セラミックス軸受用窒化硅素球の圧砕強度の確率特性[†]

市川 昌弘* 高松 徹*
岡部 永年** 阿部 豊***

Statistical Properties of Crushing Strength of
 Si_3N_4 Balls for Ceramic Bearings

by

Masahiro ICHIKAWA*, Tohru TAKAMATSU*, Nagatoshi OKABE**
and Yutaka ABE***

Crushing strength is used as a measure of static load capacity of ceramic balls for rolling bearings. As ceramic materials are associated with large scatter in tensile fracture strength, it is natural to anticipate that there is also large scatter in crushing strength of ceramic balls. Thus, the statistical distribution of the crushing load (load at final fracture) of Si_3N_4 balls for ceramic bearings was investigated in this paper. For this purpose, crushing tests were carried out on a large number of Si_3N_4 balls with the diameter 3/8 inch (9.525 mm), and the crushing load P_c was obtained. According to JIS B 1501, tests were carried out by compressing two balls of the same size against each other. The experiments showed that the crushing load P_c followed a two parameter Weibull distribution approximately, and that its shape parameter was about 13. This result was compared with the probabilistic theory of crushing strength of ceramic balls which was proposed by the present authors in the previous paper. This theory together with the previous experiment on the radius dependence of the crushing load predicts that P_c follows a two parameter Weibull distribution with the shape parameter of about 15, which is in good agreement with the experimental value of about 13. Thus, both of the statistical distribution of P_c and the radius dependence of P_c found by the experiments can be interpreted by the proposed theory unifiedly. Furthermore, the present paper also examined fracture morphology and fracture process in crushing tests in detail.

Key words : Ceramic bearing, Silicon nitride, Bearing ball, Crushing strength, Statistical distribution, Probabilistic theory of fracture

1 緒 言

セラミックス転がり軸受はセラミックスをそのすぐれた性質を活かして構造部材(強度部材)に適用した例の一つであり、実際に使用され始めている。材料としては熱間加圧焼結(HP)または熱間等方加圧焼結(HIP)により作られた窒化硅素が適していることが、これまでの研究開発で示されている¹⁾。

セラミックス転がり軸受に用いられる窒化硅素球には、鋼球の場合と同様に、高い静的負荷能力と動的負荷能力が必要である。静的負荷能力は静的圧縮荷重に対する抵抗力であり、動的負荷能力は転がり疲労に対する抵抗力である。著者らは前報²⁾において静的負荷能力の一つの指標として圧砕強度をとり上げ、圧砕荷重の球径依存性を実験的および理論的に研究した。圧砕

荷重は球を圧縮したときに最終破壊を生ずる荷重値であり、通常同じ寸法の2個の球を重ねてこれに圧縮荷重をくわえることにより行われる(後出の Fig. 1 参照)。

周知のように、セラミックスの破壊強度にはかなりのばらつきがあるので、圧砕荷重もかなり大きなばらつきを示すと予想される。しかし、圧砕荷重がどのような分布形に従い、どれ位の大きさのばらつきを有するかは実験的によくわかっていない。そこで本報では直径 3/8 インチ (9.525 mm) の多数の Si_3N_4 球を用いて圧砕試験を行い、圧砕荷重の確率特性をしらべた。さらに、この実験結果を用いて著者らが前報²⁾で提案した圧砕強度の確率理論を検討した。この理論は前報²⁾の実験により得られた圧砕荷重の球径依存性を説明する

† 原稿受理 平成2年12月21日 Received Dec. 21, 1990

* 正会員 電気通信大学機械制御工学科 調布市調布ヶ丘, Department of Mechanical and Control Engineering, University of Electro-Communications, Chofugaoka, Chofu

** 正会員 (株)東芝 重電技術研究所 横浜市鶴見区末広町, Heavy Apparatus Engineering Laboratory, Toshiba Corporation, Suehiro-cho, Tsurumi-ku, Yokohama

*** 正会員 (株)東芝 新素材応用研究所 横浜市鶴見区末広町, New Materials Engineering Laboratory, Toshiba Corporation, Suehiro-cho, Tsurumi-ku, Yokohama

ために提案したものであるが、圧碎荷重の確率分布についてもこの理論から予測される。そこで、この予測と本報の実験結果を対比することにより、この理論を検討した。さらに本論文では、圧碎試験における破壊形態と破壊プロセスについても詳しく検討した。

