面内偶力と集中力を受ける異材接合部の破壊条件†

奥村 幹也* 長谷部 宣男** 中村 卓次***

Cracking and Debonding at the Tip of Dissimilar Half-planes under Coupling and External Forces

by

Mikiya OKUMURA*, Norio HASEBE** and Takuji NAKAMURA***

A bi-material problem is analyzed for bonded dissimilar two half-planes using a rational mapping function and complex stress functions. The half-planes are bonded in the finite length with cracks and subjected to coupling force and external force applied at infinity. The cracks have the same length at an end of the interface and perpendicular to the interface in each material. This analytical model can be used for the investigation of the crack initiation from the interface debonding tip. The stress analysis is carried out and the stress distribution and stress intensity factors are obtained. By focusing on an interface debonding tip, it is possible to decide analytically the fracture phenomena. The conditions of occurrence of debonding extension and crack branching are examined under different coupling and external forces for various material constants.

Key words: Interface, Crack, Stress analysis, Dissimilar materials, Stress intensity factor

1 緒 言

近年、種々の形状や荷重に対する異材接合問題が積極的に解析されている¹⁾。本論文では、材料定数の異なる2つの半平面が有限部で接合され、その一端から2つの半平面に同じ長さのクラックが発生した形状の平面問題を解析する。これは、接合部の一端からクラックが発生した直後の状態の解析に利用できる。解析には複素応力関数と有理写像関数を用いる。有理写像関数に対応した一般解^{2)~4)}を利用して、接合部に垂直な集中力を荷重とする解を求める。無限遠に集中力を作用させて得られた解は、クラックの存在により、その作用線が接合部の中心から偏心した解として得られる。無限遠に集中偶力が作用する解²⁾との重合せにより偏心の無い解が得られる。応力分布および応力拡大係数をいくつかのクラック長さや材料定数に対して求める。材料中に分岐した短いクラックについては詳細に応力拡大係数を求め、はく離先端からの材料中へのクラックの発生条件、および界面はく離先端を起点とした破壊現象、すなわち、界面に沿った進展と材料中への分岐に関して考察する。

2 解析手法

解析モデルを Fig. 1(a) に示す。材料定数が異なる2つの半平面の有限部が接合されている。接合部の一端からそれぞれの材料中に等しい長さのクラックが界

面に垂直な方向に発生している。上半平面を材料1、下半平面を材料2と呼ぶ。これら2つの半平面は接合線に関して対称であるから、材料1を接合線に関して回転して得られた半平面の形状は材料2に一致し (Fig. 1(b))、これらの半平面の単位円 (Fig. 1(c)) への写像関数は一致する。Fig. 1(a) の接合線上の点 $X_1 = X_2$ は、Fig. 1(b) では点 $x_1 = x_2$ に対応し、接合線上の境界条件は材料1、2とも単位円上で同一変数 $\sigma (=t_j)$ により表される。 $j=1, 2$ はそれぞれ材料1、2を表す。

縁に長さ b のクラックを有す半平面の単位円への写像関数は、まず Schwartz-Christoffel の変換式を用いて無理型の写像関数を求め、無理関数 $\sqrt{1+\xi^2}$ を Maclaurin 展開し、その係数から離散的に有限個を取出し、収束性および計算効率が良い有理型写像関数を次式の形で得る^{5), 6)}。

$$\begin{aligned} z_j &= -ib\sqrt{2} \frac{\sqrt{1+\xi^2}}{1-\xi} + C \\ &\approx \frac{-ib\sqrt{2}}{1-\xi} \left\{ 1 + \sum_{i=1}^{N/2} \left(\frac{-A_i}{1+\alpha_i\xi^2} + A_i \right) \right\} + C \\ &= \frac{E_0}{1-t_j} + \sum_{k=1}^N \frac{E_k}{\xi_k - t_j} + E_c \equiv \omega(t_j) \end{aligned} \quad (1)$$

