界面き裂の進展に関する弾塑性解析†

青 木 繁* 羅 学 富**

Elastic-plastic Analysis on the Growth of an Interfacial Crack

by

Shigeru AOKI* and Xue-Fu LUO**

An elastic-plastic finite element simulation of the growth of a crack on an interface between dissimilar materials was performed. The small scale yielding condition was assumed and the bonding strength of the interface was taken to be large. The Gurson's constitutive equation for elastic-plastic porous materials and the Tvergaard's element vanish technique, in which an element is vanished when the microvoid volume fraction reaches a critical value, were employed. The results obtained are as follows:

- (1) The J_{Ic} (the value of J -integral at crack initiation) for an interfacial crack† is much lower than that for a crack in a homogeneous material.
- (2) The crack grows in a softer material near the interface remaining a bit of the material on the interface.

Key words: Interfacial crack, Crack growth, Microvoid volume fraction, Elastic-plastic, Finite element analysis, J_{Ic} -value

1 緒 言

近年、溶接構造物、接着構造物、複合材料などの破壊に関連して、界面き裂問題の研究が活発に行われており、界面き裂先端近傍の弾性または弾塑性応力変位場が明らかにされつつある。界面き裂の進展については、Needleman¹⁾が界面はく離モデルを提案し、介在物からの微小空孔の発生について解析を行っている。また、Varias²⁾らは類似のモデルを採用して界面上のき裂の進展を取り扱っている。

いっぽう、延性材料中のき裂の進展について、Tvergaard³⁾および菊池⁴⁾らは変形中の微小空孔の発生・成長を考慮したGurson⁵⁾の構成式を用いて有限要素シミュレーションを行い、実験結果をよく説明している。本報ではこの手法を利用して、界面はく離強さが十分強い場合の界面き裂からのき裂進展をシミュレートし、材料の組合せが弾塑性破壊じん性 J_{Ic} に与える影響等について調べる。

2 解 析 方 法

2・1 構成式

弾塑性体の構成式としてGurson⁵⁾の構成式を用いた。この構成式については、種々の修正案が提案されている。前報⁶⁾においてこの構成式の基本的な説明を行ったので、ここでは本研究で採用した修正部分および後の

記述に必要な部分のみについて述べる。本研究では、Tvergaard⁷⁾が修正した弾塑性多孔質体の降伏曲面

$$\Phi = \frac{3}{2} \frac{S_{ij} S_{ij}}{\sigma_m^2} + 2q_1 f^* \cosh \left[\frac{q_2 \sigma_{kk}}{2\sigma_m} \right] - [1 + (q_1 f^*)^2] = 0 \quad (1)$$

を用いた。ここで、 σ_m はマトリックスの微視的相当応力、 σ_{ij} は多孔質体の巨視的真応力、 $S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_{kk}/3$ 、 q_1 および q_2 は定数であり、直角座標を用いている。式(1)中の f^* は微小空孔の体積率 f の関数であり、次式で与えられる。

$$f^*(f) = \begin{cases} f & : f \leq f_c \\ f_c + \frac{f_u^* - f_c}{f_f - f_c} (f - f_c) & : f > f_c \end{cases} \quad (2)$$

ここで、 $f_u^* = 1/q_1$ であり、式(1)より応力が0の場合の f^* の値を示す。 f_c および f_f はそれぞれ微小空孔が合体を始める限界および多孔質体が最終破壊する時の f の値である。微小空孔の体積率 f が f_f に達すると f^* が f_u^* に等しくなり、その材料の応力伝達能力が0となり、新しい自由表面が形成される。文献3)にならって、 $q_1 = 1.5$ 、 $q_2 = 1.0$ 、 $f_c = 0.15$ 、 $f_f = 0.25$ とした。

微小空孔の体積率 f は変形中に微小空孔の発生と成長により増大するとし、微小空孔の発生による f

† 原稿受理 平成3年7月17日 Received July 17, 1991

* 正 会 員 東京工業大学工学部機械物理工学科 〒152 東京都目黒区大岡山, Dept. of Mech. Eng., Tokyo Inst. of Tech., Meguro-ku, Tokyo, 152

