複合材料薄肉パイプの材料および構造設計の最適化[†]

三木 光 範* 杉 山 吉 彦* 大 庭 一 朗**

Optimization of Material and Structural Design of Thin-Walled Cylindrical Composite Beams

by

Mitsunori MIKI*, Yoshihiko SUGIYAMA* and Ichiro OHBA**

Simultaneous optimization of both material and structural design can be performed by using the characteristics that material design is possible for fiber reinforced composite materials. In the present paper, optimization of thin-walled composite cylindrical beam was carried out under combined loading of bending and axial torque. Several analytical models were proposed by taking account of the manufacturing processes of thin-walled cylindrical composite pipes. Among them, a non-uniform FW (filament winding) model is associated with a newly introduced manufacturing method of composite pipe. A numerical optimization method was used for the search of optimum design solution. As a result, it was confirmed that the optimization by using the non-uniform FW model was realistically useful for thin-walled cylindrical composite pipes.

Key words : Composite materials, Material design, Structural design, Optimization, Optimum design

1 緒 言

繊維強化複合材料は、航空機や宇宙構造物等といった軽量化、高剛性化が要求される分野において広範囲に使用される傾向にある。複合材料の特徴は材料設計が可能であることであり、繊維強化複合材料の最適材料設計に関する研究は多く行なわれており、その現状は福永の講座^{1)~3)}、三木の解説^{4)~7)}、三木らの著書⁸⁾で詳しく述べられている。しかしながら、これまでの研究では複合材料構造物の材料設計と構造設計とを同時に最適化した例は少なく、また、材料積層のモデル化も現実的に製作可能かどうかについてはほとんど議論されてこなかった。こうした現状を考慮し、本研究では、構造要素として一般的であり、その最適化によって高性能の構造体の実現を可能とすることのできる複合材料薄肉パイプを対象に、複合材料構造物の構造寸法と材料の同時最適化を試みる。

また、ここでは複合材料薄肉パイプの製作方法を考慮していくつかの解析モデルを考えた。その中で非等速 FW 成形法は、いままでにない新しい製作方法である。

2 解 析 対 象

最適化を行なう複合材料薄肉パイプとして、片持ちパイプおよび両端単純支持パイプを考える。

片持ちパイプは、Fig. 1 に示すように一端が固定さ

れ、先端に曲げ荷重 P_c とねじりトルク T_c を受けるとする。パイプの長さは L_c 、内径は d とする。

両端単純支持パイプは、Fig. 2 に示すように両端が単純支持され、パイプ上の Fig. 2 に示す位置に、集中荷重 W と分布荷重 w を同時に受け、両端ではねじりトルク T_s を受けているものとする。パイプの長さは L_s 、内径は d とする。材料はどちらのパイプも CFRP (T300/5208) を用いる。材料定数を Table I に、計算に用いた値を Table II にそれぞれ示す。

Fig. 1. Cantilevered pipe.

Fig. 2. Simply supported pipe.

[†] 原稿受理 平成3年6月3日 Received June 3, 1991

* 正会員 大阪府立大学工学部航空工学科 〒591 堺市百舌鳥梅町, Dept. of Aeronautical Eng., Univ. of Osaka Pref., Mozu-umemachi, Sakai, 591

** 大阪府立大学大学院 〒591 堺市百舌鳥梅町, Graduate Student, Univ. of Osaka Pref., Mozu-umemachi, Sakai, 591

Table I. Material constants for the analysis.

Designation	E_x	E_v	E_s	ν_x	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5
CFRP (T300/5208)	181	10.3	7.17	0.28	76.37	85.73	19.71	22.61	26.88

Unit: E and U in GPa.

Table II. Parameters for the analysis.

Designation	P_c [N]	W [N]	w [N]	T_c [Nm]	T_s [Nm]	L_c [mm]	L_s [mm]	d [mm]
Values	1000	1000	1000	1000	1000	1000	2000	50

最適化は、まず曲げモーメント分布が単純な片持ちパイプについて構造および材料の同時最適化を行い、次にそこで確立された最適化手法を、両端単純支持パイプに応用し、複雑な問題の最適化が可能であることを確かめる。

3 曲げねじりを受ける複合材料片持ちパイプの最適化

3・1 パイプのモデル化

複合材料薄肉パイプに対し材料および構造設計を理想的に行ったものは、繊維配向角が各部で最適値をとりながらも繊維が連続していて、同時に肉厚も連続的に変化するものであると考えられる。しかしこのようなパイプを実際に製造および解析することは難しく、ここではこの理想的なパイプをモデル化したものを考え、構造寸法と材料の最適化を行う。

