破壊じん性値がき裂速度依存性を有するセラミックスの 破壊じん性値の初期き裂長さおよび試験片形状依存性†

野 島 武 敏* 津 吉 宏 卓**

Effect of Initial Crack Length and Specimen Geometry on Fracture Toughness of Rate Sensitive Ceramics

by

Taketoshi NOJIMA* and Hirotaka TSUYOSHI**

It has been pointed out by the authors that in conventional fracture toughness K_I tests of crack-rate sensitive, perfectly brittle materials, a crack begins to extend before a maximum load (fracture load, $P_{\max}$) appears in a load-deflection curve. The amount of the extension depends upon the compliance of the testing machine, initial crack length x_0 and specimen geometry. Therefore, the obtained K_I -values (an apparent K_I ; K_{Ii}) are always underestimated as far as the values are evaluated by using $P_{\max}$ and x_0 .

The present paper aims to show how the K_{Ii} -value depends on x_0 and specimen geometry. Both numerical simulation and experimental data on a glass and an alumina ceramic show that the K_{Ii} -value increases with x_0 and also the value depends upon specimen geometry (3 point bending, CT and single edge cracked tensile specimens).

Key words: Initial crack length, Specimen geometry, Crack-rate effect, Alumina, Glass, Fracture toughness value

1 緒 言

前報において著者の一人らは、破壊じん性値が正のき裂速度 $\dot{a}$ 依存性を有するぜい性材料においては、たとえそれが完全ぜい性体であっても、破壊荷重 (最高荷重; $P_{\max}$) に達する以前にあらかじめ導入された初期き裂 (長さ a_0) が進展を開始することを示し、このき裂の進展現象を擬安定現象 (pseudo-stable phenomenon, PSP) と名付けた。 $P_{\max}$ 時点でのこのき裂の進展量は、初期き裂長さ、使用試験機のコンプライアンス Δ^* 、ならびに破壊じん性値の速度依存性指数 m^* ($\equiv \partial \log R / \partial \log \dot{a}$, R : き裂進展抵抗値) に依存し、かつ試験片形状 (引張および曲げ等の試験条件) にも依存する。このため、 $P_{\max}$ と a_0 値を用いて算出された破壊じん性値 K_I は、真の ($K_{I, \text{true}}$ より低い見掛け (apparent) の破壊じん性値 ($K_{I, \text{app}}$) となり、実験的に決定される破壊じん性値は初期き裂長さや試験片形状によって異なることが予想される。

本論文は、これまで十分に議論されてこなかったこの (見掛けの) 破壊じん性値の a_0 ならびに試験片形状依存性を、ガラスおよびアルミナセラミックスの片側き裂3点曲げ、小型引張および片側き裂引張試験片を用いて実験的に明らかにするとともに、擬安定現象を考慮して、数値計算を行い、これらの依存性を総合的に検討することを目的とする。

2 試験片と実験方法

試験材料は市販のソーダ石灰ガラス (厚さ 1.8 mm)

および基盤用アルミナ板 (96% Alumina, 厚さ; 1 mm, Kyocera 製) である。試験を行った3種類の試験片 (片側き裂3点曲げ試験片 (3PB), 小型引張試験片 (CT) および片側き裂引張試験片 (SECT)) は Fig. 1 に示す形状のもので、機械加工ののち、熱応力を用いたき裂導入機によって形成された長さ a_0 の初期き裂を有するものである。これらの主要寸法を Table I に示す。CT および SECT 試験片においては、ベアリングを装着したフリージョイントを試験片上下端に配置し、ピンを介して引

Fig. 1. Specimen geometries.

† 原稿受理 平成 6 年 5 月 26 日 Received May 26, 1994

* 正 会 員 京都大学大学院工学研究科航空宇宙工学教室 〒606-01 京都市左京区吉田本町, Division of Aeronautics & Astronautics, Kyoto Univ., Sakyo-ku, Kyoto, 606-01

** 東京大学大学院 〒113 東京都文京区本郷, Graduate Student, Univ. of Tokyo, Bunkyo-ku, Tokyo, 113

Table I. Specimen sizes.

