セラミックスでのクラック偏向による

強じん化のモデル計算[†]

木下俊哉* 若林 徹** 久保 紘**

Model Calculation of Toughening by Crack Deflection for Ceramics

by

Toshiya KINOSHITA*, Toru WAKABAYASHI** and Hiroshi KUBO**

Increase in fracture toughness due to crack deflection has been evaluated by theoretical calculation assuming mixed mode fracture (mode I+mode II+mode III) for a deflecting crack under the stress condition of mode I. Decrease in energy release rate occurring by the crack deflection was estimated from the stress intensity factors (K values) of an elliptical crack subjected to the mixed loads of tensile and shear stress (mode I+mode II+mode III).

The toughening effect was discussed on the volume fraction, aspect ratio, radius of rod-like grains in the bulk materials and Poisson's ratio of the bulk materials. The results obtained are as follows.

- (1) The fracture toughness increases, due to crack deflection, by an amount of 90% of the fracture toughness attained by the crack with no-deflection.
- (2) The contribution of aspect ratio to the fracture toughness is significant up to 5 in its aspect ratio, and becomes constant at about 10.
- (3) The contribution of volume fraction to the fracture toughness is significant up to 10 vol%.
- (4) The fracture toughness is almost constant irrespective of the radius of rod-like grains.
- (5) The increase of fracture toughness has a tendency of inversely proportional to Poisson's ratio.

Key words : Crack deflection, Toughening, Theoretical calculation, Aspect ratio, Fracture toughness, Energy release rate

1 緒 言

セラミックスの実用化を阻む最大の原因はじん性の低さである。このため、じん性強化の研究が活発に行なわれている。その手法としては、粒子および繊維などの複合化や微細組織の制御などがあり、種々の強じん化メカニズムが提案されている。本報告では、針状晶化や複合化などの強じん化手法において、有効な寄与をする、クラック偏向による強じん化を、モデル計算により定量的に評価した。

クラック偏向による強じん化の定量的取り扱いについてはいくつかの報告^{1)~4)}があり、これらの報告では偏向のないクラックが、破壊の時点で偏向して進展すると仮定したモデルを用いる。また、クラック偏向をモード I + モード II の破壊とモード I + モード III の破壊とに分けて考えている。つまり、I + II 混合モードの破壊の応力拡大係数を基にして、強じん化の効果を計算し、また、I + III 混合モードの破壊の応力拡大係数を基にして、強じん化の効果を計算し、それぞれの強

じん化の効果の和をクラック偏向による強じん化の効果であるとしている。しかしながら、実際の破壊においては、主クラックとプロセスゾーン内のマイクロクラックとがつながることにより、クラックは進展し、必ずしも主クラックが、破壊の時点で偏向して進展するとは限らない。また、クラック偏向において、クラックは I + II + III 混合モードの応力条件下で進展し、I + II + III 混合モードを I + II 混合モードと I + III 混合モードとは分離できない。

クラック偏向による強じん化効果を適切に評価するには、より現実的に即した破壊モデルに基づき、I + II + III 混合モードでの破壊を取り扱わねばならない。

本報告では破壊モデルとして、クラックチップが偏向したクラックが I モードの応力下におかれた場合の破壊を扱った。セラミックスにおいて、針状晶化や複

添え字

[†]: モード I + モード II + モード III 混合モードでの破壊の特性値を示す。

^{*}: クラック偏向のない (モード I の) 破壊の特性値を示す。

[†] 原稿受理 平成 3 年 3 月 18 日 Received Mar. 18, 1991

* 正会員 新日本製鐵(株)先端技術研究所 〒211 川崎市中原区井田, Adv. Mat. & Tech. Res. Lab., Nippon Steel Corp., Nakahara-ku, Kawasaki, 211

** 新日本製鐵(株)先端技術研究所 〒211 川崎市中原区井田, Adv. Mat. & Tech. Res. Lab., Nippon Steel Corp., Nakahara-ku, Kawasaki, 211

合化においてクラックが偏向することはよく知られており、現実的に妥当なモデルである。このモデルではクラックが破壊の時点で偏向して進展する仮定は用いていない。また、I + II + III 混合モードでの破壊として取り扱うために、傾斜した応力の働いている三次元円板状クラックに対する I + II + III 混合モードの応力下での応力拡大係数⁸⁾を用いて計算を行なった。

