最適設計手法の提案とコンピュータプログラムの開発†

座古 勝* 松本 金矢** 横山 敦士***
辻上 哲也* 坂田 誠一郎****

Proposal of Optimum Design Method and Development of Computer Program

by

Masaru ZAKO*, Kin'ya MATSUMOTO**, Atsushi YOKOYAMA***
Tetsuya TSUJIKAMI* and Seiichiro SAKATA****

When structures are designed, the stress analysis using FEM is carried out at first, and the most desirable structure is obtained from the computational results. When the effect on human sense is considered for constructing composite structures as in the cases of tennis racket, golf shaft and fishing rod, the distribution of curvature under stress has to be kept in mind because the deformation at use is an important design parameter.

A new method is suggested to realize the deformation with a uniform distribution of curvature in this paper. In order to evaluate this proposed method, the computational results were compared with the experimental ones. It was recognized that these results agreed very well. As an example, the new method was applied to design a composite chair made from a stampable sheet. As the result, an optimum chair design with a uniform distribution of curvatures was obtained.

Key words : FEM, Optimization, Deformation, Composites, Stress, Curvature

1 緒 言

近年、複合材料などの機能化材料が各種構造物に用いられるようになり、その1次設計として有限要素法による構造解析や構造最適化が取入れられるようになってきた。特に、積層材の積層構成および繊維配向角の最適化や形状・剛性最適化に関する研究が多く^{1),2)}の研究者によってなされている。それらは、応力状態の均一化、最小重量設計などを制約条件とする最適化問題の解法や手法の提案である。一方、人間の感覚に直接影響を与える構造物に関しては、機械的特性だけでなく、それ以外の設計変数を考慮して構造物の性能評価を行うことが必要となる。例えば、ゴルフやテニスのスイング時では、強度に加えて道具から伝わる手への感触性の問題等が生じることから、打球時に不快な振動を与えないことを目的として、固有振動数を設計パラメータとした最適設計手法の提案なども行われている³⁾。

本研究では、変形時に曲率の極端な変化がない滑らかな変形状態を考え、その変形状態を実現する板厚分布を最適解とする設計支援システムの構築を行った。また、例としてFRP製椅子の設計に本システムを適用した。着席時の変形により生ずる曲率分布から、一様曲率となる薄肉構造物の最適板厚分布を求め、滑らかな変形状態となるように設計を行った。また、制約条件は、最大たわみおよび重量とした。以下本システムの構成ならびに

その例解析について記述する。

2 システム構成

2.1 設計手法

最適化を行う設計空間を式(1)~式(6)に示す。

Design variable

$$t_e^i \quad (i=1, n) \quad (1)$$

Minimize

$$\rho_{\max} = \max_i ||x_i - x_j|| \quad (i=l, n, j=\text{Func}(i)) \quad (2)$$

Subject to

$$\rho_{\max} - \rho_D \leq 0 \quad (3)$$

$$\delta_{\max} - \delta_D \leq 0 \quad (4)$$

$$\sigma_{\max} - \sigma_D \leq 0 \quad (5)$$

$$W = \text{const} \quad (6)$$

ただし、 t_e は要素板厚、 $\rho_{\max}$ は最大曲率差、 x は要素曲率、 ρ_D は許容曲率差、 $\delta_{\max}$ は最大たわみ、 δ_D は許容最大たわみ、 $\sigma_{\max}$ は最大引張応力、 σ_D は最大許容応力、 W はモデル重量を表す。また、 n は要素数、 j は i に隣接した要素の要素番号をとるものとする。なお、収束判定は式(7)によって行う。

$$|\rho_{\max}^{m-1} - \rho_{\max}^m| < EX \quad (7)$$

ただし、 $\rho_{\max}^m$ は m 番目のステップ時における最大曲率差を、 EX は判定精度を表し、最大要素曲率の1%、すなわち、

† 原稿受理 平成6年5月31日 Received May 31, 1994

* 正会員 大阪大学工学部生産加工工学科 〒565 吹田市山田丘, Dept. of Welding & Production Eng., Osaka Univ., Yamada-oka, Suita, 565

