コーテッド平織物の異方性伸長特性の評価と 膜構造物への応用[†]

南 宏 和*

Evaluation of Anisotropic Extension Property of Coated Plain-weave Fabrics and the Application to Membrane Structures

by

Hirokazu MINAMI*

The biaxial stress-strain curves of PTFE-coated glass fiber (specimen A) and PVC-coated polyester fiber (specimen B) plain-weave fabrics were measured by maintaining the ratio of warp stress/fill stress at 1/1, 2/1 and 1/2. The extension curves, especially that of specimen A, showed peculiar high nonlinearity which was evident in the fill extension curves consisting of the parts of very small slope in the lower stress region and of steep slope in the stress region later. For the precise and practical structural analysis of membrane structure, the author presented a method of multi-step-linear approximation to the extension curves measured on many stress ratio conditions corresponding to a variety of biaxial deformation states in the real structure. The least square method was applied, and the error, which results from the approximation of elastic constants in the constitutive equation for each secant line through the extension curve, was made to be minimum in this method. By applying the method, the three-step-linear approximation was conducted on the specimens and the errors were evaluated. According to the result of the approximation, the accuracy was good for the practical application but was not so sufficient about the fill extension curve of specimen A. However, it can be generally said that the present method can be applied for the elastic structural analysis of membrane structures.

Key words : Coated fabric, Biaxial extension property, Non-linear extension property, 3-step-linear approximation

1 緒 言

ガラス繊維や合成繊維の平織物に軟質プラスチックを塗工 (coating) したコーテッド平織物が大型テントなどの膜構造建築物を代表として各種膜構造物 (飛行船, フレキシブルコンテナなど) に膜材料として使われている。この膜材料は, 基材の平織構造の変形特性に強く支配された, 特有の非線形伸長特性を比較的小さな変形域ですでに持つ直交異方性体である。そして上述のように膜構造物に使用される点からその2軸伸長特性の正確な把握が設計上要求されている。しかしその応力変形解析にあたって上述の非線形性のため線形理論を適用することはもちろん不可能である。しかし線形理論はその単純さのゆえに, 近似法として誤差範囲を知り適用限界を設けて用いれば実用上の強力な手段となり得る。膜構造設計で応力変形解析は, そこに非線形性を直接考慮する研究も現れているが, 工業的には簡単のため線形弾性理論を適用している現状

にある。^{5)~8)}しかしその弾性定数の決定法は2軸伸長曲線を用いる報告もあるが, 一般には1軸伸長曲線に大よその割線あるいは接線を引いて決定するのが普通で線形体の扱いと同様の手段で決定してきた。しかしこうした方法は非線形挙動を示すコーテッド平織物の一般2軸変形下での応力計算には大きな誤差を生んできた原因となっている。

膜構造物が風圧力など外力を受けて膜材料に発生する実際の応力状態は一般に経糸, 緯糸方向に等応力の状態すなわち2軸均等応力状態またはその付近の2軸応力状態である。したがって設計上はこれら応力状態を対象とした変形特性の検討が重要となる。そこで特に均等応力およびそれに近い変形様式付近での2軸応力伸長曲線を2軸引張試験で測定し異方性と非線形性の特性を調査し, 次に2軸応力下の変形から弾性パラメータを決定して実用の範囲で誤差が許容できるようにするための線形理論の適用法を提案し, その方法がも

[†] 原稿受理 平成3年2月14日 Received Feb. 14, 1991

* 正会員 大阪市立大学工学部建築学科 〒558 大阪市住吉区杉本, Dept. of Arch. & Build. Eng., Osaka City Univ. Sumiyoshi-ku, Osaka, 558

たらず誤差を評価、確認する。そしてこれが実用に耐えるものであることを示す。試料には恒久大型膜構造建築物に実用され現在工業上で最も重要な PTFE（四フッ化エチレン）コーティングガラス繊維平織物（試料 A）を主に取りあげる。他に短期膜構造建築物に汎用されている PVC（塩化ビニール）コーティングポリエステル繊維平織物（試料 B）も一部の調査に取りあげた。

2 2 軸伸長実験

2・1 座標軸と測定応力範囲

Fig. 1 の直交座標軸 x , y 方向をそれぞれ経糸、緯糸方向とする。応力を試料の変形前の単位幅あたりの

Fig. 1. The rectangular coordinate system and biaxial stress and strain components.

