信頼性工学の基礎

Fundamentals of Reliability Engineering

まえがき

信頼性の始まりは1本の真空管から、とはよく耳にする言葉である。第2次世界大戦当時、真空管が先端電子素子として重要な役割を担っていた頃、真空管を多数用いた高度の電子装置を持つ戦略爆撃機は極めて重要な兵器であったが、その平均故障間隔の短さはパイロットに恐怖を与え、満足に作動するものが多い状態はゆゆしき大問題を惹起した。そこで、戦後、米国国防総省では電子装置の信頼性に関する体系的、势力的な研究が進められ、1957年に有名なAGREE報告書が提出されるに及んで、信頼性工学の基礎が確立された。引続く60年代は、アポロ計画の推進と相まって、信頼性工学が大きく花開く時代となった。

信頼性研究はこのように電気・電子工学の分野で進展が著しかったが、一方、構造信頼性に関しては、40年代に米国コロンビア大学のA. M. Freudenthal教授により破壊確率という概念を用いた信頼性理論が提唱され、69年に第1回構造物の安全性および信頼性に関する国際会議(ICOSSAR '69)が彼の主導の下に米国ジョージ・ワシントン大学で開催されて以来、日増しにその重要性が認識され、77年の第2回会議(ミュンヘン工科大学)以降4年に1回の定期的開催が約束され、第3回会議(81年、ノルウェー工科大学)、第4回会議(85年、神戸国際会議場)、第5回会議(89年、サンフランシスコ)を経て、本年8月には第6回会議がインスブルック大学で開催予定であり、発表論文数も回を追うごとに多くなって来ている。

原子力プラント、橋梁構造物、新幹線、船舶、航空機など、いずれもその利便性ゆえにわれわれの生活には不可欠な高性能、高速、大規模な機械・構造システムであり、それらの故障・破壊は直接・間接に多くの人命に関与し、また思いもかけない不便をもたらすことにもなりかねず、安全性や信頼性に対する社会的関心はますますの高まりを見せてきているのが現状である。このような背景を踏まえて、本信頼性工学部門委員会で、昭和50年の創設以来、シンポジウムの開催、委員会活動、分科会活動等を活発に行い、信頼性の啓蒙活動にも積極的に取り組んできたところである。第70回委員会(平成3年5月開催)においては、種々議論の結果、本講座を委員会企画として以下の内容および担当者で7回にわたって連載執筆することとなった。

1. 信頼性工学的データ処理法	石川 浩 [◎] , 鶴井 明, 下河 利行
2. 材料強度の統計的性質	西島 敏 [◎] , 酒井 達雄, 戸梶 恵郎
3. 荷重の統計的性質	石川 浩 [◎] , 座古 勝, 水谷 守, 久保 雅邦
4. 確率的破壊力学	中川 隆夫 [◎] , 市川 昌弘, 酒井 信介
5. 構造・システム信頼性	室津 義定 [◎] , 福田 武人, 岡田 博雄
6. 新材料の信頼性評価	前川善一郎 [◎] , 谷本 敏夫, 岡部 永年
7. 信頼性支援技術	座古 勝 [◎] , 福田 収一, 古田 均

なお、各回の表題は場合によっては変更もあり得る。また、できるだけ多くの委員の英知を結集するため、各回の執筆担当者は原則として専門分野の3人で共同執筆することとし、調整は各回の執筆責任者(◎印)が当たることとした。多忙な中に原稿執筆を快諾賜った委員各位に、この機会をお借りして、深甚なる謝意を表しておきたい。さらに、第3回講座を執筆予定の久保雅邦委員には昨年5月に急逝された。委員会活動に限りなき情熱を傾けられた同氏のご冥福を心からお祈り申し上げる次第である。

