大型溶接構造物の微小き裂進展と疲労寿命[†]

福田 嘉 男* 佐藤 善 美**

Micro-Crack Propagation and Fatigue Life of Large Welded Structures

by

Yoshio FUKUDA* and Yoshimi SATO**

To develop a method for evaluating the fatigue life of large structural components by using the data obtained with bar specimens 10 mm in diameter, a bending fatigue test was performed on a large butt-welded joint plate of a 50 mm thick hot-rolled SUS304 stainless steel made by hot-wire TIG welding. This test confirmed the evaluation method proposed and showed the followings.

(1) The peak strain range in the welded metal becomes 1.8 times as large as the average strain range of welds because of the metallurgical discontinuity in the welded metal and the different deformation characteristics of the base and weld metals. As a result, fatigue cracks initiate where the peak strain occurs.

(2) The most part of fatigue life of large structural components is crack propagation process, so that it is reasonable to evaluate fatigue life based on crack length.

(3) Scale factors between the large structural component and the small bar specimens can be calculated using the fatigue failure probability of the small bar specimens, by taking the ratio of two test region areas into consideration.

(4) If the crack initiation life corresponding to a surface crack length less than 2 mm is used, the life evaluation method based either on the base metal data or on the welded joint data obtained using small bar specimens is reasonable.

Key words : Fatigue at elevated temp., SUS304 Stainless steel, Butt-welded joint, Micro-crack propagation, Crack initiation life, Life evaluation, Scale effect

1 緒 言

構造物の疲労あるいはクリープ疲労強度評価をする場合、どの時点が構造物の破損と見なすか、すなわち破損寿命の定義により評価結果は大きな影響を受ける。一方、構造物の破損寿命の定義が明確になったとしても、それが従来から行われている直径 8 mm から 10 mm の小型丸棒試験片を用いて求められる標準的な強度試験の寿命の定義と異なる場合には従来の基本強度データと直接比較することは無意味であり、同じ損傷状態の両者を比較する必要がある。オーステナイトステンレス鋼の場合、高温低サイクル疲労破壊の過程は大部分がき裂の進展過程であることが明らかにされている^{1)~3)}ので、き裂の大きさをパラメータとする寿命すなわちき裂発生寿命の観点から寿命を比較するのが妥当と思われる。そこで本研究では、標準的な小型試験片で著者らがこれまで実施してきた微小き裂の大きさを損傷の尺度とする考えに基づく寿命評価の手法を、大型構造物の寿命評価にも適用することを試みた。対象として取上げたのは実規模の大型溶接構造物の部分モデルの高温低サイクル疲労試験で、その結果の評価に必要な疲労き裂の成長挙動を全試験過程にわたり微小なき裂の段階から詳細に測定し、き裂の大きさをパラメータとする寿命評価を行った。また、大型構造物の寿命評価に際して特別に配慮しなければならない

材料強度のばらつきについても考察を加えた。

2 試 験 方 法

2・1 供試体および試験片形状

構造物モデルとしては厚さ 50 mm、板幅 500 mm の SUS304 ステンレス圧延鋼板の X 狭開先 Hot wire TIG 突合わせ溶接継手を採用した。溶接条件および化学成分を Table I および Table II に示す。本溶接継手から Fig.

Table I. Welding conditions for narrow-gap hot-wire TIG welds.

Welding position	Groove and deposition sequence	Pass Number	Welding condition			
			Welding current (A)	Welding voltage (V)	Welding speed (cm/min)	Interpass temp. (°C)
Flat		1~4	240	10	8~12	below 180
		10~14	280 100 220	12
	5~9	240	10	8~12	below 180
		15~17	280 100 220	12		
			Peak c. Base c.			

Table II. Chemical compositions. (%)

	C	Si	Mn	P	S	Ni	Cr
B. M.	0.05	0.56	0.81	0.023	0.003	8.86	18.35
W. M.	0.05	0.36	1.37	0.010	0.003	9.86	19.78

B. M. : Base Metal, W. M. : Welded Metal.

[†] 原稿受理 平成 6 年 3 月 28 日 Received Mar. 28, 1994

* 正 会 員 (株)日立製作所機械研究所 〒317 日立市幸町, Mech. Eng. Res. Lab., Hitachi Ltd., Saiwai-cho, Hitachi, 317

** (株)日立製作所機械研究所 〒317 日立市幸町, Mech. Eng. Res. Lab., Hitachi Ltd., Saiwai-cho, Hitachi, 317

Fig. 1. Configuration of a wide welded joint plate specimen.