以上のように、クラックが破壊の時点で偏向して進展する仮定を用いないモデルを用いて、I + II + III 混合モードの破壊を考え、クラック偏向による強じん化の計算を行なったので報告する。特に、焼成体中にクラック偏向に有効と考えられる針状晶（またはウイスキー）を含む場合について、針状晶（またはウイスキー）の含有率、粒径、アスペクト比および焼結体のポアソン比を変化させ、強じん化への影響を定量的に評価した。

2 モデル計算の手法

2・1 計算手法の概要

破壊のモデルとしては、Fig. 1 に示したモデルを考えた。クラック進展方向は紙面奥から紙面手前である。点線で示した偏向のない場合のクラック前縁が針状晶の存在により、針状晶に沿って進展し、針状晶の先端で停止することにより、実線で示したように偏向するとした。この偏向したクラックに、 K_I モードの応力が働くと、多重モードの破壊となり、偏向のないクラックと比べると、エネルギー開放率が低下し強じん化される。

本モデルでは、エネルギー開放率を考えることにより、強じん化効果を、偏向のある場合とない場合との単位面積当たりのエネルギーの比で評価できる。つまり、クラック前縁を①～③で示したようなファセットに分割すると、クラック前縁全体の強じん化効果は、各ファセットごとの強じん化効果を積分することにより評価できる。各ファセットごとの強じん化効果は応

Fig. 1. Schematic of crack deflection.

力拡大係数より計算するが、この時、各ファセット間の相互作用は無視し、独立したクラックに対する応力拡大係数より計算した。

クラック前縁を①～③で示したようなファセットに分割すると、クラック前縁は、種々の角度で偏向した紙面奥から紙面手前へと進展するファセットの集まりとなっている。そして、各ファセットを Fig. 2 のような 3 次元円板状クラックで近似した。I モードの応力軸に対してクラックが傾斜している状態を 3 次元円板状クラックに任意の方向に傾斜した応力がかかるモデルで、置き換えた。各ファセットでの強じん化の度合いを計算し、クラックの前縁全体について積分することにより、クラック前縁全体の強じん化度合いを求めた。

強じん化の度合いはクラック偏向のある場合（モード I + モード II + モード III 混合モードの破壊）のエネルギー解放率 G^d とクラック偏向のない場合（モード I の破壊）のエネルギー解放率 G^s との比 G^d/G^s を指標とした。 G^d および G^s は Fig. 2 のモデルでの応力拡大係数 (K_I^d , K_{II}^d , K_{III}^d) より計算した。更に $G_c^d/G_c^s = (K_{Ic}^d/K_{Ic}^s)^2$ の関係より、強じん化率は K_{Ic} 値の比 (K_{Ic}^d/K_{Ic}^s) を用いて表わした。詳細は 2・2 節以下に示した。

2・2 強じん化の度合い G^d/G^s

Fig. 2 に示したように、3 次元円板状クラックがモード I + モード II + モード III 混合モードの破壊をする場合は、だ円の長軸端での応力拡大係数は次のようになる⁸⁾。

$$K_I^d = \frac{(\sigma \sin^2 \gamma)}{E(k)} \cdot \sqrt{\pi b} \cdot \sqrt{b/a}$$

$$K_{II}^d = -\frac{(\sigma \sin \gamma \cos \gamma)}{\sqrt{b/a}} \cdot \sqrt{\pi b} \cdot k^2 \cdot \frac{k'}{B} \cdot \cos \omega$$

Fig. 2. Elliptical crack subjected to tensile and shear loads at infinity.