Fig. 2. The biaxial stress range.

力（単位 kN/m）と定義する。また 2 軸応力状態を応力比 $[x \text{ 方向応力}]/[y \text{ 方向応力}]$ で表現する。Fig. 2 で座標軸と応力 T_s が囲む範囲は測定の対象とした 2 軸応力範囲を示し、応力比が 1/1（均等応力）を中心に、2/1 および 1/2 の範囲が実用上重要でありこの範囲に特に重点を置いて次節で述べる等応力比制御方式による 2 軸引張試験により 2 軸伸長曲線を測定した。2/1 および 1/2 の応力状態を平均等応力状態とよぶ。測定限界応力 T_s は設計応力を想定して 1 軸引張破断応力（Table I）の約 20%（試料 A, B でそれぞれ 29.4, 10.8 kN/m）と設定する。

2・2 試料とその異方性 2 軸伸長特性

前述の試料 A, B の構造を Table I に、試料 A の断面模式図を Fig. 3 に示す。

2 軸引張試験機（Fig. 4）は均等および平均等 2 軸試験が等応力比制御の下で行えるように設計されている。用いた試料は糸方向に切り出した交差部が 1 辺 40 cm の正方形の十字形で Fig. 5 に示す。各糸方向の

Fig. 3. Schema of weave structure and coated resin of specimen A.

Fig. 4. Biaxial tensile testing.

Table I. Specimens.

Specimen	Coating material	Yarn	Yarn count (1/cm) (Warp/Fill)	Uniaxial tensile test*3 (Warp/Fill)		Thickness (mm)	Weight per unit area (N/m ²)
				Breaking stress (kN/m)	Breaking strain**4 (%)		
A	PTFE*1	Glass fiber (ECB 150 4/2)	10.0/7.3	163.7/131.3	4.3/ 7.8	0.84	12.96
B	PVC*2	Polyester fiber (1000 d)	6.7/7.0	55.9/ 53.9	16.9/23.5	0.84	9.37

*1 Polytetrafluoroethylene,

*2 Polyvinyl chloride,

*3 Mean value of 5 specimens,

*4 Gauge length 50 mm.

Fig. 5. Form of specimen.

ひずみは針を取りつけた直線形ポテンシオメータを試料面に差し込み同時に計測した。試料の一方の糸方向に定伸長速度（クランプ間毎分 4 mm；伸長ひずみ速度は同毎分 0.0053）を与える。この方向を A 方向と呼ぶ。同時に他方の糸方向にはあらかじめ設定した応力比を常に維持するように伸張する。この方向を B 方向と呼ぶ。A, B 方向をどの糸方向とするかは、応力比条件によって相対的に大きい応力の糸方向を A 方向に選ぶ。ただし応力比 1/1 の時は A 方向を経糸方向と定める。A, B 方向それぞれの応力を T_A , T_B , ひずみを ϵ_A , ϵ_B で表すと、この 2 軸引張方式によれば応力-ひずみ関係 $T_A = T_A(\epsilon_A, \epsilon_B)$, $T_B = T_B(\epsilon_A, \epsilon_B)$ において応力比を一定値 $K = T_B/T_A$ とおいた変形様式下では $T_A = T_A(\epsilon_A, K)$, $T_B = K T_A$ となり $\epsilon_B = \epsilon_B(\epsilon_A, K)$ となる。したがって計測で T_A , ϵ_A , ϵ_B が求まり $T_A - \epsilon_A$, $T_B - \epsilon_B$ の曲線が Fig. 6 のように得られる。同

Fig. 6. Measured biaxial extension curves of specimen A and B.