3・1・1 基準モデル 各モデルの基準となるものとして、Fig. 3 に示すようにパイプ全体で肉厚と繊維配向角が一様として最適化したモデルを考え、基準モデル (STD (standard) モデル) とする。

3・1・2 分割的最適化モデル 理想的なパイプの近似モデルとして、パイプを軸方向に分割し、各部で肉厚と材料の繊維配向角を最適化したものを考える。このモデルは、各部の最適繊維配向角が異なるために、製作が困難で、また各部の間の接続部で強度の低下が生じ、計算通りの強度や剛性を期待できないが、それらを無視すると、分割数を増やすことにより理想的なパイプをうまくモデル化できる。

Fig. 3. STD model.

この解析モデルを分割的最適化モデル (SGM (segment) モデル) とし、さらに条件によって2つのケースに分ける。全体で肉厚は均質とし、各部の繊維配向角のみを変化させるモデルを一定肉厚モデル (SGM-CT (constant thickness) モデル) とし、Fig. 4 に示す。肉厚と繊維配厚角の両方を同時に最適化するものを可変肉厚モデル (SGM-VT (variable thickness) モデル) とし Fig. 5 に示す。

3・1・3 シート・ワインディング成形モデル 前述の理想的なパイプの作成方法の難しさや強度の低下の問題を考慮して、Fig. 6 のようなモデルを考える。これは、全体で一定の繊維配向角をもつシート状のプリプレグを、最下層には全体に巻き付け、上層にいくにつれ巻き付けるプリプレグのシートの長さを短くしていったもので、各層によって厚みと繊維配向角は変化しており、全体では先端から根元に向かって厚みが

Fig. 4. SGM-CT model.

Fig. 5. SGM-VT model.

Fig. 6. SW model.

増していく複数の層の積層複合材料となる。

このモデルはSGMモデルのような大幅な強度低下の問題もなく、製作も十分に可能であることから現実性のあるモデルである。このモデルをシート・ワインディング成形モデル(SW(sheet winding)モデル)として、各層の厚みと繊維配向角を最適化する。

3・1・4 非等速FW成形法モデル 他のモデルとして、今まで例のない複合材料パイプの成形方法である非等速FW成形法を考える。非等速FW成形方法とは、FW成形法においてノズルのトラバース軸上の移動速度を変えて、繊維配向角を各位置で変化させ、与えられた条件に最適な材料を作ろうとするものである。

すなわち、マンドレルの回転速度 ω とノズルのトラバース軸上の移動速度 $v(x)$ との比から、その位置 x での繊維配向角 $\theta(x)$ が決定される。

$$\theta(x) = f(\omega, V(x)) \quad (1)$$

ここで x はパイプの軸方向の座標である。

また、この方法では繊維が連続しているため、ノズルの移動速度を変えて繊維配向角を変化させると、繊維の体積含有率が変化することに注意しなければならない。すなわち、軸方向の剛性および強度を上げるために繊維配向角を小さくしようとするとノズルの移動速度を増加させなければならず、結果として体積含有率は低下する。すると剛性および強度は低下する。したがって非等速FW成形法においてはこれら複雑な要因を考慮しながら最適化を行なう必要がある。しかし同時に、体積含有率が低下することは、強化繊維がマトリックスよりも比重量が大いことから、材料全体の重量を低下させる効果もある。ここでは、体積含有率の低下を、繊維配向角が最大の位置 $x_{\theta \max}$ の体積含有率を $V_{f \max}$ (=0.7)として、他の位置は繊維配向角の減少に応じて体積含有率を減少させる。

$$V_f(x) = V_{f \max} \cdot g(\theta(x)) \quad (2)$$

また、剛性および強度の低下は、繊維軸方向の弾性定数 E_x がこの体積含有率の低下に比例して減少するも

Fig. 7. NFW model.

のとして、剛性および強度の各定数を計算する。

この非等速FW成形法を用いたモデルを非等速FWモデル(NFW(non-uniform FW)モデル)とする。このモデルをFig.7に示す。設計変数はノズルが分割されたパイプの各部を通過する時の速度とする。またパイプ全体で一定であるパイプの肉厚(ノズルのトラバース軸上の往復回数に比例する)をもう一つの設計変数とする。

3・2 複合材料薄肉パイプの変形解析

まず曲げ荷重をうける薄肉パイプの先端でのたわみ δ は微小変形の仮定のもとでは、次式で表される。

$$\delta = \sum_{i=1}^n \int \frac{M_{(i)} m_{(i)}}{E_{1(i)} I_{(i)}} dx \quad (3)$$