最後に、本講座は、故西村昭委員長のご遺志を受継ぎ、専門家のための高度なものではなく、初心者にも分かり易い平易なものとするよう最大限の努力を尽くす予定である。委員会の当初の目論見が的確に果たせるよう、草葉の陰から故西村昭委員長があの柔和な笑顔を浮かべてやさしく見守ってくれを祈って止まない。合掌。

1. 信頼性工学的データ処理法

—設計許容値を導く手順について—[†]

石川 浩* 鶴井 明** 下河利行***

Reliability-Based Data Processing

— Computational Procedures for Design Allowable Values —

by

Hiroshi ISHIKAWA*, Akira TSURUI** and Toshiyuki SHIMOKAWA***

Key words: Reliability-based data processing, Design allowable value, Weibull distribution, Extreme value distribution, Elimination of outliers, Composite materials

1 はじめに

構造用材料の強度や寿命は全く同一の負荷条件下においてすら画一的な値を示すものでは決してなく、本質的に非決定論的なものであり、また負荷される荷重も多くの場合ランダムな性質を有したものである。したがって、合理的な設計は両者の結合事象的考察の下に慎重になされる必要がある。^{1)~5)}

さて、構造用材料の静強度や疲労強度のデータを導く目的は、材料を開発する立場とそれを使用する立場とでは大きく異なる。すなわち、開発する立場では試行的に生み出された材料に関していくつかの代表的条件下における傾向や可能性を把握すればよいから、数個の試験片による試験により、平均値あるいは最大値を求めれば、多くの場合は十分に目的が達せられるであろう。その代わりに、種々の条件を変化させて数多くの試作を繰返し、その中から有望なものを見出すという作業を必要とする。

一方、実用的な立場から考えてみると、大きな可能性があると選択した材料の優れた特徴を生かしながらも、製品に十分な安全性と信頼性を作り込む必要がある。したがって、設計の前に材料強度に関する十分な信頼性評価を実施する必要がある。すなわち、まず有望とされた数種の候補材料について、実用的に重要ないくつかの代表的条件における試験を実施し、候補材料を絞り込む。さらに、絞り込まれた材料に関して、想定する製品の実用的なありとあらゆる場合についての試験を行い、これらすべてに合格して初めて実用化の入口に立つことができる。

使用材料を選択できれば、この後さらに具体的設計のための設計許容値を導くという作業が待っている。NASA CR 3130, "Hypersonic Airframe Structures Technology Needs and Flight Test Requirements"⁶⁾によれば、機械特性のデータとしては、金属材料および複合材料とも概念設計の段階では代表値が知られていれば可能であるが、基本設計段階に入ると第3章に後述するB許容値が必要となり、詳細設計段階ではA許容値やS許容値（いずれも後述）が必要となる。特に確率・統計的なデータ処理を信頼性工学的データ処理と考えれば、このような手法が必要となるのは、これらA許容値やB許容値を導く段階である。

以下では、材料強度データの信頼性評価の重要性について論じるとともに、信頼性工学的データ処理法の一例として、設計許容値を統計的に導く手順について説明する。なお、この手順は新材料の代表として複合材料を想定したものであるが、他の材料の場合にも同様の手法が適用可能であることを付記しておく。

2 材料強度に関する信頼性評価の重要性

ある一面で優れた新材料が開発されると、開発者はその優れた特徴を大きく宣伝するために、すぐにでも既存の材料に取って代ることが可能であるかのごとく報道され、世間ではそのように錯覚するのが一般である。しかしながら、新材料を使用して製品を設計した経験のある技術者なら、実用化がそんなに容易ではないことをよく認識しているであろう。この点を以下に強調しておく。

上述のように、設計者は新しく開発された材料を使

[†] 原稿受理 平成5年2月15日 Received Feb. 15, 1993

* 正会員 香川大学経済学部情報管理学科 〒760 高松市幸町, Dept. of Information Sci., Kagawa Univ., Saiwai-cho, Takamatsu, 760