Soda-lime glass	3PB specimen	$W=10\text{ mm } S=4W$
	CT specimen	$W=32\text{ mm}$
	SECT specimen	$W=10\text{ mm } L/W \approx 18$
Alumina ceramic	3PB specimen	$W=8\text{ mm } S=4W$
	CT specimen	$W=32\text{ mm}$
	SECT specimen	$W=8\text{ mm } L/W \approx 11$

張負荷を与えた。用いた試験機は島津製 AG2000 (20 kgf ロードセル使用) である。クロスヘッド速度 V_0 は 0.5 mm/min. とした。

3 最高荷重の出現条件

準静的な力のつりあいを仮定し、エネルギー解放率 G を $G=(P^2/2)(d\lambda/dA)$ で表し、 $G=R$ と置く。ここで P ; 荷重, λ ; 試験片のコンプライアンス, A ; き裂面積, R ; き裂進展抵抗値である。前報¹⁾と同様に完全ぜい性体を仮定し, R_0 および $\dot{a}^*$ を定数として $R=R_0 \cdot (\dot{a}/\dot{a}^*)^{m^*}$ で表す。ここで m^* は R のき裂速度依存性指数 (crack-rate sensitivity parameter) で材料定数とする。この m^* はガラスやセラミックスの破壊じん性値の速度依存性を表す際によく用いられる $\dot{a} \propto K_I^n$ の n 値と $m^*=2/n$ の関係にある¹⁾。試験片の板厚を B とすると, 上述の3つの関係式より次式を得る。

$$P=\sqrt{2BR_0/(d\lambda/da)} \cdot (\dot{a}/\dot{a}^*)^{m^*/2} \quad (1)$$

クロスヘッド速度 V_0 = 一定の破壊じん性試験を考えると, クロスヘッドの変位 δ は t を時間, Λ^* を試験機のコンプライアンスとして, $\delta=P(\lambda+\Lambda^*)=V_0 \cdot t$ で与えられる。この関係式に式 (1) の P を代入すると $\dot{a}-a-t$ の関係式が得られ, この式は簡単に積分できて, 次式となる。

$$P(a)=\sqrt{\frac{2BR_0}{(d\lambda/da)}} \cdot \left\{ \frac{V_0}{\dot{a}^*} \cdot \frac{m^*+2}{m^*} \right\}^{m^*/(m^*+2)} \times \frac{\left\{ \int_{a_0}^a \delta_0^{2/m^*} da \right\}^{m^*/(2+m^*)}}{\delta_0}, \quad (2)$$

ここで $\delta_0=\sqrt{2BR_0/(d\lambda/da)} \cdot (\lambda+\Lambda^*)$ 。

$P_{\max}$ は式 (2) を t で微分した式を 0 と置いた次式で与えられる。

$$2(\dot{P}/P)=\left\{ \left(-\frac{d^2\lambda/da^2}{d\lambda/da} \right) + \left(\frac{2m^*}{m^*+2} \frac{\delta_0^{2/m^*}}{\int_{a_0}^a \delta_0^{2/m^*} da} + \eta^* \right) \right\} \dot{a}=0 \quad (3)$$

ここで $\eta^*=(d\lambda^2/da^2)/(d\lambda/da)-2(d\lambda/da)/(\lambda+\Lambda^*)$ であり, 完全ぜい性材料の破壊じん性試験片の安定/不安定破壊条件を支配するパラメータである²⁾。

一方, 式 (1) を t で微分すると次式を得る。

$$2(\dot{P}/P)=\left\{ \left(-\frac{d^2\lambda/da^2}{d\lambda/da} \right) + \left(m^* \frac{\ddot{a}}{\dot{a}^2} \right) \right\} \dot{a} \quad (4)$$