本解析では $N=24$ の関数を用いる⁷⁾。記号や添字は、Fig. 1(a) に大文字を、Fig. 1(b) に小文字を用いる。外

† 原稿受理 平成5年12月20日 Received Dec. 20, 1993

* 正会員 東急建設(株)技術本部 〒150 東京都渋谷区渋谷, Tokyu Construction Co. Ltd., Shibuya-ku, Tokyo, 150

** 正会員 名古屋工業大学社会開発工学科 〒466 名古屋市昭和区御器所町, Dept. of Civil Eng., Nagoya Inst. of Tech., Showa-ku, Nagoya, 466

*** 名古屋工業大学社会開発工学科 〒466 名古屋市昭和区御器所町, Dept. of Civil Eng., Nagoya Inst. of Tech., Showa-ku, Nagoya, 466

力, 応力, 変位には次の関係がある.

$$\begin{aligned} P_{x1} &= p_{x1}, \quad P_{y1} = -p_{y1}, \quad P_{x2} = p_{x2}, \quad P_{y2} = p_{y2} \\ \sigma_{x1} &= \sigma_{x1}, \quad \sigma_{y1} = \sigma_{y1}, \quad \tau_{xy1} = -\tau_{xy1} \\ \sigma_{x2} &= \sigma_{x2}, \quad \sigma_{y2} = \sigma_{y2}, \quad \tau_{xy2} = \tau_{xy2} \\ U_1 &= u_1, \quad V_1 = -v_1, \quad U_2 = u_2, \quad V_2 = v_2 \end{aligned} \quad (2)$$

Dundurs 定数 α_D, β_D は材料 j の材料定数を用いて次式で表される.

$$\begin{aligned} \alpha_D &= \frac{(\kappa_1 + 1)\Gamma - (\kappa_2 + 1)}{(\kappa_1 + 1)\Gamma + (\kappa_2 + 1)}, \\ \beta_D &= \frac{(\kappa_1 - 1)\Gamma - (\kappa_2 - 1)}{(\kappa_1 + 1)\Gamma + (\kappa_2 + 1)} \end{aligned} \quad (3)$$

ここで, $\Gamma = \mu_2/\mu_1$, μ_j はせん断弾性係数, ν_j は Poisson 比, κ_j は ν_j の関数で, 平面ひずみ問題では, $\kappa_j = 3 - 4\nu_j$, 一般化した平面応力問題では $\kappa_j = (3 - \nu_j)/(1 + \nu_j)$ である.

本解析では接合部を境界 M , 残りを境界 L_j と表す.

(a) Analytical model.

(b) Half-planes for stress functions.

(c) Mapped planes.

Fig. 1. Analytical model, half-planes and mapped planes.

L_j 上の境界条件は外力 p_{xj}, p_{yj} で, M 上の境界条件は応力と変位の連続条件で与えられる. 求めるべき応力関数 $\phi_j(t_j)$ の式 (1) で与えられる有理写像関数に対する一般解は, 次式で与えられる.

$$\begin{aligned} \phi_1(t_1) &= H_1(t_1) + \frac{1}{1+\mu} \left[-\sum_{k=1}^N \left[1 + \frac{\mu\chi_1(t_1)}{\chi_1(\xi_k)} \right] \frac{\overline{A_{1k}B_k}}{\xi_k - t_1} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=1}^N \left[1 - \frac{\chi_1(t_1)}{\chi_1(\xi_k')} \right] \frac{A_{2k}\overline{B_k}\xi_k'^2}{\xi_k' - t_1} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \phi_2(t_2) &= H_2(t_2) + \frac{\mu}{1+\mu} \left[-\sum_{k=1}^N \left[1 + \frac{\chi_2(t_2)}{\mu\chi_2(\xi_k)} \right] \frac{\overline{A_{2k}B_k}}{\xi_k - t_2} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=1}^N \left[1 - \frac{\chi_2(t_2)}{\chi_2(\xi_k')} \right] \frac{A_{1k}\overline{B_k}\xi_k'^2}{\xi_k' - t_2} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

$$\mu = \Gamma \frac{\kappa_1 + 1}{\kappa_2 + 1} = \frac{1 + \alpha_D}{1 - \alpha_D} \quad (6)$$