図には x , y 方向の 1 軸伸長曲線も参考に示している.

試料 A の伸長曲線は強い異方性を示し、 T_g の 10% の 2.9 kN/m 付近で変曲点を示しつつ同 30% までの応力範囲で強い非線形性を現している。緯糸方向では変曲点を過ぎてから非常に小さい傾きを現した後急激に立ち上る。経糸方向の応力比 1/1 や 1/2 の伸長曲線はこの低い応力範囲で傾きが正から負に急に变化した後次第に立ち上る非常に強い非線形性を持つ。どの応力比の伸長曲線も T_g の 30% を越える応力範囲では鋭く立ち上る。試料 B の伸長曲線も強い異方性を示し、糸方向で傾きが逆の、試料 A に比較して弱い非線形性を現している。しかし経糸方向で特に応力比 1/2 で非線形性はやや強い。以上のように、これら膜材料が実用される時の応力範囲は Fig. 6 に示しているがすでにこの範囲の伸長曲線に大きな非直線性がある。

3 弾性定数決定と3段割線近似による伸長特性把握

実際に膜構造物で膜材料は一般に 2 軸均等応力状態を中心として、それに近い応力比範囲の多様な 2 軸応力状態にある。Fig. 6 が示す非線形性の応力比依存特性をみると応用時の応力比範囲を考えてなるべく誤差を少なくするような線形近似と弾性定数の決定が必要になる。さらに強い非線形性からみて 1 段割線による線形近似は明らかに無理があり、実用的には 2 段、3 段割線など多段割線による線形近似が必要であるが、膜構造応力変形解析への応用上の単純性を考慮しながら精度を落さずに段数を減じたい。以下にこれらの検討結果を示す。

Fig. 7は3段割線近似の場合の説明図である。応力比 T_x/T_y の下で測定された x, y 方向の伸長曲線を実線で、その上に原点と最大使用応力 T_{x3} (図は $T_x > T_y$ の場合を示すのでこれが T_s となる), T_{y3} の点の間で引いた連続割線を1点鎖線で、さらにその近似割線を破線で示す。割線と近似割線の連続点およびこれに対応する応力とひずみの記号を同図に示している。

Fig. 7. Three-step-linear approximation : Secant lines on measured curve and the approximated lines.

このうち x, y 方向伸長曲線上にとる多段割線の連続点の応力 ($T_{x1}, T_{y1}, T_{x2}, T_{y2}, T_{x3}, T_{y3}$) およびひずみ ($\epsilon_{x1}, \epsilon_{y1}, \epsilon_{x2}, \epsilon_{y2}, \epsilon_{x3}, \epsilon_{y3}$) が応力比条件ごとの測定値として得られ、線形近似の既知データとなる。

つぎに Fig. 7 を参考にして、多段割線による線形近似の場合の各割線による弾性定数の決定法を、多様な 2 軸変形様式に最小誤差で用いることができるよう多くの応力比条件下の 2 軸伸長曲線から近似的に決定する方式を説明する。まず第 m 段割線の連続点の応力とひずみを、たとえば前段割線との連続点で示すと x, y 方向伸長曲線上でそれぞれ $(T_{xm-1}, \epsilon_{xm-1}), (T_{ym-1}, \epsilon_{ym-1})$ と表わす。そしてこの割線の範囲で近似する応力-ひずみ構成式を式 (1) で表わす。右辺の弾性定数で第 1 項のひずみの係数を E 値、第 2 項を e 値と称する。 e 値は前段の割線との連続条件から式 (1) の ϵ_x, ϵ_y を消去すると各応力比条件ごとに式 (2) のように表せる。ここに右辺第 1 項の応力の係数はこの段と前段の E 値から成り、第 2 項は同様の E 値と前段の e 値とから成る。

$$\begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{xxm} & E_{xym} \\ E_{yxm} & E_{yyx} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} e_{xm} \\ e_{ym} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} e_{xm} \\ e_{ym} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{xxm} & C_{xym} \\ C_{yxm} & C_{yym} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_{xm-1} \\ T_{ym-1} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} C_{0xm} \\ C_{0ym} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