1に示す大型平板曲げ試験片を製作した。溶接継手試験片は試験片表面の平行度を出すためわずかな切削加工を加えた。その結果、試験片の板厚は45.7 mmとなった。試験片中央部の板幅は400 mmである。試験片には繰返し曲げモーメントを負荷するため、板厚中心から600 mm離れた位置に軸力を繰返し方法で行った。このような試験片組立て状態では、表面での曲げ応力 $\Delta\sigma^B$ は軸力応力 $\Delta\sigma^A$ に対して表側（軸力が圧縮のとき曲げ応力が正となる表面の側とする）と裏側（表側と反対の表面）とでそれぞれ逆符号または同符号となる。したがって、繰返し応力範囲の大きさは表側で $\Delta\sigma^B - \Delta\sigma^A$ 、裏側で $\Delta\sigma^B + \Delta\sigma^A$ となり、裏側の応力は表側の応力より $2\Delta\sigma^A$ だけ大きくなる。しかし、両者の比 $\Delta\sigma^B/\Delta\sigma^A$ は78.8となり、 $\Delta\sigma^B$ は $\Delta\sigma^A$ に比べ十分大きいので以後の考察にはこの差異は無視した。本大型平板曲げ試験片と同一の溶接継手板から試験片中心が板表面から25 mmの深さに一致するように切出した直径10 mmの試験片（以下小型試験片と呼ぶ）による母材、溶接金属および溶接継手の疲労強度については別に報告されたものを使用した。

2.2 試験方法

疲労試験は大型平板試験片をFig. 1に示した1300 mm離れた2点を荷重容量100トンの油圧サーボ疲労試験機のシリンダーにピンで締結し、シリンダーのストロークを制御する方法で実施した。したがって、試験部が繰返し負荷に対して安定するまで溶接継手部の制御ひずみ範囲 $\Delta\epsilon^{GL}$ （Fig. 2およびFig. 3に示す溶接金属を中央に挟む20 mm間の平均ひずみ範囲とする）は若干変動する。試験部の加熱は電気炉を使用し、試験片中央部約800 mmを電気炉の中に入れ、中央部約200 mmを所定の試験温度550°Cに一定に保持した。試験片中央部 $400^W \times 200^L$ の温度は $550 \pm 5^\circ\text{C}$ である。

ひずみの測定に当たっては、まず室温で溶接部各部のひずみ分布をゲージ長（以後G.L.と略す）1.0 mmのひずみゲージで測定し、溶接継手近傍のひずみの分布の様子を把握した。その結果、溶接金属内にひずみのピー

クが現れたので、この溶接金属部のピークひずみ発生位置にG.L.=1.0 mmの高温局部ひずみゲージ（ストレンペッカー⁵⁾）を取付け、高温でのピークひずみ範囲 $\Delta\epsilon^{Peak}$ の繰返しによる変化の様子を測定した。また、溶接線中心より40 mm離れた位置の母材部のひずみ ϵ^{BM} および溶接金属部の平均ひずみ ϵ^{WM} をG.L.=10 mmのストレンペッカーで測定し、溶接継手各部の繰返しひずみ範囲の挙動を測定した。 $\Delta\epsilon^{GL}$ の測定にはG.L.=20 mmのストレンペッカーを使用した。 ϵ^{BM} 、 ϵ^{WM} および ϵ^{Peak} は表側、 ϵ^{GL} は裏側で測定した。繰返しにともなう微小き裂の発生および進展の挙動は1000回の繰返し数間隔 ΔN で試験を停止し、温度を室温まで下げて、表面のレプリカを採取し、投影機で100~10倍に拡大してき裂長さを測定することによって求めた。また、ひずみ測定位置はストレンペッカーが取付けられているのでその近傍のレプリカは採取しなかった。

