3次元荷重下での異方性弾性岩盤内の 双設トンネル問題の逆解析[†]

山下 幸夫* 平島 健一**

Quasi 3-Dimensional Back Analysis of Two Neighboring Elliptical Tunnels Excavated in Anisotropic Elastic Ground Subject to 3-Dimensional Loading

by

Yukio YAMASHITA* and Ken-ichi HIRASHIMA**

The present paper shows a highly accurate analytical method utilizing complex variable method and point matching technique for the problem of two neighboring elliptical tunnels excavated in anisotropic elastic ground under 3-dimensional loading conditions, and describes the theoretical process of back analysis using this solution. The elastic characteristics of rock mass are assumed to be orthogonal anisotropy such as existing the principal axis of elasticity in x - y plane, and five stress components ($\sigma_x^\infty, \sigma_y^\infty, \tau_{xy}^\infty, \tau_{yz}^\infty, \tau_{zx}^\infty$) of in-plane and out-of-plane with respect to the tunnel axis (z -axis) are treated in this analytical theory. The 3-dimensional principal stresses ($\sigma_1^\infty, \sigma_2^\infty, \sigma_3^\infty$) acting from arbitrary directions in the ground are determined using the results of this back analysis and measured stress of σ_z^∞ by in-situ flat jacking technique and so on. The usefulness of this method is additionally shown through some numerical examples in this paper.

Key words: Back analysis, Complex variable method, Two neighboring tunnels, Elliptical tunnel, 3-dimensional analysis, In-plane and out-of-plane loads

1 緒 言

著者らは先に、2次元的な面内荷重($\sigma_x^\infty, \sigma_y^\infty, \tau_{xy}^\infty$)が作用する等方性弾性岩盤内の双設トンネル問題について、複素変数法を用いた高精度の理論解を提示するとともに、この理論を用いた逆解析の手法について発表した¹⁾。これらの成果によって、近年、計画ならびに施工が急増している双設トンネル問題に対して、トンネル相互間の離間距離を検討したり、さらに施工時の現位置での計測データを用いた逆解析と組み合わせることによって、岩盤物性値や初期地圧を同定して、トンネルの安定性を評価することなどが容易に行えるようになってきた。

しかし実際には、現位置の岩盤は異方性を呈することが多く、また岩盤内の作用外力についても、上記の面内荷重のみならず面外荷重($\sigma_z^\infty, \tau_{yz}^\infty, \tau_{zx}^\infty$)が同時に作用する3次元応力場においてトンネルが掘削されるのが普通であり、より厳密にはこれらの3次元荷重を考慮した取扱いが要求される。

一方、上記の3次元荷重のうち、面外の直応力成分 σ_z^∞ を除いた2つの面外せん断荷重($\tau_{yz}^\infty, \tau_{zx}^\infty$)が作用する場合は、Brady and Bray²⁾が指摘した“完全平面ひずみ(Complete plane strain)”状態が成立するような岩盤、すなわち等方性弾性体あるいは2次元的な直交異方性弾性体と見なせるような岩盤に対しては、2次元解析理論の中で、面内荷重が作用する場合とは独立に解析を行うことができる。したがって、両者を線形的に重ね合わせ

れば3次元荷重下での問題が解析でき、従来の3次元解析と比べて、取扱いがはるかに容易である。

本論文では、上述の直交異方性岩盤内の双設トンネル問題を取扱うとともに、先の著者らの論文¹⁾を拡張して、面外の直応力成分 σ_z^∞ を除く5つの成分が同時に作用する場合の、いわゆる準3次元解析の理論的プロセスとそれを基にした逆解析の手法について述べるものである。

なお、この準3次元理論では、直応力成分 σ_z^∞ が作用する場合は解析できないが、後述する逆解析においては、例えばフラットジャッキ法などによりトンネル軸方向の作用応力を直接測定するなどによって、他の5つの応力成分と合成することにより、本来の3次元的な初期応力の同定を行うことが可能である。なお、双設トンネルは覆工がなされるのが普通であり、そのことを含めた解析も可能であるが、ここでは簡単のため素掘りトンネルを仮定する。

2 順解析のための理論

岩盤に作用する3次元主応力($\sigma_1^\infty, \sigma_2^\infty, \sigma_3^\infty$)は、Fig. 1に示すように一般にトンネル軸に対して任意の方向に傾斜しているのが普通である。いま、トンネル軸方向が z 軸と一致するように選んだ直交デカルト座標系(x, y, z)

*1 ここでは、切羽の影響やトンネル軸の曲がりの影響等を考慮せず、2次元的な解析理論によって、トンネル径に比べて十分遠方から作用する面内荷重($\sigma_x^\infty, \sigma_y^\infty, \tau_{xy}^\infty$)および面外荷重($\sigma_z^\infty, \tau_{yz}^\infty, \tau_{zx}^\infty$)に対する結果を求めて重ね合わせるという意味で、準3次元(Quasi three-dimensional)という言葉を用いている。