** 清華大学 中国, 北京, Dept. of Mech. Eng., Tsinghua Univ., Beijing, P. R. China

の変化率 $\dot{f}_{\text{nucleation}}$ が次式で与えられると仮定した。⁸⁾

$$\dot{f}_{\text{nucleation}} = F_1 \dot{\sigma}_m + F_2 \frac{\dot{\sigma}_{kk}}{3} \quad (3)$$

ここで, F_1 および F_2 は定数であり, $F_1 = F_2 = 0.001$ とした。また, f の初期値は 0 とした。

多孔質体の母材の応力-ひずみ関係としては次式で与えられる N 乗硬化則を用いた。

$$\frac{\bar{\tau}_s}{\tau_y} = \begin{cases} \frac{\gamma}{\gamma_y} & \bar{\sigma}_m \leq \sigma_y \\ \left(\frac{\gamma}{\gamma_y}\right)^N & \bar{\sigma}_m > \sigma_y \end{cases} \quad (4)$$

ここで, N は加工硬化率, $\bar{\tau}_s$ は相当せん断力 ($=\bar{\sigma}_m/\sqrt{3}$), $\bar{\sigma}_m$ は相当引張応力, τ_y は降伏せん断応力 ($=\sigma_y/\sqrt{3}$), γ_y は降伏せん断ひずみ (τ_y/G), γ は相当せん断ひずみである。 $G=E/2(1+\nu)$, E は縦弾性係数, ν はポアソン比, σ_y は降伏引張応力である。

2・2 有限要素モデル

異なる二つの材料の界面上に半無限き裂を考え, 平面ひずみ状態を仮定し, Fig. 1 (a) および (b) に示すように三角形定ひずみ要素を用いて有限要素分割を行った。き裂先端近傍の大きなひずみに対処するために有

(a) Whole configuration.

(b) Near-tip mesh.

Fig. 1. Finite element mesh.

限変形理論に基づいた Updated Lagrangean Method⁹⁾を採用した。Shih および Asaro の解析によるとき裂先端近傍のき裂面は塑性変形のために重なり合うことなく開口するので, ここでは均質な単一材料のき裂の有限変形解析において広く行なわれている方法に従い, き裂を初期開口幅 d_0 の円形切欠きで模擬した。図に示したような直角座標系 O-XY を採用した。また, X 軸を $\theta=0$ とする極座標系 O- $r\theta$ も必要に応じて用いた。

界面の上側と下側の材料の組合せとして, 次の 2 種類の組合せを選び, それぞれ材料対 1 および 2 と呼ぶこととする。

(1) 上側: 弾塑性体

$$(\sigma_{y1} = E_1/300, \nu_1 = 0.3, N_1 = 0.1)$$

下側: 剛体

(2) 上側: 弾塑性体

$$(\sigma_{y1} = E_1/300, \nu_1 = 0.3, N_1 = 0.1)$$

下側: 弾塑性体

(上側と降伏応力のみ異なり他は同一,

$$\sigma_{y2} = 2\sigma_{y1})$$

ここで, 下添字 1 および 2 はそれぞれ界面の上側と下側の材料を表す。なお, 比較のために上述の組合せ (1) または (2) の上側の材料特性を持つ均質な単一弾塑性体中のき裂についても解析を行った。

2・3 境界条件

小規模降伏状態を仮定し, き裂先端から遠く離れた境界 ($r=12000d_0$) に弾性特異応力⁹⁾

$$\sigma_{ij} = Re \left\{ \frac{K r^{i/2}}{\sqrt{2\pi r}} \bar{\sigma}_{ij}(\theta, \varepsilon) \right\} \quad (5)$$

を与えた。ここで, $i=\sqrt{-1}$, $K=K_1+iK_2$ (計算では $K_2=0$ とした), ε は次式で与えられる。

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi} \ln \left(\frac{\frac{3-4\nu_1}{G_1} + \frac{1}{G_2}}{\frac{1}{G_1} + \frac{3-4\nu_2}{G_2}} \right) \quad (6)$$

G_1, G_2 および ν_1, ν_2 はそれぞれ界面の上側, 下側の横弾性係数およびポアソン比である。式 (5) 中の $\bar{\sigma}_{ij}$ は文献 9) の付録に与えられている。 K_1 と K_2 は J 積分と次の関係にある。

$$J = \frac{\frac{1-\nu_1}{G_1} + \frac{1-\nu_2}{G_2}}{4\cos h^2 \pi \varepsilon} (K_1^2 + K_2^2) \quad (7)$$

なお, 均質材に対しては式 (5) の代わりに平面ひずみ状態における均質材中の弾性特異場の変位 (モード I) を境界条件として与えた。

3 解析結果

以下では, 次のような無次元表示によって解析結果を示すこととする。

 Fig. 2. Plastic zones under $\bar{J}=0.32$.