3 試験結果およびその考察

3.1 溶接部近傍の軸方向ひずみ範囲の分布

高温での疲労試験に先立ち実施した室温でのひずみ範囲の測定結果をFig. 2に示した。同図は $\Delta\epsilon^{GL}=0.28\%$ のときの溶接部近傍の試験片軸にそった軸方向ひずみ範囲 $\Delta\epsilon$ の分布である。横軸より上側および下側に示した分布がそれぞれ表側および裏側のひずみ分布である。裏側のひずみの平均値は2.1節に述べた理由により表側より若干小さくなっている。表および裏表面でのひずみ範囲の分布の様子はほぼ同じで、溶接金属およびその近傍で変動が大きく、母材の熱影響部では母材部より小さく、母材部においても溶接金属および熱影響部の拘束の影響を受け溶接部に近づくにつれて徐々に小さくなっている。溶接金属部ではひずみの測定位置によりひずみ範囲は大きく変化する。また、この変化の様子は表側と裏側で多少異なる。これは表側と裏側とでは最終溶接層のパス数および表面の切削量が異なり、外表面に現れている溶接層の位置の関係が異なるためと思われる。本試験体の場合、表側の最終溶接層のみが2パスで仕上げられており、表側は最終層が残し、溶接金属の幅が広がっている。また同一表面の溶接金属内においても○印と●印とで不連続性が際立っている。これは、一直線上に連続してひずみゲージを貼付できないので、○印と●印とでは板幅方向に約10 mmの測定位置のずれが有

Fig. 2. Longitudinal strain range distribution near the weld line at room temperature.

るのが原因と思われる。表側溶接金属のほぼ中央に最大のピークひずみ範囲が測定されたので高温での疲労試験においてはこの点のひずみを $\Delta\epsilon^{\text{Peak}}$ と見なしてこれを連続的に計測した。

3・2 繰返しに伴うひずみ範囲の変化

溶接部、溶接金属部および母材部での平均ひずみ範囲 $\Delta\epsilon^{\text{GL}}$, $\Delta\epsilon^{\text{WM}}$, $\Delta\epsilon^{\text{BM}}$, ピークひずみ範囲 $\Delta\epsilon^{\text{Peak}}$ および負荷荷重範囲 ΔP の繰返しに伴う変化の様子を Fig. 3 に示す。疲労試験は Fig. 1 に示したピン間の変位を一定とするストローク制御試験であるため試験部の繰返し加工硬化（母材）や軟化（溶接金属）のため $\Delta\epsilon^{\text{GL}}$ は一定とならず、繰返しの初期において増加し、その後はほぼ一定となった。 $\Delta\epsilon^{\text{BM}}$ は繰返しの初期において急激に減少するが、 $N=3000$ まで一定値を保ち、その後徐々に減少する。これは母材である SUS304 ステンレス鋼の繰返し加工硬化特性によるものである。一方、 $\Delta\epsilon^{\text{WM}}$ は初期に急激に増加し、約 $N=4000$ まで徐々に増加する。これは溶接金属の繰返し加工軟化特性と母材の繰返し加工硬化特性に起因する負荷荷重の増加とによるものである。 $\Delta\epsilon^{\text{Peak}}$ は約 $N=4000$ まではほぼ一定の値となるが $N=4000$ から徐々に増加し、約 $N=7000$ から急激に増加する。これまでのストレインペッカーの特性に関する研究結果⁵⁾によれば、G.L.=1.0 mm のストレインペッカーの両先端が取り付けられた 1.0 mm の間隙にき裂が発生し、表面き裂長さ $2a$ が 0.5 mm 以上に成長すれば、き裂の開口に相当する見かけのひずみの増加が検知されることが知られている。本試験における急激な $\Delta\epsilon^{\text{Peak}}$ の増加は上に述べたき裂の開口によるものと考えられる。

後述の 3・3 節に示す微小き裂の進展曲線 (Fig. 5) によれば、 $N=4000$ の時点では既に表面き裂長さ $2a$ で約

1.0 mm（深さで約 0.5 mm）のき裂が発生していることになる。ストレインペッカーの検出感度の観点から $2a=0.5$ mm, すなわち $N=2000$ の頃より $\Delta\epsilon^{\text{Peak}}$ の増加が認められることが予想されたが、本実験ではこのような早い時点での $\Delta\epsilon^{\text{Peak}}$ の増加は認められなかった。これは Fig. 5 に示したき裂の発生、進展挙動は最大から 5 番目までの 5 個のき裂についてのものであり、 $\Delta\epsilon^{\text{Peak}}$ の測定点からのき裂発生が遅かったためである。