$$K_{III}^a = \frac{(\sigma \sin \gamma \cos \gamma)}{\sqrt{b/a}} \cdot \sqrt{\pi b} \cdot (1-\nu) \cdot k^2 \cdot \frac{(-k')}{C} \cdot \sin \omega \quad (1)$$

$$B = (k^2 - \nu) \cdot E(k) + \nu k'^2 K(k)$$

$$C = (k^2 + \nu k'^2) \cdot E(k) - \nu k'^2 K(k)$$

$$k^2 = 1 - k'^2, \quad k' = b/a$$

ここで、 σ は外部応力、 γ は応力と XY 平面との間の角度、 ω は XY 平面上での応力の成分と X 軸との間の角度であり、 ν はポアソン比、 $K(k)$ および $E(k)$ は第一種及び第二種完全だ円積分である。

エネルギー解放率 G^a と K_I^a 、 K_{II}^a 、 K_{III}^a との間には次式の関係がある。

$$G^a = \frac{(1-\nu^2)}{E} \cdot (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{(1+\nu)}{E} \cdot K_{III}^2 \quad (2)$$

E は弾性係数であり、式(2)に式(1)を代入すると

$$G^a = \frac{\pi(1-\nu^2)}{E} \cdot \sigma^2 \sin^2 \gamma \cdot \left\{ \frac{(\sin^2 \gamma) \cdot b^2}{E(k)^2 \cdot a} + \frac{a \cdot \cos^2 \gamma \cdot k^4 \cdot k'^2 \cdot \cos^2 \omega}{B^2} + \frac{a \cdot \cos^2 \gamma \cdot (1-\nu) \cdot k^4 \cdot k'^2 \cdot \sin^2 \omega}{C^2} \right\} \quad (3)$$

であり、クラック偏向のある場合のエネルギー解放率 G^a が応力軸の傾きの角度 γ および ω で表わされる。一方、クラック偏向のない場合は

$$K_I = \frac{\sigma \cdot \sqrt{\pi b} \cdot \sqrt{b/a}}{E(k)} \quad (4)$$

$$K_{II} = K_{III} = 0$$

である。式(2)に式(4)を代入すると

$$G^s = \frac{(1-\nu^2)}{E} \cdot \frac{\pi \sigma^2 b \cdot b}{E(k)^2 \cdot a} \quad (5)$$

となり、クラック偏向のない場合のエネルギー解放率 G^s が得られた。式(3)と式(5)より強じん化の度合い G^a/G^s は

$$\frac{G^a}{G^s} = E(k)^2 \cdot \sin^2 \gamma \cdot \left\{ \frac{\sin^2 \gamma}{E(k)^2} + \frac{k^4 \cdot \cos^2 \gamma \cdot \cos^2 \omega}{B^2} + \frac{(1-\nu) \cdot k^4 \cdot \cos^2 \gamma \cdot \sin^2 \omega}{C^2} \right\} \quad (6)$$

となる。

クラック全体の強じん化の度合いとしては、針状晶がすべての方向を取得と考え、式(6)を積分した値を考えた。この計算を行なうには、各針状晶の位置 (Fig. 3 で L , θ , ϕ をパラメーターとして表示) と式(6)の角度 γ および ω との関係および各ファセットの存在確率を知らねばならない。

2.3 各針状晶の位置と応力の偏向角度 γ および ω との関係

針状晶の位置を考えるために、Fig. 3 のような針状晶の中心を原点とし、針状晶の端の中心を極座標で表わした座標系を考えた。針状晶の長さは $2L$ 、半径は r とし、Y 軸上に距離 Λ で並ぶものとする。また、クラックは +X 軸方向に進展する。

極座標では、針状晶 1 の先端は (L, θ_1, ϕ_1) 、針状晶 2 の先端は (L, θ_2, ϕ_2) で表わされる。この時、式(6)の γ および ω の三角関数を針状晶の極座標 (L, θ_1, ϕ_1) および (L, θ_2, ϕ_2) で表わし、 $\theta_1, \theta_2, \phi_1$ および ϕ_2 の積分範囲を決定すれば、式(6)は計算可能となる。