† 原稿受理 平成6年3月31日 Received Mar. 31, 1994

* (株)大林組技術研究所 〒204 清瀬市下清戸, Tech. Res. Inst., Obayashi Co., Shimokiyoto, Kiyose, 204

** 正会員 山梨大学工学部土木環境工学科 〒400 甲府市武田, Dept. of Civil & Envi. Eng., Yamanashi Univ., Takeda, Kofu, 400

Fig. 1. Relations among Cartesian coordinate system (x, y, z) and 3-dimensional principal stresses $(\sigma_1^\infty, \sigma_2^\infty, \sigma_3^\infty)$ acting from arbitrary directions.

Fig. 2. Geometry of anisotropic elastic rock containing two neighboring tunnels under applied in-plane and out-of-plane initial stresses.

を設定するものとするれば、これらの主応力と各座標方向の応力成分 $(\sigma_x^\infty, \sigma_y^\infty, \sigma_z^\infty, \tau_{xy}^\infty, \tau_{yz}^\infty, \tau_{zx}^\infty)$ との関係は後述の式(16)および式(18)で与えられる。

ここでは上記の座標方向の応力成分のうち、直応力成分 σ_z^∞ を除く面内荷重 $\sigma_x^\infty, \sigma_y^\infty, \tau_{xy}^\infty$ および面外せん断荷重 $\tau_{yz}^\infty, \tau_{zx}^\infty$ がトンネル径に比して十分遠方から作用する、二つの素掘りのだ円孔 Σ_1, Σ_2 を有する直交異方性弾性岩盤を考える (Fig. 2)。

ところで、双設トンネルを現位置で施工する場合、両方のトンネルが同時に開削されることは稀であり、通常はどちらかが先行して開削され、そのあとで後行トンネルが施工される。したがって、双設トンネル問題を取扱う場合には、その施工手順を考慮した解析を行う必要がある。

(A) 一個のだ円形トンネルが先行トンネルとして開削された場合の厳密解

前章で述べた面内荷重および面外せん断荷重が作用する場合、 x - y 面内に弾性主軸が存在するような異方性弾性岩盤に対する任意位置での応力成分 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ および変位成分 u, v, w は、3個の複素関数 $\phi_k(z_k)$ ($k=1, 2, 3$) を用いて次のように与えられる。

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \sigma_x^\infty + 2\operatorname{Re}[\mu_1^2 \phi_1'(z_1) + \mu_2^2 \phi_2'(z_2)], \\ \sigma_y &= \sigma_y^\infty + 2\operatorname{Re}[\phi_1'(z_1) + \phi_2'(z_2)],\end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}\tau_{xy} &= \tau_{xy}^\infty - 2\operatorname{Re}[\mu_1 \phi_1'(z_1) + \mu_2 \phi_2'(z_2)], \\ \tau_{yz} &= \tau_{yz}^\infty - 2\operatorname{Re}[\phi_3'(z_3)], \\ \tau_{zx} &= \tau_{zx}^\infty + 2\operatorname{Re}[\mu_3 \phi_3'(z_3)], \\ u &= u_x^\infty + 2\operatorname{Re}[p_1 \phi_1(z_1) + p_2 \phi_2(z_2)], \\ v &= u_y^\infty + 2\operatorname{Re}[q_1 \phi_1(z_1) + q_2 \phi_2(z_2)], \\ w &= w^\infty + 2\operatorname{Re}[(\beta_{45} - \beta_{44}/\mu_3) \phi_3(z_3)].\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

ここに、 $u_x^\infty, u_y^\infty, w^\infty$ はそれぞれ座標軸方向の初期変位であるが、初期応力に起因するこれらの変位がトンネル掘削前の地山内ですでに発生していることを考慮すれば、トンネル掘削問題ではこれらはいずれも0と考えてよいことになる。

式(1)に含まれる複素係数 μ_k ($k=1, 2, 3$) およびこれらと共役な $\bar{\mu}_k$ は、異方性体に対する次の特性方程式の複素根として求められる。

$$\left. \begin{aligned}\beta_{11}\mu_k^4 - 2\beta_{16}\mu_k^3 + (2\beta_{12} + \beta_{66})\mu_k^2 - 2\beta_{26}\mu_k + \beta_{22} &= 0, \quad (k=1, 2) \\ \beta_{55}\mu_k^2 - 2\beta_{45}\mu_k + \beta_{44} &= 0. \quad (k=3)\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