** 三重大学教育学部技術科 〒514 津市上浜町, Fac. of Education, Mie Univ., Kamihama-cho, Tsu, 514

*** 正会員 三重大学教育学部情報教育科 〒514 津市上浜町, Fac. of Education, Mie Univ., Kamihama-cho, Tsu, 514

**** 大阪大学大学院 〒565 吹田市山田丘, Graduate Student, Osaka Univ., Yamada-oka, Suita, 565

Fig. 1. Flow chart of proposed method.

$$EX = \frac{\kappa_0 \max}{100} \quad (8)$$

とした。ここで $\kappa_0 \max$ は初期最大曲率を示す。

Fig. 1 にシステムのフローチャート、計算の流れを以下に示す。

- (1) 有限要素法による初期モデルの解析から所定の荷重状態における曲率分布を算出する。
- (2) 各要素ごとの曲率から、その曲率を一定とするように各要素板厚を決定する。
- (3) 新たに決定された板厚分布を有するモデルに対し、再度有限要素法解析を行い、その結果に対し制約条件を確認する。
- (4) 式(3)の条件を満たすか $\rho_{\max}$ が極小値となった場合、式(4)～式(6)の条件を確認し、これらが満足すれば計算を終了する。
- (5) 条件を満たさない場合は、(1)～(4)の作業を繰返し行う。ただし、式(3)を満たすが、式(4)～式(6)を満たさない場合は重量などの条件を操作して解析を続行する。

2・2 板厚決定手法

本システムの板厚決定のアルゴリズムを以下に示す。

いま、簡単のため、Fig. 2(a) のような一様断面の片持ちはりを考える。はりの板厚が均一の場合、(a) に示すように曲率が連続的に変化する。しかし、Fig. 2(b) のように曲率一定の条件を考えると、板厚は一定ではなくある分布となる。もしこの板厚分布が容易に解析できれば、滑らかな変形状態を有する設計が可能となる。そこで、片持ちはりの最大たわみを $\delta_{\max}$ 、最大曲率を $\kappa_{\max}$ 、設計許容たわみを σ_D 、設計最大許容曲率を κ_D とすると、はりのたわみ理論から、

$$\sigma_{\max} : \delta_D = \kappa_{\max} : \kappa_D \quad (9)$$

となり、 κ_D は式(10)で表せる。

$$\kappa_D = \frac{\delta_D}{\delta_{\max}} \kappa_{\max} \quad (10)$$

ただし、最大許容曲率 κ_D は、許容たわみ δ_D がはりに生じた場合の最大曲率とする。 κ_D については、設計値と

(a) In case of constant thickness.

(b) In case of constance curvature.

Fig. 2. Cantilever model for numerical example.

して与えるのではなく、 κ_D がある一定値となるように板厚を決定するものとする。また、同様に同一材料では、曲率と初期板厚 t_0 および目標板厚 t の関係は式(11)により与えられる。

$$\kappa_{\max} : \kappa_D = t_0^{-3} : t^{-3} \quad (11)$$

これらから、各要素ごとの板厚 t_e は式(12)で求められる。

$$t_e = \sqrt[3]{\frac{\kappa_e}{\kappa_D}} \cdot t \quad (12)$$

さらに、式(12)により得られた各要素板厚 t_e を用いて、式(13)により重量を考慮した各要素板厚が決定できる。

$$t_e^{*i} = t_e^i \times \frac{W}{\sum t_e^i \cdot s^i \cdot R} \quad (13)$$

なお、添字 i は要素番号、 W は許容重量、 s は要素の面積、 R は重量密度、また t_e^{*i} は重量を考慮した最終要素板厚を表す。

3 本システムの例解析および適用例

3・1 例解析

本システムの妥当性ならびに有効性を検証するため、片持ちはりについて本システムを適用し、四角形平板シェル要素(4節点)を用いて、板厚分布解析を行った。

はりの解析モデルならびに解析条件を Fig. 3 に示す。図中の荷重条件において、許容たわみ 8 mm、重量一定の条件で板厚決定解析を行った。Fig. 4 に板厚分布の解

Fig. 3. Size of cantilever.