比較、検討のため Fig. 3 中に負荷荷重範囲 ΔP および 5 個の表面き裂長さ $2a$ の平均値の繰返しに伴う変化も示した。 ΔP は $2a=8\sim 10$ mm（深さで 3~4 mm）の時点から徐々に減少することが認められる。巨視的な負荷荷重の変化（換言すれば構造物のコンプライアンスの変化）より寿命を決定する方法は、き裂が既にかなり大きくなっても構造物に対する相対的大きさは小さく、感度が悪いので、大型構造物試験においては適切でないことが分かる。

3・3 疲労き裂の進展挙動

所定の繰返し数 N で高温疲労試験を中断し、室温で採取した試験部のレプリカにより測定した疲労き裂の写真を Fig. 4 に示す。Fig. 4 から得られた表面き裂長さ $2a$ と N の関係を Fig. 5 に示した。き裂は大きな代表的なもの 5 個（おのおのを A, B, C, D および F き裂と呼称する）について拡大写真を撮影した。Fig. 4 には B, C および D き裂の各繰返し数での様子を示した。 $N=2000$ では既に A, C および D き裂はかなり大きく成長している。 $N=7000\sim 8000$ で C き裂と D き裂は合体し、 $N=9000$ ではさらに B き裂が合体するのが分かる。また、き裂の発生位置は軸方向にかなり限定されており、すべてのき裂は $N=9000\sim 11000$ の写真から分かるよ

Fig. 3. Cyclic behavior of strain range near the weld line under bending fatigue.

Fig. 4. Appearance of fatigue cracks in welded joint at various stages.

うにほぼ 1.5 mm の範囲内に存在している。その発生位置は Fig. 2 に示したひずみ分布のピークひずみの発生位置と一致している。

Fig. 5. Micro-crack propagation behavior of a wide welded joint under bending fatigue.

置と一致している。

表面き裂長さ $2a$ と N の関係を示した Fig. 5 より、個々のき裂の進展速度は短期間でも全寿命を通してかなりばらついていることが分かる。例えばき裂成長の初期には B き裂は平均値より小さく、A き裂は大きい、1.0 mm 以上になると両者とも平均値にほぼ等しい。また、C き裂は初期には平均値より若干大きく、1.0 mm 以上になると平均値よりかなり大きくなり、E き裂は初期に他のき裂より明らかに小さいが、約 2 mm まで成長すると急激に増大する。この全寿命を通しての変動の理由は隣に存在するき裂の大きさや数等の複雑な相互作用のためである。個々のき裂の短期間の変動は以下の理由による。個々のき裂は自身の成長と隣のき裂の合体とを繰り返しながら成長する。き裂長さの測定が合体直後の場合には $2a$ は全体を滑らかに結んだ曲線より大きくな

り、その後ある期間表面でのき裂成長は遅くなる。これはき裂のアスペクト比が合体直後のき裂と単体き裂とで大きく異なり、合体直後のき裂は深さ方向に成長するためである。

個々にはかなり大きいばらつきを有する $2a-N$ の関係であるが5個のき裂平均値はかなり滑らかな曲線関係となる。この平均値の関係を以後の寿命評価に使用した。

3・4 大型溶接継手の寿命評価

大型構造物試験体としての寿命評価を実施するに当たり、寿命の定義としてき裂発生寿命 N_c を用いた。き裂発生寿命 N_c は基準となるき裂の大きさにより異なる。そこで本報では表面き裂長さ $2a$ の半長 a (き裂が小さい場合は深さに相当する、単位は mm) を添字としてき裂発生寿命を N_{ca} で表すことにする。このように定義した N_{ca} を母材小型丸棒試験片については文献より、大型溶接継手については実験結果より求め Table III にまとめて示した。ただし小型丸棒試験片の場合には後述する評価法によりひずみ範囲 $\Delta\epsilon$ を種々異なる値を使用するため、 N_f に対する割合で示してある。

Table III. Crack initiation lives of small bar and wide welded joint specimens.