また、係数 p_k, q_k ($k=1, 2$) は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned}p_k &= \beta_{11}\mu_k^2 + \beta_{12} - \beta_{16}\mu_k, \quad (k=1, 2) \\ q_k &= \beta_{12}\mu_k + \beta_{22}/\mu_k - \beta_{26}. \quad (k=1, 2)\end{aligned}\right\} \quad (3)$$

ここに、 β_{ij} ($i, j=1, 2, \dots, 6$) は、平面ひずみ状態での直交異方性体の弾性コンプライアンスであり、座標系 (x, y, z) に対する弾性コンプライアンス a_{ij} を用いて次式で求められるものである。

$$\beta_{ij} = a_{ij} - (a_{i3}a_{j3}/a_{33}), \quad (i, j=1, 2, \dots, 6) \quad (4)$$

なお、上式で用いられる a_{ij} の具体的な値は、例えば弾性主軸の方向が座標軸と一致するような場合 (i. e. Fig. 2 で $\phi=0$ のとき) には、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned}a_{11} &= 1/E_1, \quad a_{22} = 1/E_2, \quad a_{33} = 1/E_3, \\ a_{12} &= -\nu_{12}/E_1 = -\nu_{21}/E_2, \\ a_{13} &= -\nu_{13}/E_3 = -\nu_{31}/E_3, \\ a_{23} &= -\nu_{23}/E_2 = -\nu_{32}/E_3, \\ a_{44} &= 1/G_{23}, \quad a_{55} = 1/G_{31}, \\ a_{66} &= 1/G_{12} \quad (\text{others } a_{ij}=0).\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

ここに、 E_i は弾性係数、 G_{ij} はせん断弾性係数、 ν_{ij} はポアソン比である。弾性主軸の方向が座標軸に対して傾斜するような、より一般的な場合 ($\phi \neq 0$) については文献5) に詳述されている。

したがって、式(1)の複素関数を決定すれば必要な力学量が求められることになる。なお、岩盤が異方性弾性体の場合には、トンネルの形状としては円形ないしだ円形の場合についてのみ解析解が得られる。

いま、異方性弾性岩盤に対する所要の厳密解を得るために、だ円形トンネル断面の孔縁およびその外部を複素変数 z で表わし、これを次式のように ζ -平面内の単位円およびその外部に変換する写像関数 $\omega(\zeta)$ を設定する。

$$z = x + iy = \omega(\zeta) = \frac{1}{2} \{ (a+b)\zeta + (a-b)\zeta^{-1} \}. \quad (6)$$

ここに、 a, b はだ円孔の長短軸長の半分であり、円形孔の場合はその半径であって $a=b$ となる。

ところで、孔縁での応力値が与えられるような第1種

境界値問題に対しては、トンネル孔縁の境界 (*i.e.* $z_0 = x_0 + iy_0$) において複素応力関数は次の条件式を満たす必要がある。

$$\left. \begin{aligned} 2\operatorname{Re}[\phi_1(z_1) + \phi_2(z_2)] &= \int_0^s Y_n ds, \\ 2\operatorname{Re}[\mu_1 \phi_1(z_1) + \mu_2 \phi_2(z_2)] &= - \int_0^s X_n ds, \\ 2\operatorname{Re}[\phi_3(z_3)] &= - \int_0^s Z_n ds. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ここに、 X_n , Y_n , Z_n は孔の境界におけるそれぞれ x , y , z 方向の外荷重応力であり、無限遠での応力成分と孔境界での方向余弦を用いて次式のように表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} X_n &= -[\sigma_x^\infty \cos(n, x_0) + \tau_{xy}^\infty \cos(n, y_0)], \\ Y_n &= -[\tau_{xy}^\infty \cos(n, x_0) + \sigma_y^\infty \cos(n, y_0)], \\ Z_n &= -[\tau_{xz}^\infty \cos(n, x_0) + \tau_{yz}^\infty \cos(n, y_0)]. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式(7)の右辺は、式(8)の X_n , Y_n , Z_n の孔周縁に沿った積分であるが、これを次式のように Fourier 級数に展開する。

$$\left. \begin{aligned} \int_0^s Y_n ds &= a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} (a_m e^{im\theta} + \bar{a}_m e^{-im\theta}), \\ - \int_0^s X_n ds &= b_0 + \sum_{m=1}^{\infty} (b_m e^{im\theta} + \bar{b}_m e^{-im\theta}), \\ - \int_0^s Z_n ds &= c_0 + \sum_{m=1}^{\infty} (c_m e^{im\theta} + \bar{c}_m e^{-im\theta}). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

さらに、式(7)の左辺の複素関数 $\phi_k(z_k)$ を次式：

$$\phi_k(z_k) = \sum_{m=1}^{\infty} \Gamma_{km} \zeta_k^{-m}. \quad (k=1, 2, 3) \quad (10)$$