** 正会員 京都大学工学部数理工学科 〒606-01 京都市左京区吉田本町, Dept. of Applied Mathematics & Physics, Kyoto Univ., Sakyo-ku, Kyoto, 606-01

*** 正会員 航空宇宙技術研究所機体部 〒181 三鷹市大沢, National Aerospace Lab., Osawa, Mitaka, 181

用して製品に優れた性能を与えると同時に、高い安全性と信頼性を作り込まなければならない。そのためには、実用の際のあらゆる場面や条件を想定した種々の試験を行ってこれらに合格し、さらに設計許容値が得られて初めて製品の詳細設計に入ることができる。このためには、その材料は、

- (1) 強度に関するばらつきの小さい材料に成熟していること。
- (2) 低い強度領域に特異値が出ないこと。
- (3) 各種の環境や荷重条件下における問題点が克服されていること。
- (4) 高い設計許容値が得られていること。

さらには

- (5) 製品への加工問題も解決されていること。

などが必要である。

一方、材料評価を実施する側に立つと、新材料の試験に関しては試験片の単価が高価であるばかりでなく試験の種類も多いことから、資金、人員、時間の負担が大きく、さらに材料の試験方法あるいは製品への加工方法にも開発の要素のあることが多い。したがって、実用化のための信頼性評価は世間で考えられているほど容易ではない。すなわち、新材料の信頼性評価は開発に劣らず膨大で高価な作業である。

もう一つ材料開発から見た重要な側面は、実用化にはタイミングがあることである。新材料が余りに早く開発されると、需要が喚起されずに、つまり十分な信頼性評価の機会を与えられることなく消えて行ってしまうことがある。また、開発された時点ではタイミングがよくても、実用化のための信頼性評価が遅れると、一般的には評価の完了した材料から使用されるようになり、後から評価が完了した材料については、少々の改善ではなかなか代替されなくなる。

以上のように、タイムリーかつ十分な信頼性評価をすべて完了して、初めて製品の一部に使われることになる。もちろん、その材料が使われる構造部分の重要度により必要な評価試験の程度が異なることは当然である。

3 MIL-HDBK-5F による A, B, S 許容値、および代表値の定義

A, B, S 許容値、および代表値 (typical basis) は MIL-HDBK-5F⁷⁾ に定義されているが、その内容は以下の通りである。

A 許容値とは、少なくとも母集団の 99 パーセントの値が信頼水準 95 パーセントの下で越えるような値であり、B 許容値とは、少なくとも母集団の 90 パーセントの値が信頼水準 95 パーセントの下で越えるような値である。また、S 許容値は規格や仕様書で定められた最低値を示すものであり、代表値は平均値で

ある。

これらの中で S 許容値と代表値に関しては、統計的な保証をする必要はない。A 許容値と B 許容値に関しては統計的に導く必要がある。これらの許容値を導く方法としては種々の方法がある。分布形を仮定すれば少ない試験個数でもこれらの許容値を数値として導くことができる。しかしながら、少ない試験個数では低い許容値しか得られないので、試験個数としては 2 項分布の最小値を表す関係式から導かれる個数—A 許容値には約 300 個、B 許容値には約 30 個—が必要最小個数と考えられている。

4 設計許容値を導く手順

ここでは、対象とする材料の例として複合材料を想定し、設計許容値として複合材料静強度の B 許容値を導く手順について考えてみるが、A 許容値についても、手法的には全く同一と考えてよい。なお、以下に述べる手法は MIL-HDBK-17B, "Polymer Matrix Composites, Vol. I, Guidelines" (1988年版⁸⁾) を基にして、著者らがそれに一部修正を加えたものである。修正を加えた理由は、MIL-HDBK-17B の執筆者の主観が強く反映されていると思われる点があるためと、不十分な点があること、並びにこのハンドブックに記述されている方法以外の方法が一般的と思われる点も存在するためである。なお、MIL-HDBK-17B は軍用機や民間輸送機の複合材構造設計のために設計許容値を計算するためのガイドラインとして使用されているものである。