式 (3) と式 (4) を比較すると, 式 (4) の第 2 項 ($\ddot{a}$ 項) は, 式 (3) の第 2 項で与えられることが解る。

付記に示された λ を $\tilde{\lambda}=\lambda/(1/E'B)$ で無次元表示すると $(d^2\lambda/da^2)/(d\lambda/da)=(1/W)(d^2\tilde{\lambda}/dx^2)/(d\tilde{\lambda}/dx)$ とな

る。また

$$\tilde{\eta}^*=(d^2\tilde{\lambda}/dx^2)/(d\tilde{\lambda}/dx) - 2(d\tilde{\lambda}/dx)/(E'BA^*+\tilde{\lambda}) \quad (5)$$

を定義すると $\tilde{\eta}^*$ と η^* は $\tilde{\eta}^*=W\eta^*$ で関係づけられる。式 (3) の $\delta_0(a)=\sqrt{2R_0B/(d\lambda/dx)} \cdot (\lambda+\Lambda^*)$ は $\delta_0(x)=\sqrt{(R_0W)/E'} \cdot \sqrt{2/(d\tilde{\lambda}/dx)} \cdot \{\tilde{\lambda}(x)+E'BA^*\}$ となるから, $\tilde{\delta}_0=\delta_0(a)/\sqrt{(R_0W)/E'}$ で無次元表示すると

$$\tilde{\delta}_0(x)=\sqrt{2/(d\tilde{\lambda}/dx)} \cdot \{\tilde{\lambda}(x)+E'BA^*\} \quad (6)$$

となる。式 (3) の $P_{\max}$ の条件は無次元表示で次式で表わされる。

$$-\frac{d^2\tilde{\lambda}/dx^2}{d\tilde{\lambda}/dx} + \left\{ \left(\frac{m^*}{m^*+2} \right) \tilde{\delta}_0(x)^{2/m^*} / \left(\int_{x_0}^x \tilde{\delta}_0(x)^{2/m^*} dx \right) + \tilde{\eta}^* \right\} = 0 \quad (7)$$

4 数値計算結果

4.1 (Δx) 値

式 (7) を数値計算によって解くと $P_{\max}$ を与える x の値, $x_{\max}^*$ が算出できる。3PB, CT および SECT 試験片について $x_{\max}^*$ を求めた。得られた $x_{\max}^*$ を用いて, 初期き裂長さ x_0 ($=0.3$ および 0.5) からの進展量 Δx ($=x_{\max}^*-x_0$) を算出し, (Δx)- EBA^* 関係を m^* をパラメータとして示したものが, Fig. 2, 3 および Fig. 4 である。これらの図は, いずれの試験片についても, m^* 値が大きくなる程, EBA^* 値が大きくなる程ならびに x_0 が小さくなる程, (Δx) の値は増大することを示す。SECT 試験片の (Δx) 値は, 3PB および CT 試験片のそれに比して, 大きな値であり, CT 試験片での (Δx) 値は 3PB 試験片のそれと同程度か少し大きい。

式 (5) によって 3 種類の試験片の $\tilde{\eta}^*$ を算出し, これを Fig. 5 に示す。き裂の安定破壊条件に従うと, Fig. 5 に図示された $\tilde{\eta}^*$ 値が大きくなる程, 試験片の不安定度合は増加する。破壊じん性試験が通常なされる $x_0=0.2 \sim 0.7$ の領域, 実際の実験条件に対応する $EBA^* \approx 100 \sim 1000$ の領域においては, SECT, CT, 3PB 試験片の順に $\tilde{\eta}^*$ 値が大きくなっており, この順序は, 上述の

Fig. 2. Non-dimensional crack extension before $P_{\max}$ as a function of EBA^* (3PB).

Fig. 3. Non-dimensional crack extension before $P_{\max}$ as a function of EBA^* (CT).

Fig. 4. Non-dimensional crack extension before $P_{\max}$ as a function of EBA^* (SECT).

