平面ひずみ圧縮を受ける鋸歯状積層界面の成長挙動と その数値シミュレーション[†]

後 藤 學* 山 下 実*
鄭 泰 勲** 松 野 正 信**

Growth Behavior of Sawtoothed Interface and Its Numerical Simulation

by

Manabu GOTOH*, Minoru YAMASHITA*, Tae Hoon CHUNG**
and Masanobu MATSUNO**

In the preceding work under plane strain compression of two blocks whose interface was sawtoothed, a peculiar behavior appeared such that the sawteeth grew markedly. But only the occurrence of the phenomenon itself was mentioned. In this paper, the degree of growth is experimentally investigated for various materials. Further, numerical simulations are carried out by the elastic-plastic FEM. Soft pure aluminum (A1050-O), soft or hard aluminum alloy (A5056-O, H) and copper (C1100-O, H) are used. The initial sawtooth angles of interface are 60° and 90°. In the experiments, the variations of the angle, area and side length of sawtooth are evaluated. In the FEM simulations the work hardening exponents are set at $n=0.01, 0.15, 0.30$, and the J_2G constitutive equation is used. Corresponding to the experiment, shear-band formation is observed, and harder materials show a larger growth than the soft ones. The growth in the case of initial sawtooth angle 60° is larger than that in 90°. In the simulation of initial sawtooth angle 60° where $n=0.01$, the shear band appears and a lower n -value gives a larger growth. Based on the experiments and calculations performed here, this phenomenon is considered associated with the geometry and mechanical properties of the material. Especially, the shear-band formation from the tips of sawteeth governs the degree of growth. For comparison, the compression of axisymmetric blocks with sawtoothed interface is also performed. However, little growth appears in both the experiment and the corresponding calculation.

Key words : Plasticity, Plane strain compression, Sawtoothed interface, Growth behavior, Finite element method, J_2G

1 緒 言

以前の著者らの実験で、直方体のブロックを積重ねて平面ひずみ圧縮するとき、その境界面を鋸歯状にしておくと、境界面の鋸歯に特異な変形挙動が発現した¹⁾。この特異な挙動は、ブロックの圧縮とともに鋸歯はつぶされていくのではなく、意外にも高さ方向（圧縮方向）に大きくなり、鋸歯の先端からせん断帯を生じながら元の形とはほぼ相似形のまま、形全体として成長するものであった。また、このとき試験片どうしが接合しており、その後この現象を利用した接合法の検討を行ってきた。

本研究では、この現象そのものに注目し、材質、鋸歯の初期形状が成長挙動に及ぼす影響について、定量的に詳細に調査、検討した。供試材には純アルミニウム (A1050) の軟質材、アルミニウム合金 (A5056) および純銅 (C1100) の硬質材と軟質材を用い、鋸歯の角度は 60° および 90° とした。圧縮率 60% まで平面ひずみ圧縮し、鋸歯の角度変化、断面積拡大比、斜辺長拡大比の成長尺度について評価し検討を加えた。

さらに、この現象が数値解析的にシミュレートできる

かどうかはたいへん興味深いことである。そこで、弾塑性有限要素法 (FEM) による計算も並行して行った。また、比較のため軸対称状態である積層円柱に関しても、同様の検討を行った。

2 実験方法と供試材

試験片形状を Fig. 1 に示す。初期鋸歯角度は 60° および 90° で、共に [鋸歯の高さ]:[単体の試験片高さ]=1:5 と設定した。この 2 種類の試験片は、いずれも幅 10 mm、奥行き 10 mm、鋸歯ピッチ 1.0 mm である。試験片は丸棒より切出した。試験片に鋸歯を付けるため、同様の鋸歯をもつ金型を別途作製した。それを試験片表面に押しつけることにより、鋸歯を転写加工した。実験では鋸歯の稜線方向の変形を拘束して極低速で平面ひずみ圧縮したが、圧縮率 60% まで 10% ごとにそれぞれ圧縮された試験片を取っておき、各種の評価に用いた。なお、潤滑条件として、転写および圧縮試験とも、工具と試験片の接触面はモリブデンゲリース (モリコート BR2 プラス) を薄く塗布した。また、試験片どうしに接合が生じて鋸歯形状測定に支障をきたすことがないように、圧

[†] 原稿受理 平成 6 年 7 月 19 日 Received July 19, 1994

* 正 会 員 岐阜大学工学部機械工学科 〒501-11 岐阜市柳戸, Dept. of Mech. Eng., Gifu Univ., Yanagido, Gifu, 501-11

** 岐阜大学大学院 〒501-11 岐阜市柳戸, Graduate Student, Gifu Univ., Yanagido, Gifu, 501-11

縮試験時の鋸歯境界面にも同様な処理を施した。

供試材には、市販の純アルミニウムの軟質材（A 1050-O）、アルミニウム合金の硬質材（A5056-H）と純銅の硬質材（C1100-H）を使用した。A5056-H と C 1100-H のブロックに鋸歯を転写した後、焼なましして

Fig. 1. Geometry of tested blocks (mm).