2 実験方法

実験に供した球は、直径 3/8 インチ (9.525 mm) の転がり軸受用窒化硅素球である。この窒化硅素球は Y_2O_3 と Al_2O_3 を主な焼結助剤としてほぼ球形に常圧焼結した後、熱間等方加圧処理 (HIP) を行い、仕上げ加工をしたもので、前報²⁾の実験で用いたものと同じ種類のものである。Table I に主な材料特性を示す。

圧碎試験は JIS B 1501³⁾ に準拠して行った。これは Fig. 1 に示すように 2 個の同じ寸法の球を重ねて圧縮荷重をくわえる方法である。試験はインストロン精密万能材料試験機を用いて行い、クロスヘッド速度は 10 mm/min, 1 mm/min, 0.1 mm/min の 3 通りに変えて行った。この 3 種類のクロスヘッド速度に対し、それぞれ 20 組、5 組、5 組の圧碎試験を行った。Fig. 1 からわかるように 1 組は 2 個の球より成っている。セラミックス球に接する治具の材質は軸受鋼 SUJ2 である。

Table I. Material properties of Si_3N_4 tested.

Density	3.24 g/cm ³
Young's modulus	304 GPa
Poisson's ratio	0.28
Vickers hardness	1476
Fracture toughness	7.6 MPa · m ^{1/2}

Fig. 1. Crushing test method (JIS B 1501).

る。

3 実験結果

3・1 圧碎荷重の確率特性

Fig. 2 はクロスヘッド速度 $V=10$ mm/min, 1 mm/min, 0.1 mm/min の各速度における圧碎荷重の平均値を V に対してプロットした結果である。黒丸印が平均値で、バーはばらつきの幅 (最大値と最小値の範囲) を示す。 $V=0.1, 1$ mm/min の各 5 組に対

Fig. 2. Mean crushing load P_c as plotted against crosshead speed V .

し、 $V=10$ mm/min は 20 組の試験の結果であるので、ばらつきの幅が大きくなっている。Fig. 2 より、本実験の速度範囲では圧碎荷重はクロスヘッド速度 V によらずほぼ一定と考えてよいことがわかる。一般にセラミックスの破壊強度は安定き裂成長に対する時間効果のために負荷速度の増加と共に増加し、次第に飽和してほぼ一定値を示すようになるが⁴⁾、Fig. 2 の結果によれば、本実験のクロスヘッド速度 ($V=0.1 \sim 10$ mm/min) ではすでに飽和領域に入っていると考えられる。

以上の検討にもとづいて、3 種類のクロスヘッド速度で得られた圧碎荷重データ (サンプルサイズはそれぞれ 20, 5, 5) をプールして一つにまとめ、サンプルサイズ 30 のデータとしてワイブル確率紙にプロットした。その結果を Fig. 3 に示す。プロットはメジアンランクを用いて行い、累積確率 F を

$$F = \frac{i-0.3}{n+0.4} \quad (1)$$

により算出した⁵⁾。ここで、 n はサンプルサイズ (いまの場合 $n=30$)、 i は測定値を昇順 (小さい方から大きい方に向かう順) に並べたときの順位数である。Fig. 3 より、圧碎荷重は 2 母数ワイブル分布にほぼ従っていることがわかる。したがって、圧碎荷重 P_c

Fig. 3. Weibull plot of the crushing load P_c (complete data of sample size 30).

の分布関数を $F(P_c)$ とすると、 $F(P_c)$ は次式で表される。

$$F(P_c) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{P_c}{P^*}\right)^{m_{PC}}\right] \quad (2)$$

ここで、 m_{PC} は形状母数、 P^* は尺度母数である。Fig. 3 のデータに対して最小二乗法により直線をあてはめ、その傾きより形状母数 m_{PC} を推定すると、 $m_{PC}=12.8$ となった。

なお、ここで求めた形状母数 m_{PC} は圧砕荷重の確率分布の形状母数であり、曲げ試験や引張試験で得られる通常の破壊強度のワイブル係数とはその意味が異なるものである。