のような型で表示することにすれば、上記の $\phi_k(z_k)$ の係数 Γ_{km} は、次式のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_{1m} &= \frac{1}{\mu_2 - \mu_1} (\mu_2 \bar{a}_m - \bar{b}_m), \\ \Gamma_{2m} &= \frac{1}{\mu_2 - \mu_1} (-\mu_1 \bar{a}_m + \bar{b}_m), \\ \Gamma_{3m} &= \bar{c}_m. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \bar{a}_1 &= -\frac{1}{2} (a \sigma_y^\infty - i b \tau_{xy}^\infty), \\ \bar{b}_1 &= \frac{1}{2} (a \tau_{xy}^\infty - i b \sigma_x^\infty), \\ \bar{c}_1 &= \frac{1}{2} (a \tau_{yz}^\infty - i b \tau_{xz}^\infty), \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\bar{a}_m = \bar{b}_m = \bar{c}_m = 0. \quad (m \geq 2)$$

なお、上式の $\bar{a}_m$, $\bar{b}_m$, $\bar{c}_m$ の値は単一トンネルに対する値であり、複数のトンネルが存在する場合にはそれぞれ有限値をとることになる。

以上より、これらを式(1)に代入することによって、トンネル断面周辺における任意位置での応力および変位が計算できることになる。

(B) 双設トンネルに対する解

前項で示した単一トンネルに対する解析解を利用して、双設トンネルの相互の位置関係および選点法によって、

Fig. 3. Location of two tunnels and coordinate systems.

2個の円形トンネルが存在する場合の解を容易に導くことができる。具体的には以下の手順で行う。

[I]; Fig. 3(a)に示すように、最初に開削される円形孔 Σ_1 の解析に際して、その外部領域として、孔 Σ_2 の仮想境界位置での応力および変位を計算する。計算に用いる選点数は、トンネル孔 Σ_2 の周縁に沿って、その外周を144~360点 (2.5~1 deg. ピッチ) 程度に分割する。

[II]; ここで求めた応力成分 σ_x , σ_y , τ_{xy} , τ_{yz} , τ_{zx} をそれぞれ式(8)の σ_x^∞ , σ_y^∞ , τ_{xy}^∞ , τ_{yz}^∞ , τ_{zx}^∞ の代わりに代入し、新たに孔 Σ_2 に対する座標系 (x' , y' , z') を設定して、式(7)~式(12)と同様の手順で Σ_2 の座標系に対する複素関数 $\phi_k^*(z_k')$ を求めることができる。ただし、この場合には式(10)の項数 m は20~25程度まで採用する必要がある。これから、上記[I]と同様の手順で Fig. 3(b)の状態での応力および変位が決定できる。

ただし、上述の[I], [II]の結果を重ね合わせれば、 Σ_2 の孔縁での境界条件は満足されるが、 Σ_1 の境界における自由境界条件 (*i.e.* $\sigma_\theta = \tau_{\theta n} = \tau_{\theta z} = 0$) は損なわれる。そこで再び Σ_1 の境界条件を満足させるように、上述の[II]の操作を Fig. 3(a)の状態のもとに適用する。以下、同様の操作を順次おのおのの孔周縁での応力値 σ_θ , $\tau_{\theta n}$, $\tau_{\theta z}$ が作用荷重に対して十分に小さくなるまで繰返し計算して、それぞれの段階で得られた値を重ね合わせれば、求めるべき双設トンネルの応力および変位の分布が得られることになる。

著者らの計算では、例えば境界上での選点数を144点 (2.5 deg. ピッチ) とし、式(10)の級数式の項数 m を25まで採用して上記[I], [II]の繰返し回数を6回行ったものは、双設トンネルの接近度合にも依存するが、面内荷重または面外荷重に対する他の厳密解と比較して、ほぼ0.5%程度以内の精度が得られることが検証されている。

3 双設トンネル問題に対する逆解析法

トンネル施工中の現位置での計測データを用いて、3次元主応力 (σ_1^∞ , σ_2^∞ , σ_3^∞) ならびに岩盤の弾性定数を同定しなければならない。この場合、逆解析に用いる入力データとしては、計測変位および応力のどちらでも使用可能でもあるが、通常、トンネル現場では内空変位の測定が行われることが多い。そこで、ここでは変位の計測データを用いた、直接定式化法による逆解析の方法について以下に述べる。

まず、同定すべきパラメータとしては Fig. 2に示すように、①地山の弾性係数 $E_1 (= E_3)$, E_2 , ②面内および

Fig. 4. Measuring of in-plane and out-of-plane displacements on tunnel wall surface.