Fig. 2. Behavior of sawtoothed interface in the case of uniform compression.

Fig. 4. Examples of compressed blocks in case of initial sawtooth angle of 60°.

Red : reduction in height.

Fig. 3. Evaluated items and measured point.

Table I. Mechanical properties of materials used.

Material	K , MPa	n -value	S_t , MPa	e , %
A 1050-O	144.6	0.189	82.67	50.53
A 5056-O	598.0	0.334	282.81	37.97
A 5056-H	543.6	0.199	316.32	28.18
C 1100-O	653.0	0.554	225.58	62.47
C 1100-H	309.9	0.046	257.14	32.35

S_t (U.T.S.): Ultimate tensile strength.

e : Total elongation.

Work hardening property : $\sigma = K\epsilon^n$.

Initial.

Red : 9%.

Red : 29%.

Red : 39%.

Red : 49%.

Red : 58%.

(c) A5056-H.

Fig. 5. Examples of compressed blocks in case of initial sawtooth angle of 90°.

Red: reduction in height.

軟質の A5056-O, C1100-O としたのも用意した. 引張特性値を Table I に示す.

3 鋸歯の成長挙動評価項目およびその測定方法

いま, 積層された 2 つのブロックが, 鋸歯界面で何らの作用もきたさず, 全体として 1 つのブロックのように一様圧縮されるものと仮定する. このときは Fig. 2 で模式的に示すように, たとえば 50% 圧縮後, 鋸歯は高さが半分に, ピッチが 2 倍になり, 平らな形になる. 1 つの鋸歯の断面積は不変, 鋸歯角度は大きく広がり, 斜辺はある程度拡張する. それゆえ, 鋸歯の成長挙動の評価尺度として, 鋸歯の角度変化, 断面積拡大比および斜辺長拡大比を採用するのが適当であろう. 断面積拡大比は, 平面ひずみのとき一様変形なら 1 を示すので, その成長を最も直接的に表す. また, 斜辺長拡大比は新生面拡大比を表す.

鋸歯はその加工の都合上, 頂点と谷底に小さな丸みがあるため, Fig. 3 に示すように, 鋸歯の角度については, 一つの鋸歯について斜辺直線部の左右各 2 点の座標から算出した. また, 断面積拡大比, 斜辺長拡大比については, 便宜的に鋸歯の頂点の座標から算出した. なお, 測定前に試験片の前面にペーパー掛けをして座標を読み取り易くし, 中央部三つの鋸歯についての平均値で評価した.

4 実験結果および考察

4・1 鋸歯成長の様子と成長機構

圧縮品を初期鋸歯角度 60°, 90° の場合について, それぞれ Fig. 4, 5 に示す. 特に, Fig. 4 (c) に, A5056-H の場合について, 鋸歯の成長の過程を示した. これらの図からわかるように, 今回行ったすべての条件で鋸歯の成長がみられた. また, 初期鋸歯角度 60° では, 端寄り部の鋸歯が一層成長しており, 特に, A5056-H や C1100-H といった硬質材で目立った. 一方, 初期鋸歯角度 90° のものでは, そうした現象は特にみられなかった.

ところで, この種の変形挙動の特徴として, 一般に鋸歯先端からせん断帯が誘発される. これはいわゆるひずみ集中帯のことで, この帯に沿って特に厳しいせん断ひずみが集中していると考えられる. 発生したせん断帯の例 (初期鋸歯角度 60°, A5056-H, 圧縮率 50%) を Fig.

Fig. 6. Shear-band formation in compression of A5056-H blocks in case of initial sawtooth angle of 60°.

Reduction in height: 50%.

6 に示す. これより, 鋸歯の成長機構としては, 谷側の材料に山側の材料を押込むと, 谷側の頂点でせん断帯が生じて, そこで滑ることによって考えられる. せん断帯は硬質材ほど誘発され易い. 軟質材ではこれが起こりにくく, 後述のように鋸歯成長も硬質材ほどではないことも, このことを裏付けている.