Fig. 4. Comparison between the thickness distributions obtained by the original and proposed methods.

析結果を示す。拘束部で約 2 mm の増加, 先端部で約 2.5 mm の減少となっている。なお, 得られた板厚が段階状となっているのは要素分割の影響であり, 要素分割を細かくすればより滑らかな板厚分布が得られることは言及するまでもない。また, Fig. 5~7 に初期モデル形状と本システムにより得られた板厚分布を有する形状の変位, 曲率, 応力分布の比較を示す。Fig. 5 から, 最大変位が約 40% 程度減少していることがわかる。なお, 本システムにより得られた板厚分布を有する形状では, 最大たわみが許容たわみより小さくなっている。これは, 本解析において重量一定の条件を付け加えているためである。本解析では取扱っていないが重量を設計変数として指定すれば, 許容たわみを実現し, かつ曲率一定のモ

Fig. 5. Comparison in displacement between original and modified shapes.

Fig. 6. Comparison in curvature between original and modified shapes.

Fig. 7. Comparison in stress between original and modified shapes.

デルのうち最小重量のものが得られる。Fig. 6 より解析後の曲率分布がほぼ一定となったことがわかる。さらに, Fig. 7 より初期モデル形状より発生応力差が減少し, 一様応力状態に近づいていることから板厚変更後の方がより好ましい応力分布状態になっていると考える。

一方, 解の収束状態は初期板厚により異なると考えられるので, 初期形状の収束に及ぼす影響を調査した。Fig. 8 に示すような異なる初期断面形状を持つ片持ちはりに対し, 本システムを適用し, 一様断面はりの場合と同様に板厚分布解析を行った。Fig. 9, 10, 11 はそれぞれ拘束部要素の板厚, 要素曲率, 最大引張応力値の解析繰返しに伴う推移, また, Fig. 12 は最大変位の解析繰返しに伴う推移である。これらの結果から, 本システムが, 初期形状の影響をほとんど受けず, 同一の結果に収束していることがわかる。したがって, 本システムの妥当性

Fig. 8. Models of numerical example.

Fig. 9. Relation between change of thickness and the number of iterations.

Fig. 11. Relation between reduction of stress and the number of iterations.

Fig. 10. Relation between change of curvature and the number of iterations.

Fig. 12. Relation between reduction of displacement and the number of iterations.

が確認できたと考える。

3・2 実構造物への適用例

実構造物の適用例として、一体成型型複合材料製椅子の板厚設計を行うこととした。なお、解析要素として4節点四角形平板シェル要素を用いた。

Fig. 13に解析モデルを示す。総要素数は476、総節点数は512である。材料は、GFRP製スタンパブルシートで、疑似等方性として取扱っている。その物性値を

Table Iに示す。

モデル化ならびに解析手法の妥当性を確認する上で、成形された椅子の解析と載荷実験を行い、その結果の比較検討を行った。

載荷実験の概略をFig. 14に示す。荷重は、人間が椅子に着座した状態を想定し、背面部には垂直方向に分布荷重を与えた。拘束は、椅子の脚取付け部に相当する位置を完全拘束とした。また、椅子にワイヤを取付け、ワ

Fig. 13. Size of analytical model.

Table I. Material properties of GFRP stampable sheet.

Young's modulus	(MPa)	4415.0
Poisson's ratio		0.3
Tensile strength	(MPa)	74.0

Fig. 14. Scheme of experiment.