(a) Hydrostatic stress.

(b) Shear stress.

 Fig. 3. Radial distributions of stresses at $\theta=15^\circ$ under $\bar{J}=0.32$.

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{ij} &= \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_{y1}}, \quad \bar{u}_i = \frac{u_i}{d_0}, \quad \bar{x}_i = \frac{x_i}{d_0}, \quad \bar{r} = \frac{r}{d_0} \\ \bar{K} &= \frac{K d_0^{1/2}}{\sigma_{y1} \sqrt{d_0}}, \quad \bar{J} = \frac{J}{\sigma_{y1} d_0} \end{aligned} \quad (8)$$

3.1 塑性域形状

(a) Hydrostatic stress.

(b) Shear stress.

 Fig. 4. Angular distributions of stresses at $\bar{r}=28.7$ under $\bar{J}=0.32$.

Fig. 2 に $\bar{J}=0.32$ (き裂進展開始前) における塑性域を示す。材料対 1 (下側が剛体) の上側における塑性域は他の材料対の塑性域よりも著しく大きいこと、および材料対 2 ($\sigma_{y2}=2\sigma_{y1}$) の上側における塑性域は均質材における塑性域 (図には上側の塑性域のみを示す。下側は対称) とほとんど一致していることがわかる。また、材料対 1 では塑性域が $\theta \approx 45^\circ$ の方向に発展しているのに対して、材料対 2 および均質材では $\theta \approx 70^\circ$ に発展している。これらの方向は後に Fig. 4 (b) で示すように最大せん断応力の方向と大略一致している。

3.2 応力分布

Fig. 3 (a) および (b) に $\bar{J}=0.32$ における静水圧応力 $\bar{\sigma}_{kk}/3$ およびせん断応力 $\bar{\tau}_{r\theta}$ の $\theta=15^\circ$ 方向における半径方向分布を示す。いずれの材料対に対しても $\bar{\sigma}_{kk}/3$ は $\bar{r} \approx 2$ にピークを持っており、ピークの高さは材料対 2 ($\sigma_{y2}=2\sigma_{y1}$) が最も大きいことがわかる。これに対して $\bar{\tau}_{r\theta}$ は $\bar{r}$ の全範囲にわたって材料対 1

Fig. 5. Angular distributions of void volume fraction at $\bar{r}=0.96$ under $\bar{J}=0.32$.

(下側が剛体) がもっとも高い値を持っており, Fig. 2 の塑性域の大きさとよく対応している.

Fig. 4 (a) および (b) に $\bar{J}=0.32$ 時の $\bar{r}=28.7$ における $\bar{\sigma}_{kk}/3$ および $\bar{\tau}_{r\theta}$ の円周方向分布を示す. $\bar{\sigma}_{kk}/3$ および $\bar{\tau}_{r\theta}$ の両方とも材料対 2 と均質材の間に大差がないのに対して, 材料対 1 では他と異なった分布を示している. $\bar{\tau}_{r\theta}$ のピークの位置は材料対 1 では $\theta=45^\circ$, 材料対 2 および均質材では $\theta=70^\circ$ であり, Fig. 2 の塑性域の発展方向と一致している.

3・3 微小空孔の体積率分布

Fig. 5 に $\bar{J}=0.32$ 時の $\bar{r}=0.96$ ($\bar{r}$ は変形前の値) における微小空孔の体積率 f の円周方向分布を示す. f の最大値は材料対 2, 材料対 1, 均質材の順に高く, Fig. 3 (a) の静水圧の大きさの順と一致していないことがわかる. これはひずみ履歴やせん断応力が f の分布に関与しているためと考えられる.

3・4 き裂進展開始時の $\bar{J}$ 値およびき裂開口量

2・1 節で述べたようにある要素内で微小空孔の体

Fig. 6. Crack opening profiles at crack initiation.