(Δx) 値の大小のそれに対応している。式(7)の第2項は、試験材料の性質(m^*)および試験条件(EBA^* , x_0)によって支配されるき裂の加速現象の効果を表わす項であり、この加速現象の効果が大きくなる程(試験片の不安定度が增大する程)、 $P_{\max}$ に至るまでのき裂の進展が顕著となり、(Δx) 値の増大をもたらす。

4・2 ($K_{Iapp}/(K_{Itrue})$ - x_0 関係)

前項の数値計算結果に従えば、 $P_{\max}$ 時点でき裂は x_0 から $x_{\max}^*$ に進展しているから、実験によって得られる $P_{\max}$ 値は、 x_0 に対応するものよりも低目に出現することになる。破壊じん性値は $K_I = \sigma_0 \sqrt{\pi W x} f(x)$ で与えら

Fig. 5. Instability parameter η^* - x_0 relations.

れるから、実験によって得た $P_{\max}$ を用いて算出した σ_0 を用いると、“真の破壊じん性値”は $(K_{Itrue}) = \sigma_0 \sqrt{\pi W} \cdot \sqrt{x_{\max}^*} \cdot f(x_{\max}^*)$ である。一方破壊じん性試験で通常行われるように、初期き裂長さ x_0 と $P_{\max}$ 値を用いて K_I 値を算出すると、得られた K_I 値は“見掛けの破壊じん性値” (K_{Iapp}) となり、これは $(K_{Iapp}) = \sigma_0 \sqrt{\pi W} \cdot \sqrt{x_0} \cdot f(x_0)$ で与えられる。この K_I 値は、静疲労試験結果の整理の際に用いられる“初期応力拡大係数” $K_{II}^{(3)}$ と同じものである。 (K_{Iapp}) と (K_{Itrue}) の比は次式で表わされる。

$$\frac{(K_{Iapp})}{(K_{Itrue})} = \frac{\sqrt{x_0} \cdot f(x_0)}{\sqrt{x_{\max}^*} \cdot f(x_{\max}^*)} \quad (8)$$

式(7)を用いて得た $x_{\max}^*$ を式(8)に代入して得たこの比の値と x_0 の関係を 3PB および SECT 試験片について、

Fig. 6. $(K_I)_{app}/(K_I)_{true}-x_0$ relations (simulated, 3PB).

EBA^* をパラメータとしておのの Fig. 6 および Fig. 7 に示す。破壊じん性試験で通常用いられる初期き裂長さの領域 ($x_0=0.2\sim0.7$) においては, $(K_I)_{app}/(K_I)_{true}-x_0$ 関係はほぼ直線関係となり, $(K_I)_{app}/(K_I)_{true}$ 値は m^* , EBA^* ならびに試験片形状にも依存する。 $(K_I)_{true}$ 値を(与えられた負荷速度のもとで)ある定数と“仮定”すると, 実験によって得られる破壊じん性値 $(K_I)_{app}(=K_{II})$ 値は, x_0 に対して定数となることはなく, x_0 が大きくなると増大することが予想される。

5 実験結果と考察

ソーダ石灰ガラスとアルミナセラミックスの 3PB, CT および SECT 試験片を用いて, 破壊じん性試験を行い, 最高荷重 P_{max} 値と初期き裂長さ a_0 を用いて, 初期応力拡大係数 K_{II} 値を実験的に求めた。得られた K_{II} 値を x_0 の関数として Fig. 8 および Fig. 9 に示す。おのの $K_{II}-x_0$ 関係に対応する $\log \dot{K}_I-x_0$ 関係も同図に示す。ここで $\dot{K}_I=K_{II}/T^*$ であり, T^* は P_{max} までの時間である。これらの図はガラスおよびアルミナセラミックスのいずれにおいても, $(K_{II})_{3PB} \geq (K_{II})_{CT} > (K_{II})_{SECT}$ の関係が実験的に成り立つこと, ならびにいずれの試験片においても, K_{II} 値は x_0 の増加に伴って増大することを示す。これらの実験結果の傾向は, Fig. 2~4 ならびに Fig. 6, 7 に示された計算結果によって, 極めて旨く説明される。Fig. 8 および Fig. 9 に示された $\dot{K}_I-x_0$ について

Fig. 7. $(K_I)_{app}/(K_I)_{true}-x_0$ relations (simulated, SECT).