イヤをロードセルで引張ることにより負荷した。このとき、ワイヤの取付けには金属製円盤を用い、局所的な応力発生とならず面荷重として負荷するよう考慮した。実験は、図中の荷重方向に負荷し、各負荷時における最大たわみ量 δ の変化を調査した。なお、図中の θ はワイヤの仰角であり、初期負荷段階においては約 13 度であった。実験と同一となるように Fig. 15 に示す条件により有限要素法解析を行った。

実験結果および解析結果を Table II に示す。実験結果と解析結果は比較的良好一致を示しており、本モデル化の妥当性が確認できる。ついで、本来の椅子の設計条件である荷重 $P=343$ N 負荷による最大たわみを調査した。この荷重条件に対し、設計上の目標たわみは $\delta=150$ mm であるが、解析結果では $\delta=368$ mm となり、目標たわみと比較して約 2 倍以上のたわみとなった。これは明らかに目標を大幅に上回っており、製品全体での剛性増加が必要となるが、製品コストを考慮すれば、初期段階と同重量でたわみ抑える必要がある。したがって、効率の良い設計変更が必要となる。そこで、Table III に示す設計条件で、板厚分布解析を行った。なお、初期板厚は 3.0 mm 均一とし、荷重および拘束条件は Fig. 15 と同様とした。

Fig. 16. Thickness distribution obtained by proposed method.

Fig. 15. Location of loading and fixed points.

Table II. Comparison of maximum displacements on experimental and analytical results.

	Displacement (mm)
Experiment	225
Analysis	240

Table III. Design requirement for chair.

Load	(N)	343
Max. displacement	(mm)	150
Max. stress	(MPa)	70

Fig. 16 に得られた板厚分布の解析結果を示す。Fig. 17, 18 にそれぞれ初期板厚および変更後の板厚を有する形状における応力分布状態を示す。また、初期モデル(板厚 3 mm 均一)と板厚変更した場合の最大たわみおよび最大応力値の比較を Table IV に示す。最大変位は

Table IV. Comparison of computational results for primary and proposed methods.

	Primary	Proposed
$\delta_{\max}$ (mm)	368.0	149.0
$\sigma_{\max}$ (MPa)	136.4	29.5

Fig. 17. Stress distribution for uniform thickness.

Fig. 18. Stress distribution obtained by proposed method.

368 mm から 149 mm へと約 75% の軽減となり目標値を満足している。また、最大応力値も 136.4 MPa から 29.5 MPa へと約 80% の減少となった。これらの結果から、提案した手法により、簡便に最適化が行えるものになったと考える。なお、本解析では、約 10 回程度のステップで板厚が収束した。また、解析にはハードウェアに住友電工ワークステーション (SUMISTATION S-P300) を用いた。解析時間は約 2 時間程度である。

4 結 言

薄肉構造物を対象とし、一方向曲げが支配的な場合について、板厚を設計変数とした最適設計を行った。設計変数である板厚の変更を行う際に、対象物の変形特性を考慮し、板厚を決定する手法を提案した。この手法により、変形の滑らかさ、すなわち曲率一定の条件を用い、人間の感触を考慮して設計を行うことができる。さらに、

設計支援システムを、片持ちはりならびに一体成型複合材料製椅子に適用し、システムの妥当性および有効性を確認した。

なお、本研究の実施に際し、供試体の作成ならびに実験の一部にご協力いただいた、三恵工業開発課長小林茂樹氏に対し感謝の意を表する。

(平成 6 年 3 月 18 日 日本材料学会第 23 回 FRP シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) 座古 勝, 辻上哲也, 材料, **41**, 468 (1992).
- 2) 三木光範, 杉山吉彦, 大庭一郎, 材料, **42**, 474 (1993).
- 3) 松本金矢, 井上孝治, 横山敦士, 座古 勝, 日本材料学会第 23 回 FRP シンポジウム講演論文集, P. III-50 (1993).
- 4) 山川 宏, “最適化デザイン” (1993) 培風館.