ここで、 $M_{(i)}$ は曲げモーメント、 $m_{(i)}$ は先端に単位仮想荷重が作用した場合のモーメント、 $I_{(i)}$ は断面二次モーメント、 $E_{1(i)}$ は積層板の軸方向のヤング率をそれぞれ表わし、 i は分割された i 番目の要素を示す。つぎに薄肉断面をもつ中空体のねじれ角 θ は次式で表される。

$$\phi = \sum_{i=1}^n L_{(i)} \frac{T_{(i)}}{E_{6(i)} J_{(i)}} \quad (4)$$

ここで、 T はトルク、 $J_{(i)}$ は断面の慣性モーメント、 $L_{(i)}$ は i 番目の要素の長さ、 $E_{6(i)}$ は積層板の軸方向のせん断弾性係数をそれぞれ表わす。

曲げとねじりを受ける複合材料薄肉パイプに生じる応力は、パイプの軸方向の引張りおよび圧縮応力と、軸方向および周方向のせん断応力のみである。したがって、複雑な積層構成をとる必要はなく $\pm\theta$ のアングルプライ積層板で十分であることがわかる。⁴⁾

3・3 最適化問題への定式化

ここでは、構造寸法であるパイプの肉厚と、パイプの材料の繊維強化複合材料の繊維配向角(モデル3ではノズルのトラバース速度)が設計変数で、先端でのたわみおよびねじれ角が許容最大値を越えない制約のもとに重量を最小化する制約付き最小化問題を考える。たわみの許容最大値は10 mm、ねじり角の許容最大値を1 degとした。各モデルについて最適化問題を分類したものをTable IIIに示す。

3・4 最適解の探索

制約付き最小化問題を解くために、SUMTタイプ

Table III. Classification of the proposed models for cantilevered pipes.

Model	Number of divisions	Number of design variables	Design variables
STD	1	2	Whole uniform thickness t Whole uniform fiber orientation θ
SGM-CT	5	6	Whole uniform thickness t Fiber orientation of each section $\theta_i (i=1\sim5)$
SGM-VT	5	10	Thickness of each section $t_i (i=1\sim5)$ Fiber orientation of each section $\theta_i (i=1\sim5)$
SW	5	10	Thickness of each prepreg $t_i (i=1\sim5)$ Fiber orientation of each prepreg $\theta_i (i=1\sim5)$
NFW	5	6	Whole uniform thickness t Velocity of nozzle of each section $v_i (i=1\sim5)$

のアルゴリズムを使用した最適解の探索のための計算機プログラム NEWSUMT-A を用いた。

3・5 計算結果

各モデルの最適化の結果を、Table IV および Fig. 8, 9 に示す。

最適化の結果目的関数の重量は、STD モデルを基準として SGM-CT モデルで 6.5%，SGM-VT モデルで 9.3% 減少した。これは分割の最適化により設計の自由度が大きくなることにより最適化の度合いが進んだものと考えられる。SW モデルはパイプが異なった繊維配向角を持つ層の積層材となるので、SGM モデ

Table IV. Result of optimization.

	STD	SGM-CT	SGM-VT	SW	NFW
Objective function weight [g]	518.60	484.70	470.13	470.32	471.90
Constraints					
$\theta_{\max} - \theta$ [deg]	0.0073	0.0006	0.0003	0.0037	0.0005
$\delta_{\max} - \delta$ [mm]	0.0962	0.0092	0.0041	0.0546	0.0059

ルに比べて設計にかかる制約が大きいのにもかかわらず、重量は 9.3 % の減少となり、理想的なパイプに近い SGM-VT モデルとほぼ同等の結果となった。このことは SW モデルが製作が可能なこと、また強度の低下の問題が無いことを考えれば、シート・ワインディング成形法が分割最適化より望ましい方法であると言える。

NFW モデルは 9.0% の重量の減少となった。これは非等速 FW 成形法で体積含有率の低下を考慮しないとした場合に相当する SGM-CT モデルの結果よりむしろよい結果となり、さらに SGM-VT モデルや SW モデルの結果にも匹敵するものである。この結果は非等速 FW 成形法による最適化が十分可能であり、同時に他のモデルに比べて製作が容易であることを考えれば、大変望ましい複合材料薄肉パイプの製作方法であることを示している。

つぎに最適設計解の定性的傾向を述べる。肉厚は、変化可能なモデルでは先端から根元に向かって増加し、曲げモーメントの増加に対応すべく断面二次モーメントが増加する。

繊維方向角については、STD モデルは曲げとねじ

Fig. 8. Optimized thickness as a function of location.