4・2 鋸歯の成長挙動評価結果

鋸歯の角度変化, 断面積拡大比および斜辺長拡大比を Fig. 7~9 に示す. 鋸歯角度の変化は, 初期鋸歯角度 60°, 90° とともに, C1100-O 材で最も大きく, A5056-H 材で最も小さかった. また, A5056 および C1100 では, 硬質材の方が鋸歯の角度変化が小さかった. しかし, いずれの場合も一様変形を仮定したときに比べれば, 角度の変化は十分に小さい.

断面積拡大比については, いずれの初期鋸歯角度の場合も圧縮が進行するにつれて急激に拡大した. 初期鋸歯角度 60° のとき, 端寄り部での鋸歯の成長は中央部での成長よりも大きいため, 端寄り部の 2 つの大きい鋸歯についても測定した. 初期鋸歯角度 60° の A5056-H で端寄り部の値は, 圧縮率 60% で 13.5 倍と極めて大きく, 他の材料でも少なくとも 7 倍以上に拡大した. また, 硬質材の方が一層拡大した. 一方, 中央部の鋸歯については材質による差ははっきりしない. しかし, 中央部でも圧縮率 60% で最低 4 倍以上も拡大した. また, 初期鋸歯角度 90° の場合については, 初期鋸歯角度 60° のものより, 全体に拡大比は小さいが, A5056, C1100 で硬質材の方が大きかった.

鋸歯の斜辺長拡大比についても, 先の理由より初期鋸歯角度 60° についてのみ, 端寄り部でも測定を行った.

Fig. 7. Variation of sawtooth angle (Solid curve: Uniform deformation).

Fig. 8. Magnification ratio of sectional area (Bold line: Uniform deformation).

Fig. 9. Magnification ratio of side length (Solid curve: Uniform deformation).

初期鋸歯角度 60° の A5056-H の端寄り部では、圧縮率 60% のとき 3.7 倍にも拡大された。もちろん、硬質材の方が一層拡大した。圧接という観点からこの現象をみると、鋸歯境界は滑りを伴った広い新生面の生成という

点で非常に有利であると考えられる。一方、初期鋸歯角度 90° の成長程度は、初期鋸歯角度 60° のものほどではなかったが、A5056、C1100 で硬質材の方が大きかった。特に、初期鋸歯角度 60° の場合は、一様変形を仮定した

ときに比べ斜辺長は十分に大きく拡大している。

5 鋸歯成長挙動の数値シミュレーション

5.1 解析方法

FEM 解析には、種々の解析実績のある r -min 法²⁾に基づく大変形用の弾塑性有限要素法コード GOLDA³⁾を用いた。これにペナルティ法による境界面の処理および形状の幾何学的対称性に関する処理を付加した。

まず、前者について簡単に述べる。Fig. 10 に示すように、物体 A の点 j が物体 B の線分 $(i-1, i)$ 間に接触することが幾何学的関係から予想されるとき、点 j からこの線分までの垂直方向距離 ΔU_n の相対的時間変化率 $\Delta \dot{U}_n$ は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \Delta \dot{U}_n = & (Y_i - Y_{i-1})\dot{X}_j + (-X_i + X_{i-1})\dot{Y}_j \\ & + (Y_j - Y_i)\dot{X}_{i-1} + (-X_j + X_i)\dot{Y}_{i-1} \\ & + (-Y_j + Y_{i-1})\dot{X}_i + (X_j - X_{i-1})\dot{Y}_i / l_i \quad (1) \end{aligned}$$

物体 A の物体 B へのめり込みを防ぐため、次式の E_n をエネルギー汎関数 Φ に加える。

$$E_n = (1/2)K(\Delta \dot{U}_n)^2 \quad (2)$$

ここで、 K はペナルティ定数でヤング率オーダーの値を与える。一方、点 j の接線方向の相対的時間変化率 $\Delta \dot{U}_t$ から、固着や摩擦滑りを扱うことができる。

つぎに、幾何学的対称性に関する処理について述べる。Fig. 11 に示す初期形状において、平面ひずみ圧縮では、材料は左右に十分長いと考えている。中央の直線状にある点 l, m, n, o, p は、変形中、左側 l - n 線上の n からある距離に位置する節点 m の節点速度 δ_m は、右側 n - p 線上の n から同じ距離にある節点 o の節点速度 δ_o に依存するはずである。よって、計算は鋸歯の 1/2 波長の上半分の領域に関して行えばよい。全体剛性行列

Fig. 10. Geometrical relationship between point j on surface of object A and points i and $i-1$ on surface of object B.

Fig. 11. Dependence of nodal velocity on a symmetrical center line in 1/2 sawtooth.