面外の荷重 $\sigma_x^o, \sigma_y^o, \tau_{xy}^o, \tau_{yz}^o, \tau_{zx}^o$ および ③ 岩盤の異方性角度 ϕ (弾性主軸の傾き) とする。地山のポアソン比は本来は同定すべきパラメータのひとつであるが、岩盤のそれをある程度の範囲で類推できることから、ここでは既知量 ($\nu_2=0.25$) として与えることにした。また、トンネル軸方向の直応力成分 σ_z^o は、例えばフラットジャッキ法 (応力再現法) などによって現位置で測定できるものとする。

なお、直接定式化法では、外荷重と弾性係数との組合わせによっては、後述する逆解析の計算過程において同一の解が得られず、一義的にパラメータを同定することができない。そのため、いずれかひとつを仮定する必要があるが、鉛直方向 (y 軸方向) の外荷重はトンネルの土被り高さなどからある程度推定可能なことから、ここでは鉛直方向の応力 σ_y^o を仮定することにした。また、直交異方体のせん断弾性係数 G_{ij} は次式で計算できるものとした。

$$\left. \begin{aligned} G_{ij} &= 1 / \left(\frac{1+2\nu_{ij}}{E_i} + \frac{1}{E_j} \right), (i=1, 2, 3) \\ E_2 &= E_1 / e, E_3 = E_1, \\ \nu_{13} &= \nu_{12}, \nu_{23} = \nu_{12} / e. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

入力データは次ように取扱う。例えば Fig. 4 に示すように、先行トンネル孔壁 A, B, C, ... の各測点に計測ピンを設置して、後行トンネルの掘削に伴う面内の内空変位 (NATM の A 計測変位) および面外変位 w を測定するものとする。なお、面外変位については、ひとつの計測断面だけでは測定することはできないが、この場合はトンネル軸方向のある距離離れた位置に断面を設け、この断面を基準として、後行トンネルの掘削の進行に伴う z 方向への変位の変化量、すなわち $w_A, w_B, w_C, \dots$ を測定すればよい。これらの相対的な変位差を求め、これを各測点間の距離で除して次式のような見掛けのひずみを定義する。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{AB} &= \Delta L_{AB} / L_{AB}, \epsilon_{AC} = \Delta L_{AC} / L_{AC}, \\ \epsilon_{BC} &= \Delta L_{BC} / L_{BC}, \dots \\ \gamma_{AB} &= (w_A - w_B) / L_{AB}, \gamma_{AC} = (w_A - w_C) / L_{AC}, \\ \gamma_{BC} &= (w_B - w_C) / L_{BC}, \dots \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

ここでは、計測結果から上式を用いて得られる見掛けのひずみを入力データとして用いることにする。

一方、解析では前記の同定パラメータを適宜与えることにより、A, B, C, ... 各点の変位 u, v, w は式 (1) から容易に算定することができるから、式 (14) で定義される値が自動的に決定できることになる。いま、解析的に

求められるこれらの値を $\epsilon_{ij}^*, \gamma_{ij}^*$ と表わすことにすれば、計測結果から得られる見掛けのひずみ $\epsilon_{ij}, \gamma_{ij}$ との間で、次の条件式を満足するまで各パラメータを変化させながら繰返し計算を行うことによって、最適なパラメータを同定することができる。

$$\left. \begin{aligned} (\epsilon_{AB} - \epsilon_{AB}^*)^2 + (\epsilon_{AC} - \epsilon_{AC}^*)^2 \\ + (\epsilon_{BC} - \epsilon_{BC}^*)^2 + \dots &\leq \epsilon_{er}^2, \\ (\gamma_{AB} - \gamma_{AB}^*)^2 + (\gamma_{AC} - \gamma_{AC}^*)^2 \\ + (\gamma_{BC} - \gamma_{BC}^*)^2 + \dots &\leq \gamma_{er}^2. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

ここに、 ϵ_{er} および γ_{er} は許容誤差を表す。

以上の結果から 5 つの外荷重成分 ($\sigma_x^o, \sigma_y^o, \gamma_{xy}^o, \gamma_{yz}^o, \gamma_{zx}^o$) が同定されると、別途測定された σ_z^o と合わせて、次式から 3 次元主応力 ($\sigma_1^o, \sigma_2^o, \sigma_3^o$) が計算される。⁸⁾

$$\sigma_i^{o3} - I_1 \sigma_i^{o2} - I_2 \sigma_i^{o1} - I_3 = 0, (i=1, 2, 3) \quad (16)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \sigma_x^o + \sigma_y^o + \sigma_z^o, \\ I_2 &= -(\sigma_x^o \sigma_y^o + \sigma_y^o \sigma_z^o + \sigma_z^o \sigma_x^o) \\ &\quad + \tau_{yz}^o{}^2 + \tau_{zx}^o{}^2 + \tau_{xy}^o{}^2, \\ I_3 &= \sigma_x^o \sigma_y^o \sigma_z^o - \sigma_x^o \tau_{yz}^o \tau_{yz}^o - \sigma_y^o \tau_{zx}^o \tau_{zx}^o \\ &\quad - \sigma_z^o \tau_{xy}^o \tau_{xy}^o + 2 \tau_{yz}^o \tau_{zx}^o \tau_{xy}^o. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