2.3.1 角度 γ と針状晶の先端の位置との関係
考えやすくするため、極座標を直角座標 (x_1, y_1, z_1) , (x_2, y_2, z_2) で表示すると、

$$\begin{aligned} x_1 &= L \sin \theta_1 \cos \phi_1, & y_1 &= L \sin \theta_1 \sin \phi_1, \\ z_1 &= L \cos \theta_1 \\ x_2 &= L \sin \theta_2 \cos \phi_2, & y_2 &= L \sin \theta_2 \sin \phi_2, \\ z_2 &= L \cos \theta_2 \end{aligned} \quad (7)$$

となる。ここで、 θ および ϕ の範囲として、 $0 \leq \theta \leq \pi$, $-2/\pi \leq \phi \leq 2/\pi$ を考えれば、 $x \geq 0$ の半球のすべての場合を考えたことになり、この半球は $x \leq 0$ の半球と同等であるので、すべての場合を考えたことになる。積分範囲として、この範囲を取ることにする。

各ファセットを一つの単位として考えるために、針状晶 1 の先端および針状晶 2 の先端の二つの位置を一つの座標系で表わした。針状晶 1 と針状晶 2 のそれぞれの原点の中点を新たに原点とすると、それぞれの針状晶の先端の座標は

$$(x_1, y_1 - \Lambda/2, z_1), (x_2, y_2 + \Lambda/2, z_2) \quad (8)$$

となる。この新たな座標系を Fig. 4 に示した。

各ファセットごとのだ円板状クラックは新しい原点および針状晶の先端の点 P_1 、点 P_2 の 3 点を通る平面上に存在すると考えた。ここで、応力は Z 軸方向

Fig. 3. Schematic of rod-like grains in spherical coordinates.

Fig. 4. Relation between angles (γ, ω) and two coordinate points (P_1, P_2) .

に負荷しており, そのベクトルを $(0, 0, 1)$ とすると, 点 $(0, 0, 1)$ から, 原点と二つの針状晶の先端 $(x_1, y_1 - 1/2, z_1)$, $(x_2, y_2 + 1/2, z_2)$ との3点を通る平面への垂線の長さ R を考えると, Fig. 4 より $\sin \gamma = R/1$ である. 以下で R を求める.

3点を通る平面を $a'x + b'y + c'z + d' = 0$ とおくと, 原点を通ることより $d' = 0$ となり, また, 針状晶の先端の2点を通ることにより

$$\begin{aligned} a'x_1 + b'(y_1 - 1/2) + c'z_1 &= 0 \\ a'x_2 + b'(y_2 + 1/2) + c'z_2 &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

である. 式(9)より

$$\begin{aligned} a' &= \left\{ \frac{(y_2 + 1/2)z_1 - (y_1 - 1/2)z_2}{x_1z_2 - x_2z_1} \right\} \cdot b' \\ c' &= \left\{ \frac{(y_2 + 1/2)x_1 - (y_1 - 1/2)x_2}{z_1x_2 - z_2x_1} \right\} \cdot b' \end{aligned} \quad (10)$$

となり, $b' \neq 0$ であるので3点を通る平面は

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{(y_2 + 1/2)z_1 - (y_1 - 1/2)z_2}{x_1z_2 - x_2z_1} \right\} \cdot x + y + \\ \left\{ \frac{(y_2 + 1/2)x_1 - (y_1 - 1/2)x_2}{z_1x_2 - z_2x_1} \right\} \cdot z = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

となる. この平面を $ax + by + cz = 0$ と書き直す.

$$\begin{aligned} a &= \frac{(y_2 + 1/2)z_1 - (y_1 - 1/2)z_2}{x_1z_2 - x_2z_1} \\ b &= 1 \\ c &= \frac{(y_2 + 1/2)x_1 - (y_1 - 1/2)x_2}{z_1x_2 - z_2x_1} \end{aligned} \quad (12)$$

となる.

$$\begin{aligned} \sin \gamma &= R/1 \text{ より} \\ \sin^2 \gamma &= R^2 \end{aligned} \quad (13)$$

となる.

$$R = \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad (14)$$

より

$$\sin^2 \gamma = \frac{c^2}{a^2 + c^2 + 1} \quad (15)$$

であり, $\cos^2 \gamma = 1 - \sin^2 \gamma$ より

$$\cos^2 \gamma = \frac{a^2 + 1}{a^2 + c^2 + 1} \quad (16)$$

となる. 式(15)および式(16)で γ の三角関数が, 平面 $ax + by + cz = 0$ の法線ベクトル (a, b, c) で表わされた.