つぎに、著者らは Fig. 1 の方法によりブルーテスト効果をしらべるための予備の実験も行っているが、この実験からも圧砕荷重データが得られるので、これを Fig. 3 のデータにくわえてサンプルサイズをさらに大きくして圧砕荷重の分布をしらべてみる。この予備的ブルーテストはブルー荷重を 22.54 kN (2300 kgf) とした場合と 24.5 kN (2500 kgf) とした場合について、それぞれ 10 組の球を用いて行った。荷重は所定のブルー荷重に達するまでクロスヘッド速度 $V=1$ mm/min で増していき、所定の荷重に達したらほぼ 100 mm/min の高速で除荷した。したがって、荷重上昇中に破壊した場合は圧砕試験によるのと同様に圧砕荷重が得られ、荷重上昇中に破壊しなかった場合には圧砕荷重が所定のブルー荷重より大きいという情報が得られる。ブルー荷重を 22.54 kN (2300 kgf) とした場合は 10 組中 2 組が荷重上昇中に破壊

Fig. 4. Weibull plot of the crushing load P_c (censored data of sample size 50).

し、ブルー荷重を 24.5 kN (2500 kgf) とした場合は 10 組中 7 組が荷重上昇中に破壊した。このようにして得られたサンプルサイズ 20 の打ち切りデータを上述の圧砕試験データにくわえると、サンプルサイズ 50 の打ち切りデータ (11 組の打ち切りを含む) となる。このデータを Johnson の方法⁶⁾を用いてワイブル確率紙にプロットした。これは打ち切ったものも含めて小さい方から順に $x_1, x_2, \dots, x_n$ と並べ (打ち切ったものについては打ち切り値を用いる)、非打ち切り値 x_i に対して順位数 j を

$$j = j_0 + \frac{(n+1) - j_0}{(n+1) - (i-1)} \quad (3)$$

により計算し、この j を式 (1) の i に代入して累積確率 F を算出するものである。ここで、式 (3) の j_0 は x_i のすぐ前の非打ち切り値に対する j である ($i=1$ のときは $j_0=0$)。このようにしてワイブル確率紙にプロットした結果を Fig. 4 に示す。この場合も 2 母数ワイブル分布にほぼ従っていることがわかる。最小二乗法により直線をあてはめ、形状母数 m_{PC} を推定すると $m_{PC}=13.1$ となり、Fig. 3 より推定した $m_{PC}=12.8$ とほとんど一致している。

3・2 破壊形態と破壊プロセス

Fig. 1 のように 2 個の球を重ねて圧砕試験を行ったときに生ずる破壊には、以下に定義するような 3 つのタイプの破壊形態が見られた。

U タイプ: 上側の球は最終破壊を生じ (すなわち 2 個以上に割れ)、下側の球は最終破壊に至らず球状を保っている場合。

Fig. 5. Correlation of the fracture type and the crushing load.

Fig. 6. Example of a ball which exhibited final fracture.

L タイプ: 下側の球は最終破壊を生じ, 上側の球は最終破壊に至らない場合.

B タイプ: 上側の球も下側の球も最終破壊を生ずる場合.

前述の 30 組の球に対する圧砕試験の結果をこれら 3 つのタイプに分け, 圧砕荷重との関係を整理すると, Fig. 5 のようになる. これより B タイプは U タイプや L タイプにくらべ, 圧砕荷重が高いという傾向が見られる. U タイプと L タイプの間には圧砕荷重の高低はないようであり, 両者は本質的には同一タイプと考えられる.

Fig. 6 は最終破壊を生じた球の写真例であり, もとの球の形に復元して示してある. この写真からもわかるように, 巨視的な破壊は圧縮荷重軸を含む縦の面で生じている. ただし, 球が何個の部分に割れるかはさまざまであり, 最も簡単な場合は 2 個の半球に割れる.

Fig. 7 は最終破壊に至らなかった球の写真例である. この写真からもわかるように, 最終破壊に至らない場合にも相手側の球との接触部にリングクラックが発生

Fig. 7. Example of a ball which did not exhibit final fracture.

しており, さらに放射状のクラックも発生している. つぎにこれら 2 種類のクラックの発生を応力分布と対応させて検討する.

Hertz の接触理論によれば, Fig. 1 のように同一寸法の 2 個の弾性球を重ねて圧縮荷重をくわえたとき, 接触は円形の領域で生じ, この接触円の半径 a は

$$a = \left[\frac{3(1-\nu^2)PR}{4E} \right]^{1/3} \quad (4)$$

で与えられる.⁷⁾ ここで, P は圧縮荷重, R は球半径, E と ν は球のヤング率とポアソン比である. また最大接触圧力 (接触円中心の圧力) q_{max} は

$$q_{max} = \frac{3P}{2\pi a^2} = \left[\frac{6E^2 P}{\pi^3(1-\nu^2)^2 R^2} \right]^{1/3} \quad (5)$$

で与えられる. この接触によって, Fig. 8 に示すように引張応力が発生する. この図は接触円中心を原点とし, 接触面に垂直に z 軸をとった円筒座標 (r, θ, z) で示したもので, 図に示すように接触円外側の表面層に半径方向引張応力 σ_r が発生し, また, 接触円

Fig. 8. Radial and circumferential tensile stresses induced in crushing tests.