以下の手順において必要な統計的手法についての詳細は紙幅の制約から省略するが、名称と詳細な参考文献を挙げておくので、適宜それを参照されたい。

4・1 検討の対象とする統計的分布

統計的分布形としては、特殊な場合を除けば、母数の平均化が容易でかつ物理的意味の明確な 2 母数分布が採用されている。ここでは、正規系として正規分布と対数正規分布、ワイブル系として極値分布 (最小値の 2 重指数分布) と 2 母数ワイブル分布の 4 種類を対象とする。なお、MIL-HDBK-17B では極値分布を除いた 3 種類の分布を対象としている。これらのいずれにも適合しない場合には、3 母数の対数正規分布あるいはワイブル分布も考え得るが、取扱いが複雑になるので本講座では対象としない。その代わりに、上記 4 種類の 2 母数分布にあてはまらない場合はノンパラメトリックな取扱いを採用するものとする。

さて、確率変数を X で表すものとして、4 種類の分布形における密度関数あるいは累積分布関数を以下に示す。

4・1・1 正規系の分布

a. 正規分布

とワイブル系の分布を比較して論じる場合には、正規分布と極値分布、対数正規分布と2母数ワイブル分布がそれぞれ対応することを認識する必要がある。

である.

$Y = \log X$ とし、 Y の平均を μ_L 、標準偏差を σ_L とすれば、式 (1) において x 、 μ 、 σ の代わりにそれぞれ y 、 μ_L 、 σ_L と置くことにより、対数正規分布の密度関数 $f_L(y)$ が得られる。

a. 極值分布

$$F_E(x) = 1 - \exp[-\exp\{(x-u)/b\}] \quad (2)$$

b. 2母数ワイブル分布

$$F_w(x) = 1 - \exp \{ -(x/\beta)^\alpha \} \quad (3)$$

以上のように、ワイブル系における極値分布と2母数ワイブル分布の関係は正規系における正規分布と対数正規分布の関係と同様の関係にある。また、正規系

B 許容値を導くために必要な試験データの構成として、MIL-HDBK-17B では少なくとも5パッチおよびパッチ当たりの6個の計 $5 \times 6 = 30$ 個の測定値という数値を与えている。また、複数のメーカーにまたがる場合には、少なくとも3メーカー、各3パッチ、および各パッチ当たり6個の計 $3 \times 3 \times 6 = 54$ 個の測定値が必要としている。ただし、この場合には標準の材料と成形硬化過程が決められていることを要する。なお、統計的に導かれる設計許容値は標本の大きさ（標本寸法）の関数であるから、データ数の多いほど高い許容値が得られる。また、ばらつきが小さいほど高い許容値が得られることになる。

(3) 単一バッチ内における特異値の検出を行う。こ

の訳は、このような特異値の存在が母数の推定や分布形のあてはめに大きな影響を及ぼすからである。このためには最大正規化残差法（有意水準^{8),10)}5%）を用いる。もし、特異値が検出されたならば、データの書込みエラーのような場合はそれを修正し、試験条件に問題があるような場合にはそれを除外するというような処理を行う。ただし、原因が不明の場合にはデータ内に留めておく必要がある。

(4) 単一の標本と見なされたデータに対して、4種類の分布形に対する適合度検定を行い、それぞれ適合する分布形に振分ける。また、これらいずれにも適合しない場合にはノンパラメトリックな取扱いに分類する。この部分が MIL-HDBK-17B と大きく異なる点である。MIL-HDBK-17B では、2 母数ワイブル分布、正規分布、対数正規分布と順次適合度を検定することにしており、適合する分布形が現れるとそれ以上の検定は行わない。なお、適合度検定には修正コルモゴロフ・スミルノフ統計量¹¹⁾やアンダーソン・ダーリング統計量^{8),12)}を使用する。