弾性定数の決定に用いる伸長曲線の応力比条件をここでは $1/1$, $2/1$, $1/2$ とすると, これらを順に $n=1$, 2 , 3 の応力比状態と名付ける. まず第 1 段割線 ($m=1$) に対する弾性係数 E 値 (e 値は 0) の近似値を決定する. それにはこの割線の 2 軸伸長曲線上の応力 (Fig. 7 の T_{x1} , T_{y1}) に対する, 同ひずみ (ε_{x1} , ε_{y1}) を代入して式 (1) が与える T_x , T_y の値 (それぞれ $\tilde{T}_x$, $\tilde{T}_y$ とおく) の誤差の自乗和

$$(T_x - \tilde{T}_x)^2 + (T_y - \tilde{T}_y)^2 = S \quad (3)$$

を $n=1\sim 3$ の各応力比で和をとりそれを最小にするように決定する。つぎに第 2 段割線 ($m=2$) の弾性定数 E 値, e 値の近似値を決定する。式 (2) 右辺は近似的に決定される弾性定数を持つから近似値 (これを $\bar{e}_{x_2}$, $\bar{e}_{y_2}$ とおく) を与える。そこで最小誤差で e 値 (e_{x_2} , e_{y_2}) を与えるように, 自乗和

$$(e_{x_2} - \tilde{e}_{x_2})^2 + (e_{y_2} - \tilde{e}_{y_2})^2 = S_e \quad (4)$$

を $n=1\sim 3$ の各応力比で和をとりそれを最小にする条件を用いれば e 値を与える式が得られる。この式はこの段と前段の E 値および前段の e 値から成る。これを式(1)に代入し式(3)と同じ要領 ($m=1$ の場合と異なり e 値は 0 でない) で弾性定数を近似的に決定する。このようにして第 3 段以後の割線で順に各段での弾性定数を同様に決定する。なお一般的に $m-1$ 段で E 値と e 値が既知となり次に m 段の E 値と e

値を決める場合の手順をより具体的に付録に示す。

以上の方法で, Fig. 6 に示した試料 A, B の均等, 平均等応力状態の 2 軸伸長曲線に対し 3 段割線近似を

行った。試料 A, B で連続割線が非線形伸長曲線に最も一致性の良いように, どの応力比でも Fig. 7 の T_{x1} がそれぞれ 2.9, 3.9 kN/m の点を, T_{x2} がそれぞれ

Fig. 8. Experimental biaxial-extension curves under stress ratio 1/1 (upper), 2/1 (middle) and 1/2 (lower) for specimen A, and the predicted lines.

Fig. 9. Experimental biaxial-curves under stress ratio 1/1 for specimen B, and the predicted lines.

Table II. Strain ε_{ex} (%) on the measured curve of specimen A and strain difference $\varepsilon_{ap} - \varepsilon_{ex}$, where ε_{ap} (%) is the strain on the line by 3-step-linear approximation.
() means by 2-step-linear approximation.

Stress ratio cond.	Stress (kN/m)	Warp		Fill	
		ε_{ex}	$\varepsilon_{ap} - \varepsilon_{ex}$	ε_{ex}	$\varepsilon_{ap} - \varepsilon_{ex}$
1:1	2.9	0.78	-0.16(-0.16)	2.10	-0.11(-0.25)
	9.8	0.74	-0.17(-0.14)	4.12	-0.94(-1.31)
	14.7	0.68	-0.10(-0.06)	4.64	-0.86(-1.11)
	29.4	0.63	0 (0)	5.50	0.05(0.15)
2:1	2.9	0.70	0.04(-0.07)	1.70	-0.57(-0.57)
	9.8	1.39	-0.49(-0.51)	2.77	-0.07(-0.25)
	14.7	1.46	-0.35(-0.35)	3.10	-0.04(-0.10)
	29.4	1.61	0 (0)	—	—
1:2	2.9	0.42	0 (0)	2.73	-0.52(0.85)
	9.8	-0.21	-0.21(-0.21)	5.08	-1.67(-2.00)
	14.7	-0.38	0 (0)	5.56	-1.46(-1.77)
	29.4	—	—	6.28	-0.04(-0.09)

Table III. Determined elastic constants for each line by 3-step-linear approximation on specimen A. (Unit: kN/m).