K の任意の r 行目は、総節点数 N で 2 次元のとき以下のようにになっている。

$$\begin{aligned} K_{r,1}\delta_1 + K_{r,2}\delta_2 + \dots + K_{r,i}\delta_i + \dots + K_{r,j}\delta_j + \dots \\ + K_{r,k}\delta_k + \dots + K_{r,2N}\delta_{2N} = \delta F_r \quad (3) \end{aligned}$$

例えば、 δ_k が他の節点速度 δ_i と δ_j に依存するとき、 a, b を任意の定数として、

$$\delta_k = a\delta_i + b\delta_j \quad (4)$$

と書ける。すると、その行において、

$$\begin{aligned} K_{r,1}\delta_1 + K_{r,2}\delta_2 + \dots + (K_{r,i} + aK_{r,k})\delta_i + \dots \\ + (K_{r,j} + bK_{r,k})\delta_j + \dots + K_{r,k-1}\delta_{k-1} \\ + K_{r,k+1}\delta_{k+1} + \dots + K_{r,2N}\delta_{2N} = \delta F_r \quad (5) \end{aligned}$$

と修正できるので、 δ_k の項はなくなる。こうして他の同様な δ_k についても処理できる。

5.2 計算条件

塑性構成式には、著者の一人が提案した尖り理論の一種である J_2G (J_2 -Gotoh's flow theory)⁴⁾を用いた。これは、ひずみ集中現象を扱うのに適している。後続降伏面の尖り半角 θ_0 を以下のように表す。

$$\theta_0 = (\pi/2) - \rho \bar{\epsilon}^{\rho}; \bar{\epsilon}^{\rho} = \int d\bar{\epsilon}^{\rho} \quad (6)$$

ρ は尖り進展に関する材料定数 (本計算では $\rho=0.8$) であり、 $\bar{\epsilon}^{\rho}$ はひずみ経路の全長の塑性成分である。

平面ひずみおよび比較のため軸対称状態の解析を行った。平面ひずみでは、前述の対称性より鋸歯の 1/2 波長の上半分の領域に関して解析を行い、軸対称では右半分の領域で行った。無摩擦を仮定し、ヤング率 $E=122.6/\text{GPa}$ 、ポアソン比 $\nu=0.34$ 、また、 n 値は $n=0.01, 0.15, 0.30$ である。初期鋸歯角度は 60° および 90° , [鋸歯の高さ]:[単体の高さ]=1:5 で実験と同様に設定した。なお、1 ステップでの最大相当塑性ひずみ増分の規制は 0.01 を基本とした。

5.3 平面ひずみでのシミュレーション結果

初期鋸歯角度 60° のときの結果を Fig. 12 に示す。中央と右の鋸歯に塑性域にある要素に $\circ$ 印を付したので、塑性域が黒ずんで見える。いずれの条件でも鋸歯は成長した。特に、 $n=0.01$ においては、変形が厳しいせん断帯とみられる領域がはっきり現れ、実験でみられた鋸歯の成長とせん断帯の発生を再現できた。また、 $n=0.15$ のものについては、変形がやや厳しい領域が現れた。実験では、これと同様な n 値でもせん断帯がみられたが、有限要素法では離散化の影響もあり、局所的変形を精密に扱うのは極めて難しい。また、 $n=0.30$ のときやや粗い分割で計算したが、鋸歯の先端がややつぶれるものの鋸歯は成長した。

初期鋸歯角度 60° のときの鋸歯の断面積拡大比について、計算値と試験片中央部で測定された実験値 (Fig. 8) を併せて Fig. 13 に示す。計算でも圧縮率が高くなるに従って急激に成長するという傾向がみられた。また、計算では n 値の小さいものがより成長するという結果となっており、端寄り部で硬質材の方が成長が大きいうという実験結果と傾向は一致するといえる。しかし、計算値は実験値よりも低めである。この理由として、計算では

Fig. 12. Deformed shapes of compression of sawtoothed blocks where initial sawtooth angle is 60° .
Red: Reduction in height.

Fig. 13. Comparison in sectional area magnification ratio between experiment and calculation in case of initial sawtooth angle of 60°.

Fig. 14. Variation of relative average pressure for initial cross-sectional area for the cases of Fig. 12(a), (b) and experiment (C1100-H).

L : Load.

A_0 : Initial cross-sectional area.

σ_0 : Initial yield stress.