の実験結果は, x_0 の増加に伴って $\dot{K}_I$ が増大することを表わしている。この増大は, K_{II} 値が x_0 の増加に伴って微増する一方, 破壊強度 (P_{max}) が急激に低下することによって, T^* が x_0 の増加により急減すること起因する。セラミックスの破壊じん性試験結果は, この $\dot{K}_I$ を用いて整理されることが多く⁴⁾⁻⁷⁾, $\dot{K}_I$ の増大によって K_I 値が上昇することは一般的に汎く認められている。実験的に明らかにされているこれらの結果, 並びに通常の破壊じん性試験においては, $\dot{K}_I$ が x_0 の増加に伴って必然的に増大する上述の事実を認めると, K_{II} 値が x_0 の増加に伴って上昇することが論理上不可避となる。すなわち K_{II} 値が x_0 の増加につれて上昇することを示した先の計算結果の妥当性が支持される。

つぎに 3PB および SECT 試験片の K_{II} 値の相違について考える。おののの試験片について $x_0=0.5$ として, Fig. 8 および Fig. 9 より, K_{II} 値を求め $(K_{II})_{SECT}/(K_{II})_{3PB}$ 値を算出すると, ガラスについてはおよそ 0.85, アルミナセラミックスについては大略 0.93 となる。これらの実験結果は最高荷重 $P_{max}=3\sim150$ N の極めて低い荷重域に対応するもので, 締結用ピンや各部分の接触変形のため, これらの変形を含めて評価した試験機剛性 Λ^* は非線型となる。この Λ^* 値を正確に評価し, 厳密な議論を行うには困難な点が多いが, この Λ^* 値を 3 点曲げ試験で $0.5\sim0.8$ mm/kN, 引張試験で $1.0\sim1.4$ mm/kN とし

Fig. 8. Experimentally obtained K_{II} - x_0 and $\log(\dot{K}_I)$ - x_0 relations ($\dot{K}_I = K_{II}/T^*$, T^* ; sec., soda-lime glass).

て議論する。ガラスおよびアルミナセラミックスで E 値としておのおの 7×10^4 および 2.8×10^5 MPa を用いて EBA^* を算出すると、ガラスについては、3PB 試験片で 60~100, SECT 試験片で 130~180, アルミナセラミックスでは、3PB 試験片で 140~230, SECT 試験片については 280~400 程度の値となる。 m^* 値をガラスについては $1/15$ ($n=30$), アルミナ試験片については $1/25$ ($n=50$) とすると Fig. 6 および Fig. 7 によって $\{(K_I)_{app}/(K_I)_{true}\}$ を求めることができる。上述の EBA^* および m^* 値についてのこれらの値を $x_0=0.5$ として同図に白丸によって示す。これらの値より $\{(K_I)_{app}/(K_I)_{true}\}_{SECT}$ と $\{(K_I)_{app}/(K_I)_{true}\}_{3PB}$ の比, $\{(K_I)_{app}\}_{SECT}/\{(K_I)_{app}\}_{3PB}$ はガラスについては 0.93~0.94, アルミナセラミックスについては 0.94~0.95 となる。これらの値と先の実験値の比を比較すると、アルミナセラミックスについては比較的よい一致を示すが、ガラスについては、実験による比が計算によるそれより低目の値になっており、定量的な観点からは、さらに検討する必要があることを示す。しかしながら Fig. 3, 4, 6, 7 に示された計算結果, Fig. 8, 9 に示された実験結果の定性的な傾向の比較より, (1) K_{II} 値

Fig. 9. Experimentally obtained K_{II} - x_0 and $\log(\dot{K}_I)$ - x_0 relations ($\dot{K}_I = K_{II}/T^*$, T^* ; sec., alumina ceramic).

