sim 25 \text{ mm}$ の範囲では $\eta_{\Delta N}$ は a に無関係にほぼ一定であった. このことから, き裂伝ば経路上の各点における Paris 則 ($da/dN=C(\Delta K)^m$) のパラメータ m は, 本実験の場合確定値とみなしてよいと考えられる.

(2) き裂が半長 $a_1=9 \text{ mm}$ から任意の長さ a_2 まで

成長するのに要する応力繰返し数 N の変動係数 η_N と a_2 の関係について, 複合変動モデルによる理論式と実験値を比較した. その結果, Paris 則の係数 C の試験片間変動の変動係数としては前報の場合の約 1/3 の値が得られた. これは試験条件のばらつきを小さくしたことの結果と思われる.

(3) C の試験片内変動の相関距離についても前報の場合より 1.5 けた小さな値が得られた. 本報の値は供試材の結晶粒径のオーダと一致しており, 伝ば抵抗が結晶粒を単位として変動していることを示唆している.

(4) 試験片単位であてはめた Paris 則を $da/dN=C_s(\Delta K)^{m_s}$ とするとき, m_s と $\log C_s$ は正規分布にほぼ従い, かつ m_s と $\log C_s$ の間には負の強い相関がみられた. この傾向は前報と一致している.

本実験に用いた供試材(2024-T3Al 合金)は(株)神戸製鋼所より供与いただいたものであり, 記して謝意を表します. また本研究に協力された, 中村仁氏(当時本学学生, 現在松下電器(株)), 原田武則氏(当時本学学生, 現在(株)ソディック)に感謝の意を表します. なお, 著者の一人(鈴木直之)は昭和60年6月~11月の6か月間, 電気通信大学に内地留学し, 本研究の一部に参加した.

参 考 文 献

- 1) T. Tanaka, S. Nishijima and M. Ichikawa Ed., "Statistical Research on Fatigue and Fracture", CJMR, Vol. 2 (1987) Elsevier Applied Science
- 2) 木村雄二, 山田邦博, 清水真佐男, 国尾 武, 日本機械学会論文集, **42**, 1 (1976).
- 3) 酒井達雄, 田中道七, 材料, **28**, 880 (1979).
- 4) D. A. Virkler, B. M. Hilberry and P. K. Goel, J. Eng. Mat. Tech., Trans. ASME, **101**, 148 (1979).
- 5) F. Kozin and J. L. Bogdanoff, Eng. Fract. Mech., **18**, 623 (1983).
- 6) 島田佳弘, 中川隆夫, 徳納久睦, 材料, **33**, 475 (1984).
- 7) 石川 浩, 鶴井 明, 日本機械学会論文集, A-50, 1309 (1984).
- 8) 市川昌弘, 浜口光夫, 中村武夫, 材料, **33**, 8 (1984).
- 9) 市川昌弘, 秋田 敏, 材料, **35**, 1272 (1986).
- 10) 市川昌弘, 秋田 敏, 高松 徹, 松村 隆, 佐藤守夫, 西島 敏, 材料, **37**, 1010 (1988).
- 11) 板垣 浩, 石塚鉄夫, 黄 培彦, 日本機械学会論文集, A-56, 1082 (1990).