Elastic constants	1st step	2nd step	3rd step
E_{xx}	393	892	2001
E_{xy}	4	222	790
E_{yx}	128	232	561
E_{yy}	93	271	813
e_x	0	-7	-28
e_y	0	-4	-20

ルでの3段階線近似ひずみ ε_{ap} との差を Table II にまとめた。() 内に2段階線近似の差も参考を示した。さらに試料 A につき3段階線近似で決まった各割線の弾性定数を Table III に示す。なお、Fig. 8 下の経糸方向の近似割線が不連続になっているのは、Fig. 7 の T_{x2}' が T_{x1}' より小さくなったことによる。

試料 A では3段階近似割線の伸長曲線に対する追従性は第1段階線には優れているが、急に立ち上る傾向を持つ第2, 3段階線には劣る傾向にある。Table II と Fig. 9 の近似誤差からみて以上の3段階線近似の結果は、試料 A の緯糸方向の伸長曲線への近似に精度の低さを残すが、試料 A, B とともに従来の1軸伸長による弾性定数決定に比べると格段に改良され実用上許される範囲での精度を示すといえる。試料 A で行った2段階線近似の結果は3段階線近似に劣るがその差は顕著でない。当然ながら1軸伸長曲線のみからの1段階線近似は著しく2段階, 3段階線近似に劣っている。なお試料 A で4段階線近似を試みたが、第4段階近似割線で近似誤差が特に大きくなり3段階線近似より劣る結果となった。

9.8, 7.8 kN/m の点をとった。対象とした応力比条件は 1/1, 2/1, 1/2 である。Fig. 8 に試料 A, Fig. 9 に試料 B の結果を示す。試料 A では2段階線近似も比較のために行った。その結果は3段階線近似の結果と大きな差はなく、図示は応力比 1/1 の場合のみとした (Fig. 8 上)。応用上の誤差は別として実用上の簡易的方法に、 x, y 方向の1軸伸長曲線のみを用いる1段階線近似がある。この方法では弾性定数 (式 (1) の E 値) は一意的に決まる。この結果を試料 A でのみ参考に Fig. 8 に示した。試料 A につき幾つかの応力レベルごとの測定ひずみ ε_{ex} と、これと同応力レベ

4 結 論

コーテッド平織物の2軸伸長曲線は強い異方性とともに材料により特有の非線形性を示し、それはたとえば試料Aの伸長曲線でみられるように応力比条件により変化しまた低応力部で非常に小さな傾きを示したあと急激に立ち上ることで特に強く現れる。このような膜材料の伸長曲線の設計への応用のために、膜構造で一般的な多様な2軸変形様式を代表するように選んだ複数の応力比条件下で測定された伸長曲線を対象に、これらすべての伸長曲線に最小誤差で弾性定数を近似的に決定して多段割線近似をする方法を検討し報告した。