(5) 正規分布の場合、標本平均と標本標準偏差を計算し、片側許容限係数¹³⁾を使用して B 許容値を計算することができる。

(6) 対数正規分布の場合、測定値を対数変換して標本平均と標本標準偏差を計算し、正規分布の場合と同様に対数による B 許容値を求め、これを真数に直すことで計算することができる。

(7) 極値分布の場合、最良線形不偏推定量あるいはメジアンランクと最小 2 乗法の組合せにより母数を推定した場合には、母数と母数推定量を組合せたピボット量の統計分布による数表を使用して B 許容値を導くことができる。また、最尤法により母数を推定した場合には、下記の 2 母数ワイブル分布の場合と同様に母数既知とした取扱いによる B 許容値を導くことができる¹⁵⁾。

(8) 2 母数ワイブル分布の場合、上記の極値分布の場合と同様に母数を推定した場合、同様な数表¹⁴⁾を使用して B 許容値を導くことができる。最尤法により母数を推定した場合には、母数既知とした取扱いによる B 許容値を導くことができる。

(9) ノンパラメトリックな取扱いが必要な場合、データの数⁸⁾が 29 以上かどうかにより振分けを行う。

(10) ノンパラメトリックな方法により、B 許容値に該当する順位の値を採用する。B 許容値に対応する順位は 2 項分布の公式を利用して決めることができる⁸⁾。なお、MIL-HDBK-17B では測定値の個数が 29 未満の場合にもハンソン・クープマンの方法^{8),17)}により B 許容値を計算できるとしている。ただし、これによる B 許容値は勧めないとしている。

(11) データが複数のバッチからなる場合、各バッチごとのデータに対して上記ステップ(3)で実施したような特異値の検定を実施する。

(12) 各バッチからのデータに変動が有るかないかの検定を行う。すなわち、ひとつの標本と見なしてよいかどうかの判定を行う。これには k 標本アンダーソン・ダーリング検定^{8),18)}を使用する。

(13) 各バッチからのデータそれぞれが正規分布にあてはまるか否かの検定を実施する。これは上記ステップ(4)のように、修正コルモゴロフ・スミルノフ統計量あるいはアンダーソン・ダーリング統計量を使用して検定できる。なお、MIL-HDBK-17B のフローチャートではこのステップを省略している。

(14) 等分散の検定を実施する。これはバートレットの方法¹⁹⁾やレーマンの方法^{8),20)}等を用いて行うことができる。

(15) 等分散性を採択されたデータに対して、一元配置の分散分析 (ANOVA; Analysis of Variance) により、B 許容値^{8),21),22)}を導く。なお、ステップ(12)から(15)までの方法は、単純に一元配置の分散分析で代替してもよいであろう。

(16) このステップにステップ(3)、(9)、(11)、(12)、(13)から到達したケースについて、標準モデルから外れた理由、および特異値が出現した理由の検討を行う。特異値に対する検討の後、ステップ(3)で述べたように、それぞれに応じた対策を施す。

(17) 確率紙にデータをプロットして目視により直感的に検討する。すなわち、本ステップから向けられた先のステップ(2)、(3)、(10)、(11)、(12)において、CRT 上に上記した 4 種類の分布形に対応する確率紙の座標を準備し、データを打点して分布傾向を直感的に把握し検討する。もちろん、推定された母数を使用して分布関数を描くことも含むものとする。これは、定量的検定の数値だけに頼らないためにも是非とも必要な操作である。なお、データを確率紙上にプロットする際には、4 種の分布形で共通の方法を採用するものとして、メジアンランクを使用することが勧められる。

以上のようにして、B 許容値はステップ(5)~(8)、(10)、あるいは(15)で導かれる。

5 考 察

軍用機の複合材構造の設計に使用する B 許容値は、引用した MIL-HDBK-17B に準拠した方法で導けば無難であろう。しかしながら、ミル・ハンドブックはよりよい方法が出現すれば、比較的容易に書換えられる傾向がある。したがって、本講座で示した方法は一つの修正案でもある。なお上記の手順においては、通常の確率・統計学の教科書には見られない手法をかなり多く使用していることがわかる。したがって、これらに関する詳細な解説が是非とも必要であると考えら