は 3PB, CT, SECT 試験片の順に小さくなること, (2) K_{II} 値はいずれの試験片についても x_0 の増加に伴って上昇すること, またこの上昇の度合いは, SECT の方が 3PB 試験片より大きいことなどの一般的傾向が確認された。

6 結 論

通常の破壊じん性試験において、破壊荷重（最高荷重, P_{max} ）に達する以前に、あらかじめ導入されたき裂が進展を開始することに着目し、このき裂の進展を数値計算によって算出し、見掛けの破壊じん性値 K_{app} (= 初期き裂応力拡大係数 K_{II}) の初期き裂長さならびに試験片形状依存性を 3 点曲げ, CT および片側き裂引張試験片について求めた。またこれらの計算結果を検証する目的で、ソーダ石灰ガラスおよびアルミナセラミックスを用いて破壊じん性試験を行った。得られた結果は次のようにまとめられる。

(1) 初期き裂長さ x_0 と破壊荷重（最高荷重）を用いて決定される破壊じん性値 (K_{II}) は x_0 が大きくなるに伴って増大し、この増大の度合いは破壊じん性値のき裂速度依存性および試験片形状によって決まる。

(2) 3 点曲げ, CT および片側き裂引張試験片の K_{II}

値は、試験片によって相互に異なり、上述の順序に従って小さくなる。

付 記

片側き裂3点曲げ試験片；

$$\lambda = \left(\frac{1}{E'B} \right) \left(\frac{S}{W} \right)^2 \left\{ \frac{1}{4(1-\nu^2)} \frac{S}{W} + \frac{9}{2} \pi \int_0^x x f(x)^2 dx \right\},$$

$$f(x) = \frac{1.99 - x(1-x)(2.15 - 3.93x + 2.7x^2)^{9)}}{\sqrt{\pi}(1+2x)(1-x)^{1.5}}.$$

CT 試験片；

$$\lambda = \frac{8.6086}{EB} + \frac{2}{E'B} \int_{0.2}^x Y^2 dx,$$

$$Y(x) = \frac{(2+x)(0.886 + 4.64 - 13.32x^2 + 14.72x^3 - 5.6x^4)^{10)}}{(1-x)^{1.5}},$$

($x \geq 0.2$)

片側き裂引張試験片；

$$\lambda = \frac{1}{E'B} \left\{ \frac{1}{1-\nu^2} \frac{L}{W} + 2\pi \int_0^x x f^2 dx \right\}$$

$$f(x) = 0.265(1-x)^4 + \frac{0.857 + 0.265x^9)}{(1-x)^{1.5}}$$

参 考 文 献

- 1) 野島武敏, 中井 治, 材料, **42**, 969 (1993).
- 2) 野島武敏, 中井 治, 材料, **42**, 412 (1993).
- 3) 西田俊彦, 安田栄一, “セラミックスの力学的特性評価” 187 (1986) 日刊工業新聞社.
- 4) 坂田 勝, 青木 繁, 岸本喜久雄, 藤野陽輔, 穂場 享, 材料, **37**, 910 (1988).
- 5) 尾田十八, 谷口佳文, 榛沢正行, 材料, **40**, 484 (1991).
- 6) T. Kishi, N. Takeda and B. N. Kim, Proc. of OJI Int. Seminar on Dynamic Fracture, 125 (1989).
- 7) M. Nakano, K. Kishida and Y. Watanabe, Proc. of Int. Symposium on Impact Engineering (Sendai), 581 (1991).
- 8) 野島武敏, 中井 治, 材料, **43**, 75 (1994).
- 9) 例えば, 国尾 武ら “破壊力学実験法” (1984) 朝倉書店.
- 10) A. Saxena and S. J. Hudak, Jr., Int. J. Fract., **14**, 453 (1978).