2・3・2 角度 ω と針状晶の先端の位置との関係
式(11)の平面上で考えると, Fig. 4 に示したように ω は応力のベクトルの座標 $(0, 0, 1)$ から式(11)の平面におろされた垂線の足の座標 (x_3, y_3, z_3) を成分とするベクトルと式(11)の平面と平面 $y = 0$ との交線(だ円の長軸方向に相当)との間の角度である.

式(11)の平面 $ax + by + cz = 0$ と平面 $y = 0$ との交線は

$$ax + cz = y = 0 \quad (17)$$

で表わされ, ベクトル (x_3, y_3, z_3) との間の角度 ω は内積を考えると

$$\cos \omega = \frac{|cx_3 - az_3|}{\sqrt{x_3^2 + y_3^2 + z_3^2} \sqrt{a^2 + c^2}} \quad (18)$$

となる.

ここで, 垂線の足 (x_3, y_3, z_3) は平面 $ax + by + cz = 0$ ($b = 1$) の法線ベクトル $(a, 1, c)$ に平行であり, 点 $(0, 0, 1)$ を通る直線上に存在する. その直線の方程式は

$$x = at, y = t, z = 1 + ct \quad (19)$$

となる. また, 式(19)の直線が式(11)の平面 $ax + by + cz = 0$ と交った点が垂線の足 (x_3, y_3, z_3) であることより

$$t = \frac{-c}{a^2 + c^2 + 1} \quad (20)$$

となる. 式(18)の両辺を2乗し, 式(19)および(20)を代入すると

$$\cos^2 \omega = \frac{a^2(a^2 + c^2 + 1)}{(a^2 + c^2)(a^2 + 1)} \quad (21)$$

となり, したがって

$$\sin^2 \omega = \frac{c^2}{(a^2 + c^2)(a^2 + 1)} \quad (22)$$

である. 式(15), (16), (21)および式(22)で, 式(6)の γ および ω の三角関係が, 平面 $ax + by + cz = 0$ の法線ベクトル (a, b, c) で表わされたことになる. 更に, 式(7)および式(12)を式(15), (16), (21)および式(22)に代入することにより, γ および ω の三角関数が針状晶の極座標 (L, θ_1, ϕ_1) および (L, θ_2, ϕ_2) で表わされることになる.

2・3・3 針状晶間の距離 Λ 針状晶の midpoint 間の距離 Λ は, 次式で与えられる.

$$\Lambda = \left(\frac{e^{4V_f}}{2V_f^{0.5}} \right) \cdot \Gamma(1/2, V_f) \quad (23)$$

ここで V_f は針状晶の体積分率, $\Gamma(1/2, 4V_f)$ は第二

種不完全ガンマ関数を表わしている。式(23)を書き直すと

$$\Lambda = \frac{e^{4V_f}}{2V_f^{0.5}} \cdot \left\{ \sqrt{\pi} - \int_0^{V_f} \left(\frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} \right) dx \right\} \quad (24)$$

となる。式(24)の積分は漸加式による展開を行ない、6項目まで取り、次式より Λ を計算した。

$$\Lambda = \frac{e^{4V_f}}{2V_f^{0.5}} \cdot \left\{ \sqrt{\pi} - \frac{e^{-4V_f}}{2\sqrt{V_f}} \left[8V_f + \frac{(8V_f)^2}{3} + \frac{(8V_f)^3}{15} + \frac{(8V_f)^4}{105} + \frac{(8V_f)^5}{945} + \frac{(8V_f)^6}{10395} \right] \right\} \quad (25)$$