Sur. crack length $2a$ (mm)	Crack initiation life N_{ca}	
	Small bar	Wide welded joint
0.4	$0.5 \times N_f$	2200
1.0	$0.64 \times N_f$	4100
2.0	$0.75 \times N_f$	6300
4.0	$0.86 \times N_f$	8900
~10.0	$1.0 \times N_f$	12000

大型溶接継手の寿命評価は以下の3つの方法について実施した。

- (1) 溶接部に発生する繰返し局部ひずみ範囲 $\Delta\epsilon^{\text{Peak}}$ を母材の疲労強度と比較する方法 (評価法Ⅰ)
- (2) 溶接金属部に繰返される平均ひずみ範囲 $\Delta\epsilon^{\text{WM}}$ と溶接金属の疲労強度と比較する方法 (評価法Ⅱ)
- (3) 溶接継手部に繰返される平均ひずみ範囲 $\Delta\epsilon^{\text{GL}}$ と溶接継手の疲労強度と比較する方法 (評価法Ⅲ)

以上の3つの方法を模式的に図示すると Fig. 6 のようになる。おのおのの評価法を実施するためには大型溶接継手試験体に繰返される $\Delta\epsilon^{\text{Peak}}$, $\Delta\epsilon^{\text{WM}}$ および $\Delta\epsilon^{\text{GL}}$ を決定しなければならない。本試験体の $\Delta\epsilon^{\text{Peak}}$, $\Delta\epsilon^{\text{WM}}$ および $\Delta\epsilon^{\text{GL}}$ は繰返しとともに変化するが Fig. 3 より破損寿命を決定する代表値として $\Delta\epsilon^{\text{Peak}}=0.6\%$, $\Delta\epsilon^{\text{WM}}=0.39\%$ および $\Delta\epsilon^{\text{GL}}=0.33\%$ とした。各ひずみ範囲に対する小型丸棒試験片の母材、溶接金属および溶接継手の破損寿命 N_f を文献⁶⁾より求めると、それぞれ $N_f=7500$, 1500 および 12000 回である。各き裂長さに対する小型試験片のき裂発生寿命 $N_{c0.2}$, $N_{c0.5}$, $N_{c1.0}$, $N_{c2.0}$ および $N_{c5.0}$ は Table III の関係を使用して求めることができる。これらの3種の方法で計算される N_{ca} と大型溶接継手の N_{ca} の実験値とを比較して Table IV に示した。比較の結果、各評価方法とも小さいき裂発生寿命基準で

Fig. 6. Schematic diagram of three fatigue life evaluation methods for a wide welded joint plate specimen.

は実験値より大きい N_{ca} を推定し、大きいき裂発生寿命基準では小さい N_{ca} を推定する傾向にある。大型試験片は曲げ荷重、小型試験片は軸荷重であり、負荷モードが異なるが、き裂は深さが2 mm 程度までは、ほぼ半円状に成長することから、き裂が小さい程、負荷モードの影響は小さい。すなわち、き裂発生寿命基準では、評価ひずみが構造物表面の値であることから、き裂が小さい方が構造物の寿命の良い推定値を与えることが期待されたが、良い評価結果にならなかった。そこで以下の影響について考察を加えた。

大型溶接継手試験体においてはある部分にかなり大きいき裂が発生しても他の部分ではまだ全くき裂が発生していない現象、すなわち供試材料の疲労寿命のばらつきが観察された。この事実より大型試験体においては標準試験片との試験領域の大きさの違い、すなわち寸法効果を考慮する必要があることが明らかである。

寸法効果は疲労寿命のばらつきの観点から以下のように考えることにする。大型溶接試験体における試験部の表面溶接線長は、表裏両面を考慮して $400 \text{ mm} \times 2 = 800 \text{ mm}$ である。一方、標準丸棒継手試験片の表面溶接線長は $10 \text{ mm} \times 3.14 = 31.4 \text{ mm}$ であり、大型試験体の1/25である。言い換えれば大型試験体は25本の標準試験片を実験したことになる。低サイクル疲労寿命のばらつきに関する研究結果^{7),8)}より、低サイクル疲労における累積破損確率 $P_f=100/(25-1)=4\%$ に相当する寿命は平均値 ($P_f=50\%$) の約1/2である。一方、標準丸棒母材試験片と局部ひずみとのGLの比が $20 \text{ mm}/3 \text{ mm}$ となり前記の試験部の面積比は $1/25 \times 20/3 = 1/4$ となり、累積破損確率 $P_f=100/(4-1)=33\%$ に相当する寿命は平均値 ($P_f=50\%$) の約1/1.2となる。

この結果から、母材基準 (評価法Ⅰ) の推定寿命の1/1.2、溶接金属基準 (評価法Ⅱ) および溶接継手基準 (評価法Ⅲ) の推定寿命の1/2を補正推定寿命として求め () を付けて Table IV に示した。またおのおのの補正推定寿命と実験値の比を [] を付けて補正推定寿命の右側に示した。二重枠で示した部分は推定値と実験値の比が1/1.4~1.4の間に在る範囲である。この結果、構造物の寿命評価を行う場合には、構造物と小型標準試験片の寸法効果を考慮し、表面き裂長さが2 mm (深さ1 mm) 以下のき裂発生寿命 N_c を用いれば、70%~140%の推定精度で寿命推定が可能であることが分かる。一般に構造物の寿命評価にはこの他に表面仕上げ状態の

Table IV. Comparison of experimental and analytical crack initiation life of full scale welded joint specimen.