また、主応力 σ_i^o の方向の、座標系 (x, y, z) に対する方向余弦 (l_i, m_i, n_i), ($i=1, 2, 3$) は次式を用いて求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_x^o - \sigma_i^o) l_i + \tau_{xy}^o m_i + \tau_{xz}^o n_i &= 0, \\ \tau_{xy}^o l_i + (\sigma_y^o - \sigma_i^o) m_i + \tau_{yz}^o n_i &= 0, \\ \tau_{xz}^o l_i + \tau_{yz}^o m_i + (\sigma_z^o - \sigma_i^o) n_i &= 0, \\ l_i^2 + m_i^2 + n_i^2 &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

4 数値解析例

(A) 順解析による計算例

岩盤内の 3 次元主応力がトンネル軸 (z 軸) に対して傾斜している場合、トンネル断面には面内荷重のほかには面外荷重が作用する。ここでは、上述の主応力の傾斜が、面内および面外の荷重応力と変位にどのような影響を及ぼすかについて解析した結果について述べる。

Fig. 5 に双設トンネルの解析モデルを示す。岩盤は x - y 面内に弾性主軸が存在するような 2 次元的な直交異方性を仮定し、まず右側の円形トンネルが先行して掘削され、そのあとで左側の円形トンネルが開削されるものとする。なお、主応力 σ_1^o, σ_2^o および σ_3^o について

Fig. 5. Analytical model for two neighboring tunnels under 3-dimensional loading conditions.

Fig. 6. Normal displacement (u_ξ) and tangential stress (σ_η) of in-plane, and axial displacement (w) and stress ($\tau_{\eta z}$) of out-of-plane along the boundary of the first tunnel Σ_1 occurred by excavation of the first and the second tunnels.

ては任意の方向から作用する場合の解析が可能であるが、ここでは概念的な理解を容易にするため、最小主応力 σ_3^∞ が x 軸方向から、また最大主応力 σ_1^∞ および中間主応力 σ_2^∞ がそれぞれトンネル軸に対して $\gamma=30^\circ$ だけ面外回転 (x 軸まわりに回転) した状態の場合を考える。このとき、図中に示す主応力の値に対して、座標方向の外荷重応力は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^\infty &= -5.0, \sigma_y^\infty = -9.0, \sigma_z^\infty = -7.0, \\ \tau_{yz}^\infty &= -1.73, \tau_{xy}^\infty = \tau_{zx}^\infty = 0. \end{aligned} \right\} \quad (19) \quad (\text{MPa})$$

Fig. 6(a) および Fig. 6(b) に、解析結果の一例として、先行トンネルの孔壁における面内および面外の変位と応力の分布を示す。先行トンネルでは、それ自身の掘削によって変位が生じることに加え、後続して施工される後行トンネルの掘削の影響も強く受ける。ここでは、それぞれの掘削後の状態も併せて表示した。なお、ここに表示した面内の応力および変位は、式(1)で求めた値を直交曲線座系 (ξ, η, z) に変換したものである。いずれも岩盤の変形係数 E_1 、トンネルの長軸の半長 a および最大主応力 σ_1^∞ に対し、無次元化して示している。また、孔壁上の位置 θ は、 x 軸の正方向から反時計まわりに測った角度で示している。

これらの図から、主応力の面外傾斜によって、トンネル孔壁上にはわずかながら面外の変位および応力が発生している状態が理解される。また後行トンネルの掘削の影響については、掘削位置に近い左側の側壁部分 ($\theta=180^\circ$ 位置) で、特に面内応力の増加量が大きく

Fig. 7. Typical distributions of axial displacement (w) of out-of-plane on the wall surface of the first tunnel Σ_1 and the second tunnel Σ_2 .

なっている。

Fig. 7 は上記の面外変位の分布をトンネル断面に対して表示したものである。この解析例では、Fig. 5 にも示したように主応力が y - z 面で回転しているだけであり、したがって、面外せん断荷重としては τ_{yz} のみが作用した場合の結果となっている。トンネル断面の水平位置 ($\theta=0, 180^\circ$) で変位の対称性が失われているが、これは岩盤を異方性体 ($e=E_1/E_2=5.0$, $\phi=30^\circ$) と仮定したことによる。

Fig. 8 は前述の Fig. 5 の解析モデルで、トンネル軸に対する主応力の回転角度を $\gamma=0\sim90^\circ$ の範囲で変化させたときの影響を調べたものである。ここでは、後行トンネルが掘削されたあとの、先行トンネル孔壁での面内変位と面外変位について表示した。また Fig. 9 には、岩盤

Fig. 8. Variations of normal displacement (u_ξ) and axial displacement (w) along the boundary of the first tunnel Σ_1 by changing the direction (γ) of principal stresses.