下方の荷重軸 (z 軸) のまわりに周方向引張応力 σ_θ が発生する。前者の引張応力は表面 $z=0$ では

$$\sigma_r(z=0) = \sigma_{\max,1} \left(\frac{a}{r} \right)^2, \quad (r \geq a) \quad (6)$$

に従って変化する。 $\sigma_{\max,1}$ は $\sigma_r(z=0)$ の最大値で

$$\sigma_{\max,1} = \frac{1-2\nu}{3} q_{\max} \quad (7)$$

で与えられる⁷⁾。一方、接触円下方の z 軸のまわりの引張応力 σ_θ は z 軸上で最大値をとり、 z 軸上では

$$\sigma_\theta(r=0) = q_{\max} \left[(1+\nu) \left(\frac{z}{a} \tan^{-1} \frac{a}{z} - 1 \right) + \frac{a^2}{2(a^2+z^2)} \right] \quad (8)$$

に従って変化する⁸⁾。供試球のポアソン比 $\nu=0.28$ に対して式(8)より $\sigma_\theta(r=0)$ を計算すると Fig. 9 のようになり、 $z=2.1a$ にて最大となる。この最大値を $\sigma_{\max,2}$ とすると

$$\sigma_{\max,2} = 7.02 \times 10^{-3} q_{\max} \quad (9)$$

となる。供試球の弾性定数 $E=304$ GPa, $\nu=0.28$ と球半径 $R=4.76$ mm を式(5), (7), (9)に代入して $\sigma_{\max,1}$ と $\sigma_{\max,2}$ を計算すると、Fig. 10 のようになる。Fig.

Fig. 9. Variation of $\sigma_\theta(r=0)$ with z .

Fig. 10. Comparison of the maximum radial tensile stress $\sigma_{\max,1}$ and the maximum circumferential tensile stress $\sigma_{\max,2}$.

10 から明らかなように、接触円境界の表面の半径方向引張応力の方が、接触円下方の z 軸上の周方向引張応力より1桁以上大きい。したがって、圧砕試験において荷重を増加していくと、表面層の半径方向引張応力によってまずリングクラックが発生し、その後で接触円下方の周方向引張応力によって球内部の荷重軸を含む面にメジアンクラックが発生するものと考えられる。このメジアンクラックが成長して表面に達すると、Fig. 7 の写真に見られる放射状のクラック（ラジアルクラック）になると思われる。

4 圧砕強度の確率理論の検討

著者らは前報²⁾で、直径 1/8～3/4 インチ (3.175～19.05 mm) の窒化珪素球を用いて圧砕荷重 P_c と球半径 R の関係を実験的にしらべ、 $P_c \propto R^\lambda$ ($\lambda \approx 1.8$) の関係を得た。そしてこの結果を説明するために圧砕強度の確率理論を提唱した。この理論は P_c と R の関係だけでなく、同一径の球の P_c の確率分布についても予測を与えるので、以下での本実験結果とこの予測を対比する。

はじめに、この理論の概要を述べる。この理論では接触円下方の球内部に発生したメジアンクラックによって最終破壊が生ずると考える。これは、最終破壊が圧縮荷重軸を含む縦の面で生じていること、ならびに表面仕上げ加工をした球としない球とで圧砕荷重の大きさが変わらないことによる。もしも球表面に発生したリングクラックから最終破壊が生ずるとすれば、上述のような結果は生じないであろう。さて、メジアンクラックは接触円下方の圧縮荷重軸 (Fig. 8 の z 軸) のまわりの周方向引張応力 σ_θ が材料の引張破壊強度に達したとき発生するとする。ただし、メジアンクラックより先にリングクラックが発生しているので、応力分布は発生前とは変っていることを考慮する必要がある。一方、材料の引張破壊強度 σ_r は次式の分布関数で表される 2 母数ワイブル分布に従うとする。

$$G(\sigma_r) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{\sigma_r}{\sigma_0} \right)^m \cdot \frac{\Delta V}{V_0} \right] \quad (10)$$