上述の強い非線形性を示すものの、使用応力範囲を決めて割線を3段階までとることにより実用上さしつかえない近似水準に達すると考えられる。この3段階割線近似を試料A, Bに適用した結果、強い非線形性を持つ一部の伸長曲線になお誤差を残すものの計算予測値はほぼ伸長曲線に追従する。したがってこの近似法は、膜構造設計で明らかに無理な従来の1段階割線近似の段階から、より高い精度を求める材料非線形性の考慮の段階へ弾性理論の単純さの特長を誤差範囲を知り適用限界を設けて活かしつつ進める第1歩として意義があり実用も可能なものと考えられる。さて低応力域に強い非線形性が偏在し高応力域に直線性を現す試料Aの伸長曲線ではFig. 8に見るように誤差は低応力域で小さく高応力域で大きくその差は大きい。これに対し全応力域でほぼ一様の非線形性を現す試料BではFig. 9に見るように誤差は全応力域でほぼ一様である。そして試料Aでは4段階割線近似によっては第4段階割線における精度の低下が現れた。本近似法によるこのような誤差の伸長曲線上の応力域での現れ方は、考慮する全伸長曲線の非線形形状および割線の段数と連続点の設定の仕方に依存する。この依存性の検討を行い最適割線設定方式を知ることが有意義であるが今後の課題とした。

本線形近似の膜構造応力変形解析への応用の方法は、増分ステップ方式において各荷重増分ステップで膜面上の各点ごとに応力比と応力レベルから該当する近似割線の段順位を判別し、そこでの構成式を適用しつつ行うようにする。

本研究で京都大学高分子化学教室教授川端季雄博士にご指導を賜った。ここに深く謝意を表します。

付 録

まず式(4)の自乗和の全応力比状態 $n=1, 2, 3$ を通じての総和 $\bar{S}_e$ を最小にする次の条件で m 段の e 値の近似値の表式を得る。

$$\frac{\partial \bar{S}_e}{\partial e_{xm}} = \frac{\partial \bar{S}_e}{\partial e_{ym}} = 0$$

ここに、 n に関する値を $|_n$ で表わし

$$\begin{aligned} \bar{S}_e &= \sum_{n=1}^3 |S_e|_n \\ &= \sum_{n=1}^3 \left\{ (e_{xm} - C_{xxm} T_{xm-1} - C_{xym} T_{ym-1} - C_{oxm})^2 \right. \\ &\quad \left. + (e_{ym} - C_{yxm} T_{xm-1} - C_{yym} T_{ym-1} - C_{oym})^2 \right\}_n \end{aligned}$$

得た e 値の近似値の表式を式(1)に代入し、式(3)の自乗和の全応力比状態を通じての総和 $\bar{S}$ を最小にする次の条件で m 段の E 値を得る。

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial E_{xxm}} = \frac{\partial \bar{S}}{\partial E_{xym}} = \frac{\partial \bar{S}}{\partial E_{yxm}} = \frac{\partial \bar{S}}{\partial E_{yym}} = 0$$

ここに

$$\begin{aligned} \bar{S} &= \sum_{n=1}^3 |S|_n \\ &= \sum_{n=1}^3 \left\{ (T_{xm} - E_{xxm} \epsilon_{xm} - E_{xym} \epsilon_{ym} - e_{xm})^2 \right. \\ &\quad \left. + (T_{ym} - E_{yxm} \epsilon_{xm} - E_{yym} \epsilon_{ym} - e_{ym})^2 \right\}_n \end{aligned}$$

参 考 文 献

- 1) A. S. Day, Proc. IASS Symp., Osaka, 2, 17 (1986).
- 2) H. Wüstenberg, H. Fischer, 3. Int. Symp. Weitgespannte Flächentragwerke, Stuttgart, SFB64, p. 89 (1985).
- 3) 南 宏和, 中原義雄, 材料, 29, 916 (1980).
- 4) 西川 薫, 石井一夫, 建築学会大会梗概集, p. 1173 (1990).
- 5) H. Magara and K. Okamura, Proc. IASS Symp., Osaka, 2, 161 (1986).
- 6) S. Ban, H. Tsubota *et al.*, Proc. IASS Symp., Osaka, 2, 281 (1986).
- 7) K. Ishii, IASS World Cong. on Non-Typical Struc., Argentina (1982).
- 8) 斎藤公男, 黒木二三男, 建築学会論文集, 404, 115 (1989).
- 9) 南 宏和, 建築学会大会梗概集, p. 303 (1984).