定数 A_{jk} は $A_{jk} = \phi_j(\xi_k')$ を実部・虚部に分解した $4N$ 元連立一次方程式を解いて決定される. $\xi_k' \equiv 1/\xi_k$ ($k = 1, 2, \dots, N$) である. $B_k \equiv E_k/\omega'(\xi_k')$ は既知の複素定数である. また Plemelj 関数 $\chi_j(t_j)$ は次式で与えられる.

$$\begin{aligned} \chi_j(t_j) &= (t_j - \alpha)^{m_j} (t_j - \beta)^{1-m_j} \\ m_j &= 0.5 + i \frac{\ln \lambda_j}{2\pi} \equiv 0.5 + i\varepsilon_j \end{aligned} \quad (7)$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{\lambda_2} = \frac{\kappa_2\mu_1 + \mu_2}{\kappa_1\mu_2 + \mu_1} = \frac{1 - \beta_D}{1 + \beta_D}$$

α, β は t_j 平面上の点 D, E に対応する座標である (Fig. 1(c)). $\chi_j(t_j)$ は多価関数で, $\chi_j(t_j)/t_j \rightarrow 1$ ($t_j \rightarrow \infty$) の分岐を選ぶ.

本解析では, 無限遠での集中偶力 M_0 と集中力 P を载荷する. 集中偶力を载荷した解は報告済みで, ここでは集中力を载荷した解を求める. 荷重条件により決まる式 (4), (5) の $H_j(t_j)$ とその 1 階微分は次式で与えられる.

$$\begin{aligned} h_{Lj}(\sigma) &= i \int (p_{xj} + ip_{yj}) ds = -P \text{ on } A_j B_j C_j D \\ &= 0 \text{ on } E A_j \end{aligned} \quad (8)$$

$$H_j(\sigma) = i \int_{L_j} \frac{h_{Lj}(\sigma) d\sigma}{\chi_j(\sigma)(\sigma - t_j)} = \frac{P\chi_j(t_j)}{2\pi i} \int_1^\alpha \frac{d\sigma}{\chi_j(\sigma)(\sigma - t_j)} \quad (9)$$

$$H_j'(t_j) = -\frac{iP\chi_j(t_j)(1-\alpha)(1-\beta)}{2\pi i\chi_j(1)(1-t_j)(t_j-\alpha)(t_j-\beta)} \quad (10)$$

本解析の荷重条件では, 荷重項 $H_j(t_j)$ は次式の関係を満足しているので, 式 (4), (5) で解が与えられる.

$$H_1(t_1) + H_2\left(\frac{1}{t_1}\right) = \text{constant} \quad (11)$$

本解析では, 境界 L_j 上に外力が作用しない部分が存在するので, $\phi_j(t_j)$ は解析接続より次式で表される.

$$\phi_j(t_j) = -\phi_j\left(\frac{1}{t_j}\right) - \frac{\omega\left(\frac{1}{t_j}\right)}{\omega'(t_j)} \phi_j'(t_j) \quad (12)$$

式(10)では, 集中力 P は写像関数で無限遠を表す点 $t_j=1$ に作用している (Fig. 1(c)). Fig. 1(b) では作用線は y_j 軸から距離 e だけ偏心している. 原点周りの合モーメントが反時計回りを正として与えられれば, $Rm^{(j)} = -Pe$ である. 式(4), (5)の応力関数に対し Fig. 1(b)の $Rm^{(j)}$ は次式で表される.

$$Rm^{(j)} = -Re \left[\int_a^\beta \omega(\sigma) \phi_j' \left(\frac{1}{\sigma} \right) \frac{d\sigma}{\sigma^2} + \int_a^\beta \overline{\omega \left(\frac{1}{\sigma} \right)} \phi_j'(\sigma) d\sigma \right] \quad (13)$$

ここで, $Re[\cdot]$ は $[\cdot]$ の実部を表す. P の方向を考慮すると, $Rm^{(1)} = -Rm^{(2)}$ となる.