Life		Method I : based on B.M. ($\Delta\epsilon^{\text{Peak}}=0.6\%$)	Method II : based on W.M. ($\Delta\epsilon^{\text{WM}}=0.39\%$)	Method III : based on W.J. ($\Delta\epsilon^{\text{WJ}}=0.33\%$)	Exp. Results
N_f		7500 (6250)	15000 (7500)	12000 (6000)	—
N_{ca}	$2a=0.4\text{ mm}$	3750 (3125) [1.42]	7500 (3750) [1.70]	6000 (3000) [1.36]	2200
	1.0 mm	4800 (4000) [1/1.03]	9600 (4800) [1.17]	7680 (3840) [1/1.07]	4100
	2.0 mm	5625 (4687) [1/1.34]	11250 (5625) [1/1.12]	9000 (4500) [1/1.40]	6300
	4.0 mm	6450 (5375) [1/1.65]	12900 (6450) [1/1.38]	10320 (5160) [1/1.72]	8900
	10.0 mm	7500 (6250) [1/1.92]	15000 (7500) [1/1.60]	12000 (6000) [1/2]	12000

() Modified crack initiation life by scale effect.
[] Ratio of analytical and experimental life.

差異，ひずみ波形（含速度）の差異，環境条件などを考慮しなければならない．本大型溶接継手試験体の疲労試験においてはひずみ速度を除き他は同一条件である．ひずみ速度は本大型溶接継手試験では小型標準試験の約1/4であり，その影響は小さいと思われるが高温機器の寿命評価をする場合には忘れてはならない大きな影響因子である．

4 結 言

SUS304 ステンレス鋼の突合せ TIG 溶接継手の大型平板試験体の高温低サイクル曲げ疲労試験を実施し，大型構造物の寿命評価法について検討し，以下の知見を得た．

(1) 溶接部近傍においては，母材と溶接金属の材料特性の差異および溶接金属内の冶金的不均一性に起因して，溶接部の平均ひずみ範囲の約 1.8 倍のピークひずみ範囲が発生し，この点から疲労き裂が発生する．

(2) 標準試験片および大型溶接継手試験体の破断寿命は大部分がき裂の進展寿命であり，その割合は後者の方が大きい．

(3) 標準試験片と構造物試験体との寸法比，すなわち寸法効果を考慮する必要がある．寸法効果は両者の試験領域の表面積の比に対応する標準試験片の寿命のばらつきを考慮して評価できることが分かった．

(4) 標準丸棒試験片の強度データを利用する 3 種類の寿命評価法を検討した．表面き裂長さが 2 mm 以下のき裂発生寿命を基準とすれば母材基準，溶接継手基準いずれの寿命評価法も有効である．

(平成 5 年 12 月 3 日 日本材料学会第 31 回高温強度シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

1) 桜井茂雄, 宇佐美三郎, 福田嘉男, 宮田 寛, 材料, **35**, 1023 (1986).
2) S. Usami, Y. Fukuda and S. Shida, J. PVT, ASME, **108**, 214 (1086).
3) 福田嘉男, 佐藤善美, 中村和博, 高橋由紀夫, 桑原和夫, 材料, **39**, 982 (1990).
4) Y. Fukuda and T. Ishizuki, Proc. 9th Int. NDE in Nuclear Industry (1988).
5) 福田嘉男, 津村右文, 石附敏雄, 日本機械学会日立地方講演会論文集 (1983).
6) Y. Fukuda, Y. Satou and Y. Takahashi, Proc. 11th SMiRT Post Seminar No. 5 (1991).
7) K. Iida and H. Inoue, Papers of Ship Research Test, No. 45 (1973).
8) T. Sakai and T. Tanaka, Proc. Fatigue 84, **2**, p. 1125 (1984).