Fig. 9. Optimized angle as a function of location.

りの両者に対応する中間的な値をとり, SGM モデルでは両ケースとも, 先端付近ではねじりに強い ± 45 度の値で, 根元付近では曲げに強い小さい配向角となるというほぼ同様の傾向を持つ. SW モデルについては肉厚の傾向と併せて考えると, まずパイプ全体にわたる最下層がねじりに強い ± 45 度に近い値の厚い層となり, その上にモーメントの増加に対応して, 曲げに強い繊維配向角の小さい材料を薄く巻き付ける解となる. NFW モデルについては, 体積含有率の低下を考慮しない場合に相当する SGM-CT モデルと比較すると, 先端から根元に向かっての繊維配向角の減少のしかたが緩やかになっており, このことは小さい繊維配向角をとることにより体積含有率が減少し, それにより曲げ剛性が低下することを避けるために, 少し大きい繊維配向角となることを示している.

4 両端単純支持複合材料パイプの最適化

4.1 最適化問題へのモデル化・定式化

つぎに, Fig. 2 に示した前述の両端単純支持複合材料薄肉パイプの最適化を行なう.

解析対象のモデルとしては, 片持ちパイプの最適化の結果, 複合材料薄肉パイプの製作方法として長所の多い非等速 FW 成形モデルを用いた. また基準となるものとして, パイプ全体で肉厚も繊維配向角も変化しない STD モデルの最適化を行なう.

最適化問題としては, 片持ちパイプと同様に, 変位制約付き重量最小化問題へと定式化を行なう. ただし, たわみの許容最大値は 10 mm, ねじり角の許容最大値は 4 deg とした. この二つのモデルについて最適化問題を分類したものを Table V に示す.

4.2 計算結果

各モデルの最適化の結果を, Table VI および Fig. 10 に示す.

重量は, NFW モデルが STD モデルと比較して 7.8 % の減少となり, 複雑な荷重条件および支持条件下でも, 非等速 FW 成形モデルを用いた最適化が可能であることが確認できた.

つぎに最適設計解の定性的傾向であるが, 繊維配向角は, 両支持端付近ではねじりに抵抗するように大き

Table V. Classification of the proposed models for simply supported pipes.

Model	Number of divisions	Number of design variables	Design variables
STD	1	2	Whole uniform thickness t Whole uniform fiber orientation θ
NFW	10	11	Whole uniform thickness t Velocity of nozzle of each section v_i ($i=1\sim 10$)

Table VI. Result of optimization.

	STD	NFW
Objective function weight [g]	598.70	552.30
Constraints		
$\theta_{\max} - \theta$ [deg]	0.0013	0.0050
$\delta_{\max} - \delta$ [mm]	0.0077	0.0352

Fig. 10. Optimized angle as a function of location.

い繊維配向角をとっているが, パイプの中央付近では大きい曲げモーメントに対応して小さい繊維配向角をとる.

5 結 言

曲げとねじりを同時にうける複合材料パイプの, 構造寸法と材料の最適設計を, 分割的最適化モデル, シート・ワインディング成形モデル, 非等速 FW 成形法モデルの 3 つを考え, 数値的最適化手法を用いて行った. その結果,

(1) シート・ワインディング成形モデルが, 製作の問題, 実際の強度の問題が少ないにもかかわらず, 分割的最適化モデルと同程度の軽い設計となることがわかった.

(2) 非等速 FW 成形法によるモデルでは, FW 成形においてノズルのトラバース軸上の移動速度を変化させることにより, 材料の剛性を変化させ, それにより最適設計が可能であるということが確認できた. さらに重量の面でも他の製作方法に匹敵する結果を得ることができた.

非等速 FW 成形法は, 構造と材料の最適設計が可能で, 強度面の問題もなく, 製作が容易である大変望ましい方法であることが明らかとなった.

参 考 文 献

- 1) 福永久雄, 日本複合材料学会誌, **16**, 75 (1990).
- 2) 福永久雄, 日本複合材料学会誌, **16**, 115 (1990).
- 3) 福永久雄, 日本複合材料学会誌, **16**, 256 (1990).
- 4) 三木光範, 機械の研究, **41**, 836 (1989).
- 5) 三木光範, 機械の研究, **41**, 954 (1989).
- 6) 三木光範, 材料, **38**, 193 (1989).
- 7) 三木光範, 繊維学会誌, **47**, 25 (1991).
- 8) 三木光範, 機械の研究, **41**, 747 (1989).
- 9) R. Thare and R. T. Hafka, VPI Report, p. 148, Aerospace Engineering Dept, Virginia Tech, Blacksburg, VA.