なお、式(25)の計算結果は、 V_f が40%以下の場合で、誤差は3%以下である。

2・4 各ファセットの存在確率

極座標において角度 θ と角度 ϕ で表わされる点の存在確率は角度 θ と角度 ϕ の球面四辺形の面積 ds を半球の表面積 S で割った値である。

$$ds = Ld\theta \cdot L\sin\theta d\phi \\ = L^2 \sin\theta d\theta d\phi \quad (26)$$

$$\frac{ds}{S} = \left(\frac{\sin\theta}{2\pi} \right) d\theta d\phi \quad (27)$$

となり、各ファセットの存在確率 P は針状晶1および針状晶2の先端の点の存在確率の積に等しくなり、

$$P = \left(\frac{\sin\theta_1}{2\pi} \right) \cdot \left(\frac{\sin\theta_2}{2\pi} \right) \cdot d\theta_1 d\theta_2 d\phi_1 d\phi_2 \quad (28)$$

であり、したがって、全体の強じん化の度合いは

$$\frac{G^a}{G^s} = E(k)^2 \cdot \sin^2 \gamma \\ \cdot \left\{ \frac{\sin^2 \gamma}{E(k)^2} + \frac{k^4 \cdot \cos^2 \gamma \cdot \cos^2 \omega}{B^2} + \frac{(1-\nu) \cdot k^4 \cdot \cos^2 \gamma \cdot \sin^2 \omega}{C^2} \right\} \\ \cdot \left(\frac{\sin\theta_1}{2\pi} \right) \cdot \left(\frac{\sin\theta_2}{2\pi} \right) d\theta_1 d\theta_2 d\phi_1 d\phi_2 \quad (29)$$

で表わされる。

2・5 強じん化率の計算

強じん化の度合いの計算式は式(29)に式(15)、式(16)、式(21)および式(22)を代入し、積分することにより、次式として得られる。

$$\frac{G^a}{G^s} = \frac{E(k)^2}{4\pi^2} \int_0^\pi d\theta_1 \int_0^\pi d\theta_2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\phi_1 \\ \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta_1 \cdot \sin\theta_2 \cdot \left\{ \frac{c^2}{(a^2+c^2+1)^2} \right\} \cdot \left\{ \frac{c^2}{E(k)^2} + \frac{k^4 \cdot a^2 \cdot (a^2+c^2+1)}{B^2 \cdot (a^2+c^2)} + \frac{(1-\nu) \cdot k^4 \cdot c^2}{C^2 \cdot (a^2+c^2)} \right\} d\phi_2 \quad (30)$$

ただし、本報告では計算を容易にするため、一方の針状晶で $\phi_2=0$ として、積分を3重積分とした。 $\phi_2=0$ とした針状晶において、角度 θ_2 の点の存在確率は、

角度 θ_2 の部分の長さを直径 $2L$ の半円の円周の長さで割った値であり、 $d\theta/\pi$ となり、この場合のファセットの存在確率 P は

$$P = \left(\frac{\sin\theta_1}{2\pi} \right) \cdot \left(\frac{1}{\pi} \right) \cdot d\theta_1 d\theta_2 d\phi_1 \\ = \left(\frac{\sin\theta_1}{2\pi^2} \right) \cdot d\theta_1 d\theta_2 d\phi_1 \quad (31)$$

となる。つまり、 $\phi_2=0$ とした場合の強じん化率は

$$\frac{G^a}{G^s} = \frac{E(k)^2}{2\pi^2} \int_0^\pi d\theta_1 \int_0^\pi d\theta_2 \\ \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta_1 \cdot \left\{ \frac{c^2}{(a^2+c^2+1)^2} \right\} \cdot \left\{ \frac{c^2}{E(k)^2} + \frac{k^4 \cdot a^2 \cdot (a^2+c^2+1)}{B^2 \cdot (a^2+c^2)} + \frac{(1-\nu) \cdot k^4 \cdot c^2}{C^2 \cdot (a^2+c^2)} \right\} d\phi_1 \quad (32)$$