Fig. 9. Variations of normal displacement (u_ξ) and axial displacement (w) along the boundary of the first tunnel Σ_1 by changing the Young's modulus ratio (e).

Table I. Input data for back analysis ($\times 10^{-3}$).

Measuring	ϵ_{AB}	ϵ_{AC}	ϵ_{BC}	γ_{AB}	γ_{AC}	γ_{BC}	γ_{AD}
Analyzed values	-0.269	-0.067	0.199	-0.052	-0.110	-0.035	-0.192
Input data	-0.279 (+4%)	-0.065 (-2%)	0.197 (-1%)	-0.050 (-3%)	-0.112 (+2%)	-0.033 (-5%)	-0.198 (+3%)

Table II. Results of back analysis using Table I (unit ; MPa or deg.).

Correct Ans.	E_1	E_2	ϕ	σ_x^∞	σ_y^∞	τ_{xy}^∞	τ_{yz}^∞	τ_{zx}^∞	Remarks
	10000	2000	30.0	-5.00	-9.00	0.00	-1.73	0.00	
Analysis 1	10200	1960	30.2	-4.96	-9.00*	0.01	-1.77	0.02	Anisotropy
Analysis 2	7000	—	—	-4.84	-9.00*	-0.16	-1.97	-0.14	Isotropy

*) Fixed to correct answer, (Supposing to $\sigma_z^\infty = -7.0$).

Table III. Values of principal stresses and acting directions.

Principal angles	Analysis 1			Analysis 2		
	x	y	z	x	y	z
σ_1^∞	90.2	30.2	59.8	87.8	31.7	58.4
σ_2^∞	90.7	120.3	30.3	87.9	121.6	31.7
σ_3^∞	0.2	89.8	90.1	3.5	90.6	93.4
Principal stresses	$\sigma_1^\infty = -10.03$ MPa			$\sigma_1^\infty = -10.22$ MPa		
	$\sigma_2^\infty = -5.97$			$\sigma_2^\infty = -5.79$		
	$\sigma_3^\infty = -4.98$			$\sigma_3^\infty = -4.83$		

の異方性の影響として、 $\gamma=30^\circ$ の場合について弾性係数比 $e (=E_1/E_2)$ を変化させた場合の結果を示した。いずれの解析例もこれらのパラメータの変化によって大きく変動することが認められ、現位置でのトンネルの変形挙動に重大な影響を及ぼすことが理解される。

(B) 逆解析による計算例

岩盤の物性値と3次元主応力を同定するために、Fig. 5に示した双設トンネルを実際の現場施工モデルとみなし、順解析で得られた変位の計算結果を用いて逆解析のための入力データを作成する。

いま、Fig. 4に示す先行トンネルの孔壁位置で、後行トンネルの掘削に伴う変位の変化量が測定されたものとする。これらの変化量を決定するために、Fig. 5の解析条件で順解析を行い、式(14)を用いて見掛けのひずみを計算した結果をTable Iの上段に示した。ただし、実際の逆解析では、トンネル施工現場の変位計測には測定誤差が伴うことを考慮して、上述の値を $\pm 5\%$ の範囲でランダムに変化させて、入力データとして使用することにした。

Table IIおよびTable IIIに上記の入力データを用いて逆解析した結果を示す。ここで、 σ_y^∞ はトンネル土被りから、また σ_z^∞ は別途の測定によって得られるものとして、それぞれ設定した。主応力($\sigma_1^\infty, \sigma_2^\infty, \sigma_3^\infty$)の大きさと方向は、座標軸に対する応力成分($\sigma_x^\infty, \sigma_y^\infty, \sigma_z^\infty, \tau_{xy}^\infty, \tau_{yz}^\infty, \tau_{zx}^\infty$)が決定されると、式(16)および式(18)で容易に計算される。このうち、Analysis 1は岩盤をFig. 5と同様に異方性体とみなして逆解析したものである。入力データには最大で5%の測定誤差が含まれているが、本解析法によると非常に高い精度で異方性岩盤の物性値および主応力を同定できていることが分かる。

一方、Analysis 2は岩盤を等方性体と仮定して、上記と同じ入力データを用いて逆解析した結果である。この場合には、上述の解析1の結果と比べて、同定の精度が幾分悪くなっていることが分かる。岩盤の弾性係数は E_1 と E_2 のほぼ中間の値として同定されている。この解析例では岩盤を等方性とみなしているが、入力データ(測定値)は現位置岩盤の異方性を反映したものであり、精度の高い同定を行うためにも、岩盤の異方性を取入れた逆解析を行うことが必要であろう。