ここで、 m は引張破壊強度のワイブル係数であり、 ΔV は考えている体積要素の体積である。 V_0 は任意に定めた基準体積であり、尺度母数 σ_0 はこの V_0 に対応して定義されている。以上の仮定の下に、メジアンクラック発生荷重 P_M の分布が導かれる。 P_M と圧砕荷重 P_c の関係は現在のところ未知であるので、次元を考慮して $P_c / (ER^2) \propto (P_M / (ER^2))^\alpha$ の関係を仮定すると、 P_c の分布関数 $\phi(P_c)$ が次のように導かれる。

$$\phi(P_c) = 1 - \exp \left[- \frac{k_2 R^3}{V_0} \times \left\{ \frac{k_1^3}{\sigma_0^3} \cdot \frac{6E^3}{\pi^3(1-\nu^2)^2} \left(\frac{P_c}{k_3 ER^2} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \right\}^{\frac{m}{3}} \right] \quad (11)$$

ここで, k_1, k_2, k_3 は無次元の係数である.

以上の理論によれば, 式(11)からわかるように, 圧碎荷重 P_c は 2 母数ワイブル分布に従い, その形状母数 m_{pc} は $m_{pc} = m/(3\alpha)$ となる. これを本実験の結果と比較してみると, P_c は実験的にも 2 母数ワイブル分布にはほぼ従っている. つぎに, m_{pc} の値について検討する. 式(11)によれば, P_c と R の関係は $P_c \propto R^\lambda$, $\lambda = 2 - 9\alpha/m$ となるが, 前報の実験結果によれば $\lambda \approx 1.8$ である. したがって, $2 - 9\alpha/m = 1.8$ より $9\alpha/m \approx 0.2$ となる. これより, $m_{pc} = m/(3\alpha) \approx 15$ となる. 一方, 本報の実験によれば $m_{pc} \approx 13$ である. サンプルサイズが有限であることによる形状母数の推定値の変動⁹⁾を考えると, 理論による予測値と実験値はよく一致していると考えられる.

以上から, 本報の実験結果(圧碎荷重の確率分布特性)は前報の実験結果(圧碎荷重の球径依存性)とあわせて, 著者らの提案した理論によって統一的に説明できることがわかる.

5 結 論

転がり軸受用窒化硅素球(直径 3/8 インチ)について, 圧碎荷重の確率分布特性を実験によりしらべた. さらに, 実験結果を前報で著者らが提案したセラミックス球の圧碎強度の確率理論と比較し, 理論を検討した. これより次の結論が得られた.

(1) 本実験によれば, 圧碎荷重は 2 母数ワイブル分布にはほぼ従い, その形状母数は約 13 であった.

(2) 上記(1)の分布形ならびに形状母数の値は, 圧碎荷重の球径依存性とあわせて, 著者らによる圧碎強度の確率理論によって統一的に説明される.

本研究に対しご支援を賜った(株)東芝新素材応用研究所の西田勝利氏に深く感謝の意を表します. また実験に協力された電気通信大学大学院(当時)の北条貴子, 油原浩, 進藤直紀の諸君に感謝致します. なお, 本研究は文部省科学研究費補助金(試験研究(B))によるものであることを記し, 謝意を表します.

参 考 文 献

- 1) 藤原考誌, 吉岡武夫, 北原時雄, 小泉鎮男, 竹林博明, 多田 考, 潤滑, **33**, 301 (1988).
- 2) 市川昌弘, 岡部永年, 阿部 豊, 材料, **40**, 1348 (1991).
- 3) JIS B 1501-1962.
- 4) 市川昌弘, 日本機械学会論文集, A-57, 500 (1991).
- 5) 日本材料学会編, “機械・構造系技術者のための実用信頼性工学”, p. 62 (1987) 養賢堂
- 6) L. G. Johnson, “The Statistical Treatment of Fatigue Experiments” (1974) Elsevier
- 7) S. P. Timoshenko and J. N. Goodier, “Theory of Elasticity”, p. 409 (1970) McGraw-Hill
- 8) G. M. Hamilton and L. E. Goodman, Trans. ASME, J. Appl. Mech., **33**, 371 (1966).
- 9) 市川昌弘, 日本機械学会論文集, A-51, 2368 (1985).