である。

なお、強じん化率の表示は G^a/G^s ではなく、 K_{Ic}^a/K_{Ic}^s を用いて行なった。これはセラミックスの破壊じん性値として、 K_{Ic} 値を測定することが多いためである。 G 値と K_I との値との間には

$$G = \frac{(1-\nu^2)}{E} \cdot K_I^2 \quad (33)$$

の関係があり、したがって

$$G_c^a = \frac{(1-\nu^2)}{E} \cdot (K_{Ic}^a)^2 \quad (34)$$

$$G_c^s = \frac{(1-\nu^2)}{E} \cdot (K_{Ic}^s)^2$$

であり、式(34)より

$$\frac{K_{Ic}^a}{K_{Ic}^s} = \left(\frac{G_c^a}{G_c^s} \right)^{1/2} \quad (35)$$

となる。式(35)に式(32)を代入すると、 K_{Ic} 値の比で表わした強じん化率 K_{Ic}^a/K_{Ic}^s が計算できる。式(32)に式(7)および式(12)を代入して、式(32)を θ_1 、 θ_2 および ϕ_1 の関数に書き直し、クレンショー・カーチス型積分法によるサブルーチンプログラム FACOM FORTRAN SSL-IIを用いて、 θ_1 、 θ_2 および ϕ_1 について数値積分を行なった。更に、式(35)により式(32)の逆数の1/2乗をとり、強じん化率 K_{Ic}^a/K_{Ic}^s を計算した。

3 計算結果および考察

3・1 アスペクト比と強じん化率の関係

ポアソン比 $\nu=0.25$ 、針状晶の半径 $r=0.5\mu\text{m}$ として、針状晶のvol%が1, 3, 5, 10, 40 vol%の場合について、アスペクト比と強じん化率の関係をFig.5に示した。アスペクト比上昇の強じん化率向上への寄与は約5までの範囲で著しく、10以上ではほぼ一定であることがわかる。また、強じん化率算出の基準値である K_{Ic}^s はまったくクラック偏向のない場合の値であり、アモルファス中や単結晶中のクラック、もし

Fig. 5. Estimated relative toughness for composites with different volume fractions of rod-like grains as a function of aspect ratio of the grains.

くは完全に粒内割れをする多結晶体中のまっすぐなクラックの K_{IC} 値に対応している。Fig. 5 はこのような K_{IC} 値を基準とした場合、クラック偏向による K_{IC} 値の向上は最大で約 90% であることを示している。しかし、実際のセラミック焼成体は粒界割れを含む多結晶体であることが多く、この場合、針状晶化やウィスカーの複合化をまったく行っていない焼成体でも、クラックは必ず偏向している。実験上、よく行なわれる針状晶化やウィスカーの複合化による強じん化では、基準値としては、針状晶化やウィスカーの複合化を行なう前の多結晶体の K_{IC} 値が用いられる。この場合のクラック偏向による最大の強じん化率は 90% より小さな値となる。

3・2 針状晶の含有率 V_f (vol%) と強じん化率の関係

ポアソン比 $\nu=0.25$ 、針状晶の半径 $r=0.5\mu\text{m}$ として、針状晶のアスペクト比=2, 3, 5, 15 の場合について針状晶の含有率 (vol%) と強じん化率の関係の計算結果を Fig. 6 に示した。針状晶の含有率 (vol%) 増加の強じん化率向上への寄与は約 10 vol% までの範囲で著しいことがわかる。また、アスペクト比が大きいほど、針状晶の含有率 (vol%) 増加の寄与が顕著であり、より少ない含有率で高いじん性値が得られる。

3・3 針状晶の半径 r と強じん化率の関係

ポアソン比 $\nu=0.25$ 、針状晶の含有率 $V_f=20\text{ vol}\%$ として、針状晶のアスペクト比=2, 3, 5, 15 の場合について、針状晶の半径 r (μm) と強じん化率の関係の計算結果を Fig. 7 に示した。針状晶の半径の増加と

Fig. 6. Estimated relative toughness for composites with different aspect ratios of rod-like grains as a function of volume fraction of the grains.