れるが、これについては別の機会に譲ることにする。
また、上記した解析方法以外の方法を使用してももちろん構わない。ただし、その場合には、その方法の性質を十分に把握して使用することが大切である。

6 おわりに

本講座では、信頼性工学的データ処理法の一例として、複合材料強度のB設計許容値を導く場合を想定し、その手順について概説した。その他の許容値の場合にも取扱いは同様である。確率・統計的手法を援用した上記手順はそのためのコンピュータ・プログラムを開発することによって誰にでも容易に実施することが可能となる。そのための手法のプログラム化が今後の重要課題であり、近い将来その開発が図られることが期待される。

参考文献

- 1) 石川 浩, 材料, **24**, 344 (1975); 477 (1975); 563 (1975); 693 (1975); 783 (1975); 914 (1975); 993 (1975); 1072 (1975).
- 2) 石川 浩, 鶴井 明, 材料, **31**, 736 (1982).
- 3) 石川 浩, 鶴井 明, 日本機械学会論文集, A-50, 1309 (1984).
- 4) 鶴井 明, 石川 浩, 日本機械学会論文集, A-51, 31 (1985).
- 5) 鶴井 明, 石川 浩, 日本機械学会論文集, A-51, 17 (1985).
- 6) MIL-HDBK-5F, "Metallic Materials and Elements for Aerospace Vehicle Structures" (1990) Department of Defense, USA
- 7) J. E. Stone and L. C. Koch, "Hypersonic Structures Technology Needs and Flight Test Requirements" (1979) NASA CR 3130, NASA
- 8) MIL-HDBK-17B, "Polymer Matrix Composites, Vol. I. Guidelines" (1988) Department of Defense, USA
- 9) G. W. Snedecor and W. G. Cockran, Statistical Methods, 7th Ed., p. 252 (1980) The Iowa State University Press
- 10) W. Stefansky, "Rejecting Outliers in Factorial Designs," Technometrics, **14**, 469 (1972).
- 11) 下河利行, 材料, **39**, 45 (1990).
- 12) J. F. Lawless, Statistical Models and Methods for Lifetime Data, 150, 452 (1982) John Wiley & Sons
- 13) 山内二郎他編, 統計数値表, JSA-1972 (1972) 規格協会
- 14) 下河利行, 材料, **41**, 1446 (1992).
- 15) T. Shimokawa, "Probabilistic Approach to the Certification for Fatigue Durability of Composite Structures," Aeronautical Fatigue in the Electronic Era, Proc. 15th ICAF Symp., EMAS, p. 471 (1989).
- 16) I. C. Whittaker and P. M. Besuner, Technical Report AFML-TR-69-65, Air Force Materials Laboratory, Wright-Patterson AFB (1969).
- 17) D. L. Hanson and L. H. Koopmans, Annals of Math. Stat., **35**, 1561 (1964).
- 18) F. W. Scholz and M. A. Stephens, "K-Sample Anderson-Darling Tests of Fit, for Continuous and Discrete Cases," Submitted to J. Amer. Statist. Assoc.
- 19) 近藤良夫, 舟阪 渡, "技術者のための統計的方法", 129 (1967) 共立出版
- 20) E. L. Lehmann, Testing Statistical Hypotheses, p. 274 (1959) John Wiley & Sons
- 21) G. H. Lemon, "Factors for One-Sided Tolerance Limits for Balanced One-Way-ANOVA Random Effects Model," J. Amer. Stat. Assoc., **72**, 682 (1977).
- 22) R. W. Mee and D. B. Owen, "Improved Factors for One-Sided Tolerance Limits for Balanced One-Way ANOVA Random Model," J. Amer. Stat. Assoc., **78**, 901 (1983).