3 材料定数

Table I の材料を組合わせた Dundurs パラメータ α_D , β_D を Fig. 2 に示す. 多くの組合せが $\beta_D = k\alpha_D$ ($k = 0.25, 0.30, 0.35$) の線形関係を満足するので, 本解析ではこれらの線形関係を用いる. 解析形状および荷重が接合線に関して対称であるので, $\alpha_D \leq 0$ を解析

Table I. Material properties.

Material	Shear modulus μ_j (GPa)	Poisson's ratio ν_j
Fe	81.1	0.30
Ni	76.0	0.31
Al	26.1	0.35
Cu	48.3	0.34
Pb	5.59	0.44
Epoxy resin	1.09	0.35
W	219.0	0.22
Al ₂ O ₃	114.0	0.40
Al ₂ O ₃	148.0	0.22
Si ₃ N ₄	120.0	0.27

Fig. 2. Dundurs parameters; plane stress (○), plane strain (●).

すれば十分である.

4 原点周りの合モーメント

無次元化した合モーメントを次式で定義する.

$$Mr = \frac{Rm^{(1)}}{aP} \quad (14)$$

P が $X < 0$ に作用する場合 $Mr > 0$, $X > 0$ に作用する場合 $Mr < 0$ である.

$\beta_D = 0.3\alpha_D$ の線形関係にあるいくつかの Dundurs パラメータについて Mr を Fig. 3 に示す. クラックの成長に伴い Mr は単調に増加し, 偏心量は $X \leq 0$ の方向で増大する. クラック発生前には荷重と形状の対称性から $Mr = 0$ である. 材料定数の Mr への影響は小さい.

Fig. 3. Dimensionless resultant moment on the interface; $\beta_D = 0.3\alpha_D$.

以降の解析結果は, $Rm^{(j)} = 0$ すなわち偏心量 $e = 0$ で集中力が Y 軸上に作用する場合を考察する. この解は式(13)で与えられる $Rm^{(j)}$ を打ち消すように, 無限遠で集中偶力 $-Rm^{(j)}$ を与える解を重ね合わせて得られる.

5 応力分布

境界 M 上 (接合線上) では次式が成立する.^{8),9)}

$$\begin{aligned} \sigma_{x2} &= \gamma \sigma_Y + \mu \sigma_{x1}, \\ \gamma &= \frac{3 - \kappa_2}{1 + \kappa_2} - \Gamma \frac{3 - \kappa_1}{1 + \kappa_1} = \frac{2(2\beta_D - \alpha_D)}{1 - \alpha_D} \end{aligned} \quad (15)$$

応力分布例を Fig. 4 に示す. X 軸上の応力分布は煩雑なので, 境界 M , L_1 , L_2 に分割した. 点 E 近傍の σ_{x1} , σ_{x2} とも引張りであるので, 点 E から各材料中へはく離が分岐して, クラックが発生する可能性もある.

6 応力拡大係数

点 C_1 および C_2 の開口モードおよびせん断モード

Fig. 4. Stress distribution on the boundary;
 $b/a=0.5$, $\alpha_D=-0.5$, $\beta_D=-0.5$; $e=0$.

の応力拡大係数 $K_I^{(j)}$, $K_{II}^{(j)}$ は、応力関数を用いて求められる。本解析では次式で定義される無次元化した値を用いる。

$$F_I^{(j)} + iF_{II}^{(j)} = \frac{\sqrt{a}(K_I^{(j)} + iK_{II}^{(j)})}{\sqrt{\pi}P} \quad (16)$$

Fig. 5 に $F_I^{(j)}$, $F_{II}^{(j)}$ を示す。短いクラックの場合、材料 1, 2 の差は大きく、材料の組合せが分岐クラックの発生へ与える影響が大きい。短いクラックへの材料定数の影響を Fig. 6 に示す。Fig. 5, 6 から、 α_D の絶対

Fig. 5. Dimensionless stress intensity factors; $\beta_D=0.3\alpha_D$; $e=0$.