Fig. 10は異方性岩盤における逆解析の収束性を示したものである。直接定式化法では正解値の周辺で式(15)の左辺、すなわち、

$$E \cdot R = \sum_{k=1}^n (\epsilon_{IJ} - \epsilon_{IJ}^*)^2, \text{ or } \sum_{k=1}^n (\gamma_{IJ} - \gamma_{IJ}^*)^2$$

$$(I, J = A, B, C, \dots)$$

(20)

の値は急激に小さくなる。そこで各パラメータを単独に変化させ(他のパラメータは正解値に固定)、正解値を中心とした $\pm 5\%$ の誤差範囲内で上式の値の変化を調べた。解析モデルはFig. 5と同様とし、入力データはTable Iの上段の値を用いた。

この結果から、逆解析の収束性は作用外荷重($\sigma_x^\infty, \sigma_y^\infty$)に対する感度が最も高く、岩盤の異方性に関する傾斜角 ϕ および弾性係数(E_1, E_2)に対しては低いことが理解される。したがって、精度の高い同定のためには、逆解析の過程で外荷重のきざみピッチを細かくするなどの配慮が必要と思われる。また σ_y^∞ の推定の精度が、逆解析全体のそれを支配することになる。先述したように、直接定式化法では作用外荷重あるいは弾性係数のいずれかを

Fig. 10. Comparison of the state of convergency of each parameter in back analysis.

仮定しなければならないが、精度の面からはむしろ岩盤の弾性係数を推定して与え（あるいは岩石試験などで求めて）、 σ_y を同定の方が優れているといえよう。なお、Fig. 10の結果から、逆解析によって $\pm 5\%$ 以内の精度でパラメータを同定するためには、式(20)の値は 2×10^{-9} 程度になることが分る。したがって式(15)の許容誤差 ε_{er} または γ_{er} の値としては、 $10^{-4} \sim 10^{-5}$ オーダーの値を採用することが要請されることになる。

5 結 言

本論文では、3次元主応力が作用する直交異方性弾性岩盤内に施工される円形またはだ円形の双設トンネル問題に関して、複素変数法を用いた高精度の準3次元解析理論を提示するとともに、いくつかの数値解析例を通して本解析手法の有効性を示した。トンネル軸(z 軸)方向の直応力成分 σ_z については、この準3次元理論では解析できないが、本文中にも示したように、フラットジャッキ法などによる現位置計測と組合わせて使用することにすれば、任意の方向に作用する3次元主応力を同定することが可能であり、従来までの解析例と比べて取扱いが極めて容易である。

また、ここに示した解析手法は、理論的に閉じた型の解を基本とした数値手法によることから、解析精度が高く、FEMやBEMなどの離散化手法と比べて計算時間および計算機容量などの点で制約が少ないなどの利点がある。そのためトンネル施工現場において、計測結果を用いて直ちに逆解析を行い、これらの結果からトンネル

掘削作業のある段階での安定性を検討したり、さらに次段階掘削の変状予測を行うなどの機動的な施工管理に活用することができる。この場合、通常は簡便な面内2次元解析を標準として行い、重要位置に応じて、適宜、本論文で示した準3次元解析を併用すれば、さらに効率のよい施工管理を行うことができよう。

なお、ここでの取扱いでは、簡単化のために覆工されていない素掘りのトンネルを対象としたが、覆工トンネル問題への本手法の適用については別の機会に発表することにしたい。

参 考 文 献

- 1) 山下幸夫, 藤原紀夫, 平島健一, 材料, **43**, 1366 (1994).
- 2) B. H. G. Brady and J. W. Bray, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., **15**, 21 (1978); **15**, 29 (1978).
- 3) 平島健一, 川上哲太郎, 藤原紀夫, 山下幸夫, 土木学会論文集, No. 439/III-17, 1 (1991).
- 4) 平島健一, 川上哲太郎, 藤原紀夫, 山下幸夫, 土木学会論文集, No. 436/III-16, 37 (1991).
- 5) S. G. Lekhnitskii, "Theory of elasticity of an anisotropic elastic body.", Holden-Day Inc. p. 8 (1963).
- 6) 例えば, R. A. W. Hadden, Quart. J. Mech. and Appl. Math., **20**, 277 (1963).
- 7) 土木学会編, "初期地圧測定法の現状と課題", p. 106 (1992) 土木学会.
- 8) J. C. Jaeger, 飯田汲事訳, "弾性・破壊・流動論", p. 10 (1978) 共立全書.