共にじん性は向上するものの、その増加率は小さく、強じん化率は針状晶の半径の増加にかかわらず、ほぼ一定である。この理由は、クラック偏向による強じん化への寄与は、主に、偏向角度に依存しているのに対して、偏向角度は針状晶の半径には依存しないからである。

3・4 バルクのポアソン比 ν と強じん化率の関係

針状晶の半径 $r=0.5\mu\text{m}$ 、含有率 $V_f=20\text{ vol}\%$ として、ポアソン比 $\nu=0.15, 0.25, 0.35$ の場合について、アスペクト比と強じん化率の関係の計算結果を Fig. 8 に示し、ポアソン比の変化の計算結果への影響を調査した。ポアソン比が低い材料ほど針状晶化およびウィスカー複合化の効果が大きくなっている。

Fig. 7. Estimated relative toughness for composites with different aspect ratios of rod-like grains as a function of radius of the grains.

Fig. 8. Estimated relative toughness for composites with different Poisson's ratios of rod-like grains as a function of aspect ratio of the grains.

4 総 括

4・1 モデル計算の概要

クラックの前縁において、クラックは偏向しており、 K_I モードの応力下において、偏向したクラックは多重モードの破壊をする。一方、偏向のないクラックは K_I モードの破壊をするため、偏向したクラックではエネルギー開放率が低下し、強じん化が起こる。偏向したクラックの前縁を Fig. 1 のようにファセットにわけ、各ファセットを三次元だ円板状クラックで近似し、このクラックを I + II + III 混合モードの応力条件下に置くことにより、偏向したクラックの破壊を表現した。各ファセットごとの、クラックが偏向したことによる強じん化の度合いを、クラック偏向のある場合のエネルギー解放率 G^d とクラック偏向のない場合のエネルギー解放率 G^s との比 G^d/G^s より計算した。 G^d/G^s を針状晶の傾きの角度をパラメータとした式で表わし、すべての傾きの角度について積分することにより、全体の強じん化度合いを求めた。

4・2 計算結果の総括

(1) クラック偏向による強じん化率 K_{IC}^d/K_{IC}^s の向上はまったく偏向のないクラックに対して、最大で約 90% である。

(2) アスペクト比上昇の強じん化率向上への寄与は約 5 までの範囲で著しく、10 以上ではほぼ一定となる。

(3) 針状晶の含有率 (vol%) 増加の強じん化率向上への寄与は約 10 vol% までの範囲で著しく、20 vol% 以上ではほぼ一定である。また、アスペクト比が大きいほど、針状晶の含有率 (vol%) 増加の寄与が顕著であり、より少ない含有率で高いじん性値が達成できる。

(4) クラック偏向による強じん化の効果は針状晶の径の変化にかかわらずほぼ一定である。

(5) ポアソン比が低い材料ほど針状晶化およびウイスカー複合化の効果が大きい。

(平成 2 年 5 月 25 日 日本セラミックス協会年會にて講演)

参 考 文 献

- 1) K. T. Faber and A. G. Evans, *Acta Metall.*, **31**, 565 (1983).
- 2) S. Suresh, *Metall. Trans.*, **14**, 2375 (1983).
- 3) S. G. Seshadri, M. Srinivasan and K. M. Keeler, *Ceram. Eng. Sci. Proc.*, **8**, 671 (1987).
- 4) H. Liu, K.-L. Weisskopf and G. Petzow, *J. Am. Ceram. Soc.*, **72**, 559 (1989).
- 5) B. Cottrell and J. R. Rice, *Int. J. Fract.*, **16**, 155 (1980).
- 6) S. Timoshenko and J. N. Goodier, "Theory of Elasticity", 13-14 (1951) McGraw-Hill Book Company, Inc., New York
- 7) T. Kishi and S. Wakayama, "Fracture Mechanics of Ceramics", edited by R. C. Bradt *et al.*, Plenum Press, vol. 8, p. 85 (1986).
- 8) H. Tada, P. Paris and G. Irwin, "The Stress Analysis of Cracks Handbook", 26. 2 (1973) Del Research Corporation
- 9) P. P. Bansal and A. J. Ardell, *Metallography*, **5**, 97 (1972).
- 10) 森口繁一, 宇田川久, 一松 信, "数学公式 I", p. 154 (1987) 岩波書店