Fig. 6. Dimensionless stress intensive factors;
 $b/a=0.001$, $\beta_D=k\alpha_D$; $e=0$.

値が大きいと $F_I^{(j)} < 0$ より、材料 1 のクラックは停止する可能性がある。

7 点 D からの分岐クラック発生条件

点 D から材料 1 または材料 2 への分岐クラック発生条件を求める。クラック発生直後の短いクラックの進展に伴うエネルギー解放率をクラック発生エネルギー解放率と見なす。分岐クラック発生条件は $K_{IC}^{(j)}$ を材料 j の破壊じん性として、

$$\begin{aligned} \text{発生前: } \sigma_{Xj} > 0 \text{ and } \sigma_{Xj} &\rightarrow \infty \text{ (as } r/a \rightarrow 0) \\ \text{発生後: } K_I^{(j)} &> K_{IC}^{(j)} \end{aligned} \quad (17)$$

で表される。後者は材料 j のクラック進展のエネルギー解放率を $G_{crack}^{(j)}$ その臨界値を $[G_{crack}^{(j)}]_{CR}$ として次式でも表せる。

$$\text{発生後: } K_I^{(j)} > 0 \text{ and } G_{crack}^{(j)} > [G_{crack}^{(j)}]_{CR} \quad (18)$$

はく離先端からクラックが分岐・発生する条件を荷重 P , M_0 荷重のもとで求める。材料中への分岐クラック発生前の応力関数は式 (1) で $E_k=0$ の写像関数を用いて求められる。この場合 $B_k=0$ となる。このとき $\alpha=i$, $\beta=-i$ で、 $t_j=1$ に作用する P は対称性より Y 軸上に作用する。 $\Phi_j(z_j)=\phi_j(t_j)/\omega(t_j)$ の関係を用い、クラックのない半平面の無限遠に集中力 P および集中偶力 M_0 が作用するモデルの応力関数は、

$$\Phi_j''(z_j) = -\frac{iP}{2\pi} \left(z_j - \frac{\alpha}{2}\right)^{m_j-1} \left(z_j + \frac{\alpha}{2}\right)^{-m_j} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \Phi_j^{B'}(z_j) = & -\frac{C_j M_0}{2\pi} \left(i\varepsilon_j + \frac{z_j}{\alpha}\right) \left(z_j - \frac{\alpha}{2}\right)^{m_j-1} \\ & \times \left(z_j + \frac{\alpha}{2}\right)^{-m_j} \end{aligned} \quad (20)$$

$$C_j = \frac{2}{am_j(1-m_j)} = \frac{8}{a(1+4\varepsilon_j^2)} \quad (21)$$

で表される。ただし、集中力 P だけが作用した場合に添字 A , 集中偶力 M_0 だけが作用した場合に添字 B を用いる。 P と M_0 の両者が作用する場合の応力関数は、式 (19), (20) を重ねることにより得られる。

材料中への分岐クラック発生前の境界 M 上の点 D 近傍の応力分布は、 r を点 D からの距離として次式で表される。

$$\sigma_{yj}^D = \frac{2\cosh(\varepsilon_j\pi)}{\pi\sqrt{ar}} (a_j\cos\theta + b_j\sin\theta) \equiv \frac{D_Y}{\pi\sqrt{ar}} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{Xj}^{DM} = & \frac{2[\cosh(\varepsilon_j\pi) + 2\sinh(\varepsilon_j\pi)]}{\pi\sqrt{ar}} [a_j\cos\theta \\ & + b_j\sin\theta] \equiv \frac{D_{XM}}{\pi\sqrt{ar}} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\tau_{xyj}^D = \frac{2\cosh(\varepsilon_j\pi)}{\pi\sqrt{ar}} [-a_j\sin\theta + b_j\cos\theta] \equiv \frac{D_{XY}}{\pi\sqrt{ar}} \quad (24)$$