一般に実験ほどせん断帯の形成が顕著ではないことが挙げられよう。計算では明瞭なせん断帯がなくても鋸歯は成長しており、広域のせん断的な変形によっても成長すると考えられる。また、硬質材ではせん断帯が誘発され易いため、鋸歯の成長程度は大きいと考えられる。

また、角度 60° の鋸歯境界を持つブロックと一体ブロックについて、 $n=0.01, 0.15$ のときの相対荷重および実験で得られた C1100-H の相対荷重を Fig. 14 に示す。計算、実験とも鋸歯境界の場合、相対荷重は程度の差こそあれ、一体のものより小さくなった（図中、曲線 1 と

(a) Initial.

(b) $n=0.01$, Red: 50%.

(c) $n=0.15$, Red: 50%.

(d) $n=0.30$, Red: 50%.

Fig. 15. Deformed shapes of compression of sawtoothed blocks where initial sawtooth angle is 90°.

Red: Reduction in height.

2, 3 と 4 (計算) および 5 と 6 (実験) の比較から). これは変形が集中する影響と考えられる。しかし、実験では計算ほどには鋸歯の影響による荷重低下は見られなかった。

一方、初期鋸歯角度 90° では、Fig. 15 に示すように、 $n=0.01, 0.15$ では大きく成長するが、 $n=0.30$ では鋸歯の角度が相当大きくなり成長程度も小さくなった。これも、実験結果をよく再現している。

5・4 軸対称での計算結果

以上の平面ひずみ圧縮と比較するため、軸対称（円柱）圧縮についても計算してみた。初期鋸歯角度 60°，[鋸歯の高さ]：[単体の高さ]=1：5 と設定して、 $n=0.15$ で計算した結果を Fig. 16 に示す。境界面で多少

Fig. 16. Compressed shape of axisymmetric sawtoothed blocks where $n=0.15$ and initial sawtooth angle: 60° .

Red: Reduction in height.

相対滑りが生じてはいるものの、平面ひずみの場合と異なり鋸歯は高さ方向に成長せず、つぶれていって、全体としてほぼ一様圧縮に近い形となった。鋸歯部の体積の拡大は下側の最外周でわずか約1.2倍程度であり、平面ひずみのものと比べるとはるかに小さい。なお、別途実験も行っており、同様な結果を得ている。平面ひずみとは異なり、軸対称変形では半径方向の物質移動は必然的に付加的な円周ひずみを伴う。せん断帯に沿う変形も周辺に円周ひずみを誘起するので、結果的にせん断帯形成が抑制され、変形が一様化するのであろう。軸対称では(剛塑性で考えても)場の方方程式はだ円型となり、すべ

り線(特性曲線)が一般に存在しないことと関連すると考えられる。

6 結 言

二つの直方体のブロックを積層平面ひずみ圧縮するとき、その境界面を鋸歯状にしておくと、鋸歯が成長する現象に関して、材質や鋸歯の初期形状が成長挙動に及ぼす影響について各種の成長尺度で評価し検討した。さらに、この現象を弾塑性有限要素法によって数値解析的にシミュレートした。また、比較のため軸対称圧縮も行った。

本研究で得られた主な結論は以下の通りである。

(1) 平面ひずみ圧縮による鋸歯成長は、実験および計算結果から形状的な効果と鋸歯先端から出るせん断帯に変形が集中することによるものであることがわかった。

(2) 平面ひずみ圧縮のとき、計算でも鋸歯の成長を再現できたが、特に、初期鋸歯角度 60° で $n=0.01$ のとき、せん断帯の発生も明瞭に再現できた。

(3) 平面ひずみ圧縮時の鋸歯の成長を鋸歯部分の断面積で評価するとき、計算でも鋸歯は圧縮率が大きくなると急激に成長するという実験と同様な結果が得られた。特に実験において、A5056-H 材の初期角度 60° の鋸歯境界に関し、圧縮率 60% 付近で、試験片の端寄り部分で最大 13 倍を超える断面積の拡大を見た。実験では硬質材で成長が大きく、また、計算では n 値が小さいとき成長は大きくなり、その傾向は一致した。

(4) 鋸歯境界で積層して平面ひずみ圧縮するとき、圧縮荷重は一体のものに比べて小さくなる。

(5) 軸対称圧縮では、鋸歯状境界の鋸歯の成長はほとんどない。

(平成 6 年 5 月 27 日 平成 6 年度塑性加工春季講演会にて講演)

参 考 文 献

- 1) M. Gotoh, M. Yamashita and N. Torii, JSME Int. J., A-36, 182 (1993).
- 2) 後藤 學, 日本機械学会論文集, A-54, 673 (1985).
- 3) M. Gotoh, M. Yamashita and N. Torii, JSME Int. J., A-36, 276 (1993).
- 4) M. Gotoh, Eng. Fract. Mech., 21, 673 (1985).