積率 f が f_F に達するとその要素の応力伝達能力が 0 になるとして, その要素を空洞とした. いずれの材料対においても, き裂先端から少し離れた要素がまず空洞化し, 荷重をさらに増加させることにより, き裂先端と空洞との間のリガメントが空洞化してき裂の進展が生じた. こうしてき裂の進展が生じた時の $\bar{J}$ の値を $\bar{J}_{ic}$ とした. これらの値は以下の通りであった.

材料対 1 (下側が剛体): $\bar{J}_{ic}=0.533$

材料対 2 ($\sigma_{y2}=2\sigma_{y1}$): $\bar{J}_{ic}=0.340$

均質材: $\bar{J}_{ic}=5.289$

材料の組合せにより $\bar{J}_{ic}$ の値が大幅に変化することがわかる. $\bar{J}_{ic}$ 値の大きさの順序は Fig. 5 に示した微小空孔の体積率の順序とよく対応している.

き裂進展開始時におけるき裂の開き状態を Fig. 6 に示す. 材料の組合せの違いによる限界き裂開口量は $\bar{J}_{ic}$ ほどには著しくないことがわかる.

(a) Material pair 2 ($\sigma_{y2}=2\sigma_{y1}$).

(b) Homogeneous material.

Fig. 7. Crack growth path.

3・5 き裂進展経路

Fig. 7(a) および (b) にそれぞれ材料対 2 および均質材において空洞化した要素を黒く塗りつぶして示す。黒く塗りつぶされた部分はき裂の進展経路を模擬している。材料対 1 の場合は材料対 2 (Fig. 7(a)) とほぼ同様であった。異材界面き裂においては新しいき裂は変形しやすい材料中を界面上にわずかな材料を残しながら界面のごく近くを進展している。均質材においてはき裂先端から±約 30° の二方向に進展するという結果が得られた。実際には材料中のわずかな不均一性による非対称性のために新しく生じたき裂面は凹凸のある面 (二次元的にはジグザグした面) となるが、解析では対称性を課したためにこのような結果が得られたと考えられる。

4 結 言

界面き裂からのき裂進展の有限要素シミュレーションを行った。小規模降伏状態を仮定し、界面のはく離強度は大きいとした。多孔質弾塑性体に対する Gurson の構成式を用い、塑性変形の途中において発生・成長した微小空孔の体積率が限界値に達した要素を空洞化することにより、き裂進展を模擬した。得られた主な結果は以下の通りである。

(1) 界面き裂の J_c 値 (き裂進展開始時の J 積分値) は均質材中のき裂に比べて大幅に低い。

(2) き裂は変形しやすい材料中を界面上にわずかな材料を残しながら界面のごく近くを進展する。

今後は実験との比較・検討が必要と考えられる。

本研究は著者の 1 人が日本学術振興会の援助により長期外国人招へい研究者として滞日した間に行われた。また、本研究は EPI プログラムの一環として行われたものであり、研究にあたり日本の関連会社、USNRC および Martin Marietta Energy System Inc. (Subcontract No. 19X-SD561V) の援助を得た。ここに、これらの援助に対して謝意を表す。

(平成 3 年 9 月 25~27 日 第 6 回破壊力学シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) A. Needleman, J. Appl. Mech., **54**, 525 (1987).
- 2) A. G. Varias, N. P. O'Dowd, R. J. Asaro and C. F. Shih, Metal-Ceramic Interface, Acta-Scripta Metallurgica Proceedings Series (Santa Barbara), **4**, 375 (1990).
- 3) V. Tvergaard and A. Needleman, Acta Metallurgica, **32**, 157 (1984).
- 4) 菊池正紀, 宮本 博, 大豊浩史, 黒田基文, 日本機械学会論文集, A-**56**, 589 (1990).
- 5) A. L. Gurson, J. Eng. Mat. Tech., **99**, 2 (1977).
- 6) 青木 繁, 岸本喜久雄, 竹谷昭彦, 坂田 勝, 日本機械学会論文集, A-**50**, 1201 (1984).
- 7) V. Tvergaard, Int. J. Fract., **17**, 389 (1981).
- 8) A. Needleman and J. R. Rice, "Mechanics of Sheet Metal Forming", p. 237 (1978) Plenum Publishing Co., New York
- 9) C. F. Shih and R. J. Asaro, J. Appl. Mech., **55**, 299 (1988).