$$a_j = \frac{P}{2} + \frac{2M_0}{a(1+4\varepsilon_j^2)}, \quad b_j = \frac{4\varepsilon_j M_0}{a(1+4\varepsilon_j^2)},$$

$$\theta = \varepsilon_j \ln\left(\frac{r}{a}\right) \quad (25)$$

点 D 近傍の σ_{xj}^{DL} および点 E 近傍の σ_{yj}^E は次式で表される。

$$\sigma_{xj}^{DL} = \frac{4}{\pi\sqrt{ar}} [a_j \sin\theta + b_j \cos\theta] \equiv \frac{D_{XL}}{\pi\sqrt{ar}} \quad (26)$$

$$\sigma_{yj}^E = \frac{2\cosh(\varepsilon_j\pi)}{\pi\sqrt{ar}} [d_j \cos\theta - b_j \sin\theta] \equiv \frac{E_Y}{\pi\sqrt{ar}} \quad (27)$$

$$d_j = \frac{P}{2} - \frac{2M_0}{a(1+4\varepsilon_j^2)} \quad (28)$$

本解析の前提条件として、はく離部分 A_jD および EA_j で材料 1, 2 は互いに接触しないとしている (Fig. 1(a) 参照)。この条件は点 D および E で $\sigma_{yj}=0$ で表される。すなわち、

$$D_X \geq 0 \quad \text{and} \quad E_Y \geq 0 \quad (29)$$

である。点 D から材料中への分岐クラックの発生条件は、 $\sigma_{xj} \geq 0$ 、すなわち、次式で表される。

$$D_{XM} \geq 0 \quad \text{or} \quad D_{XL} \geq 0 \quad (30)$$

式 (30) は、式 (29) を満足していれば常に成立する。ここでは、分岐クラック発生条件として式 (17) を考える。

式 (16) と次式で定義される無次元化した応力拡大係数を用いる。²⁾

$$F_{IB}^{(j)} + iF_{II B}^{(j)} = \frac{a\sqrt{a}}{\sqrt{\pi}M_0} [K_{IB}^{(j)} + iK_{II B}^{(j)}] \quad (31)$$

両者の重合せによる無次元化した値は次式で表される。

$$F_I^{(j)} + iF_{II}^{(j)} = [F_{IA}^{(j)} + iF_{II A}^{(j)}] + \frac{M_0}{aP} [F_{IB}^{(j)} + iF_{II B}^{(j)}] \quad (32)$$

Fig. 7~9 に荷重と材料定数の組合せに対する分岐クラック発生可能領域を示す。本論文では分岐クラック発生直後の形状として $a/b=0.001$ を用いる。図には $F_I^{(1)}=0$, $F_{II}^{(2)}=0$ と式 (29) の条件を示す。軸に平行な破線は、 $P=0$ のときの $F_I^{(1)}=0$ に対する α_D を表す。これは $F_I^{(1)}=0$ の漸近線となる。材料 1, 2 が同一材料の場合、 $\alpha_D=0$ での $F_I^{(1)}=0$, $F_{II}^{(2)}=0$ を与える $M_0/(aP)$ の値は、 $\sigma_{xj}=0$ を与える $M_0/(aP)$ の値と小数点以下 3 位まで一致している。これは、一方の材料中へのクラック分岐直後の応力拡大係数の代りに、本論文の $a/b=0.001$ での応力拡大係数を用いてよいこと、このクラックの長さでは両側のクラックの相互干渉の影響が小さいことの二点を表している。また、はく離先端近傍の応力は、 $r/a \rightarrow 0$ での振動項を含んでいる。本解析では振動領域より十分外側の $r/a=5 \times 10^{-4}$, 1×10^{-3} を用いる。また、はく離先端からクラックが発生する場合、クラックは界面の主応力方向に直角な方向に発生すると考えられ、クラック発生直後の形状として界面に垂直な方向のクラックを用いる。

Fig. 7~9 では式 (29) の条件は $E_Y=0$ の下側かつ D_X

$=D_Y=0$ の上側で与えられる。 M 境界上では常にクラック発生可能性がある。一方、 $D_{XL}=0$ より下側では $D_{XL} \geq 0$ となり L 境界上でクラック発生の可能性もある。図中 $F_I^{(j)} > 0$ の範囲は $F_I^{(j)}=0$, $F_{II}^{(2)}=0$ より上側である。各領域を A~D に分類すると、クラッ

ク発生条件は、

(A), (B): 材料 1 または材料 2 が式 (17) を満足すれば、その材料中へ分岐クラック発生可能性がある。

(C), (D): 材料 2 が式 (17) を満足すれば、材料 2 へ分岐クラック発生可能性がある。材料 1 中へは分岐クラックは発生しない。

の 2 ケースが起こり得る。両方の材料に分岐クラック発生可能性がある場合、

$C_{crack} > C_{crack}^0$ の場合材料 1 にクラックが発生

$C_{crack} < C_{crack}^0$ の場合材料 2 にクラックが発生

(33)

によりクラックが発生する材料を特定できる。ここで、

$$C_{crack} = \frac{G_{crack}^{(2)}}{G_{crack}^{(1)}} = \frac{C^{(2)}}{C^{(1)}}, \quad C_{crack}^0 = \frac{[G_{crack}^{(1)}]_{CR}}{[G_{crack}^{(2)}]_{CR}} = \frac{C_0^{(2)}}{C_0^{(1)}} \quad (34)$$

であり、 $C^{(j)}$ 、 $C_0^{(j)}$ の定義は後述する。

8 点 D からの離進展条件

分岐クラックの存在しない場合の点 D からの離進展のエネルギー解放率は式 (19), (20) の応力関数より、

$$G_{deb} = \frac{1}{16} \left(\frac{\kappa_1 + 1}{\mu_1} + \frac{\kappa_2 + 1}{\mu_2} \right) [A_I^2 + A_{II}^2] \quad (35)$$

$$A_I = \frac{2\sqrt{2\pi}}{\sqrt{a}} \left[\frac{2M_0}{a(1+4\varepsilon_1^2)\pi} + \frac{P}{2\pi} \right],$$

$$A_{II} = \frac{8\sqrt{2\pi} \varepsilon_1 M_0}{a\sqrt{a}(1+4\varepsilon_1^2)} \quad (36)$$

を用いて次式で表される。ただし、エネルギー解放率で表した接合強度の臨界値を $[G_{deb}]_{CR}$ とする。

$$\sigma_Y > 0 \quad \text{and} \quad G_{deb} > [G_{deb}]_{CR} \quad (37)$$

9 点 D におけるクラック発生とはく離進展の決定

点 D からクラック発生とはく離進展の可能性がある場合、2つの破壊現象のエネルギー解放率の比をとり、

$$C^{(1)} = \frac{(1+\mu)(A_I^2 + A_{II}^2)}{2\mu\pi[K_I^{(1)2} + K_{II}^{(1)2}]},$$

$$C^{(2)} = \frac{(1+\mu)(A_I^2 + A_{II}^2)}{2\pi[K_I^{(2)2} + K_{II}^{(2)2}]} \quad (38)$$

$$C_0^{(j)} = \frac{[G_{deb}]_{CR}}{[G_{crack}]_{CR}} \quad (39)$$

を用いて破壊現象を特定する。

分岐クラックが発生する可能性がある材料 j に対して、次式によりはく離が進展する分岐クラックが発生するかが特定される。

$C^{(j)} < C_0^{(j)}$ のとき、材料 j に分岐クラックが

発生する。

(40)

$C^{(j)} > C_0^{(j)}$ のとき、はく離が進展する。

第 7 節の各材料への分岐クラックの発生条件より、材料 1, 2 ともクラック発生可能性がある場合には、式 (33) によりどちらの材料にクラックが分岐するかが決定される。

Fig. 10~12 に $C^{(j)}$ を示す。 $C_0^{(j)}$ は図中の横軸に平行な直線となる。この $C_0^{(j)}$ の位置により、破壊現象ははく離進展とクラック発生とに特定される。Fig. 10 は $\alpha_D = \beta_D = 0$ の場合で、形状・材料定数・荷重の対称性により $C^{(1)} = C^{(2)}$ である。このモデルを均質材中のクラックと考えれば、破壊現象の特定は、点 D からク

Fig. 10. Bond tip fracture conditions at D; $\alpha_D = \beta_D = 0$.

Fig. 11. Bond tip fracture conditions at D; $\alpha_D = -0.5$, $\beta_D = -0.15$.

Fig. 12. Bond tip fracture conditions at D; $\alpha_D = -1.0$, $\beta_D = -0.3$.

ラックが直線状に進展するか屈折するかを決定することとなる。このとき, $[G_{crack}^{(1)}]_{CR}=[G_{crack}^{(2)}]_{CR}=[G_{deb}]_{CR}$ より $C_0^{(1)}=C_0^{(2)}=1$ となる。また, 接着層の力学的な層厚を無視したモデルとも考えられ, このとき $C_0^{(1)}=C_0^{(2)} \approx 1$ である。Fig. 10 は, 単純支承端でのクラックの発生と分離の進行に関する解析結果とも一致する。¹²⁾

10 ま と め

有限部が接合された異材半平面に集中力と集中偶力が無限遠で載荷された問題を解析し, はく離先端から発生する破壊現象を考察した。

本解析で用いたのははく離進展およびクラック分岐の決定方法は, 各破壊現象に関するクライテリオンについて新たな知見が得られた場合にも適用可能な手法である。すなわち, エネルギー解放率以外のクライテリオンを用いる場合には, 式 (38), (39) で与えられる $C^{(j)}$, $C_0^{(j)}$ の定義式がかわり, それに伴い具体的な計算例が本論文で示した結果とは異なったものとなる。しかし, $C^{(j)}$, $C_0^{(j)}$ を用いた破壊現象の決定方法は同一である。

(平成 5 年 9 月 21 日 日本材料学会第 7 回破壊力学シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) Y. Murakami, ed., Stress Intensity Factors Handbook (1986, 1993).
- 2) 長谷部宣男, 奥村幹也, 中村卓次, 材料, **39**, 1405 (1990).
- 3) M. Okumura, N. Hasebe and T. Nakamura, J. Eng. Mech., **116**, 2017 (1990).
- 4) N. Hasebe, M. Okumura and T. Nakamura, J. Appl. Mech., **59**, 77 (1992).
- 5) N. Hasebe, Ing.-Arc., **48**, 129 (1979).
- 6) N. Hasebe and S. Inohara, Ing.-Arc., **49**, 51 (1980).
- 7) 長谷部宣男, 三浦雅彦, 日本機械学会論文集, **47**, 1129 (1981).
- 8) J. Dundurs, J. Comp. Mat., **1**, 310 (1967).
- 9) J. R. Rice and G. C. Sih, J. Appl. Mech., **32**, 418 (1965).
- 10) M. Okumura, N. Hasebe and T. Nakamura, J. Eng. Mech., **118**, 1113 (1992).
- 11) 奥村幹也, 長谷部宣男, 中村卓次, 土木学会論文集, I-**15**, 77 (1991).
- 12) N. Hasebe, M. Okumura and T. Nakamura, J. Eng. Mech., **115**, 1137 (1989).