反力測定を利用した急速加熱熱破壊試験法における 温度分布の相関式と熱応力の算出[†]

水 谷 安 伸* 西 川 直 宏**
水 井 敏 博** 高 津 學**

Correlative Equation of Temperature Distribution and Calculation of Thermal Stress in Rapid Heating Thermal Fracture Test by Measuring Repulsive Load

by

Yasunobu MIZUTANI*, Tadahiro NISHIKAWA**, Toshihiro MIZUI**
and Manabu TAKATSU**

In the thermal fracture testing technique proposed previously by the present authors, a one-side heated slab specimen is held by three points and the repulsive load appearing during heating is measured by the load cell placed at the upper point of the heated side. By this way, the thermal fracture stress of a ceramic specimen can be estimated from the repulsive load without knowing the heat transfer coefficient unlike the water quenching thermal shock test. However, it needs numerical calculation for every specimen at each experimental condition.

In this paper, the numerical calculation of non-steady-state temperature distribution in an infinite plate, heated from one side with a constant heat flux were conducted in order to calculate the magnitude of thermal stress from the repulsive load data in the above-mentioned thermal fracture test. The temperature dependences of thermal conductivity $\lambda^* = e^{A^T}$ and thermal diffusivity $\chi^* = e^{B^T}$ were introduced in the calculation to realize a practical heat conductive condition. The time dependent temperature distributions were unified into a correlative equation that includes the coefficients of temperature dependence of material properties A, B , supplied heat flux Q_i and Fourier's number $\eta_i = \kappa_i t / h^2$. By using this equation, the repulsive load and thermal stress at fracture were calculated for several ceramics, and the influences of material properties were discussed. The correlative equation is also useful to define the experimental conditions in thermal fracture tests.

Key words : Ceramics, Thermal fracture test, Thermal stress, Repulsive load, Correlative equation, Temperature distribution

1 緒 言

筆者らは前報において拘束したスラブ状試験片の一面を急速に加熱し、梁の曲げにより拘束点に発生する反力をロードセルで測定する熱破壊試験法を提案した^{1),2)}。この方法では、水中急冷法のように急冷媒体を用いないため、熱伝達係数の測定が不要であり、測定した反力から試験片が破壊したときの熱応力を推定することができる長所があるが、反力から熱応力の大きさを算出するためには実験条件をもとに実験ごとに数値計算を実行する必要がある。熱破壊試験法として確立するためにはこれらを簡便に算出できることが望ましい。しかし、試験時に発生する反力と熱応力には、材料の熱的、機械的物性値やその温度依存性、また供給熱量や試験片寸法など、多くのパラメータが影響しており、これらの関係は十分明らかになっていない。

そこで本報では、刻々と変化する試験片内の温度分布

の過渡的变化を熱伝導率、熱拡散率の温度依存性、供給熱流束をパラメータとして数値計算し、得られた数値計算結果を材料の熱的物性値の温度依存性、供給熱流束、フーリエ数との相関式として整理することにより、破壊時の反力と熱応力を容易に算出できるようにするとともに、上記の熱破壊試験において材料物性値や試験片寸法が熱応力に与える影響について考察したので報告する。

2 数 値 計 算 法

2・1 温度分布

反力測定を利用した急速加熱熱破壊試験法とは Fig. 1 に示すように3点で拘束されたスラブ状試験片の片面を薄膜ヒーターにより一定電力で加熱し、梁の曲げにより生ずる熱応力で試験片を破断させる方法である。このとき上部の拘束点に発生する荷重(反力)をロードセルで測定することにより、試験片に生ずる熱応力を間接的ではあるが、リアルタイムに観察することができる。

[†] 原稿受理 平成6年8月31日 Received Aug. 31, 1994

* 正 会 員 東邦ガス(株)総合技術研究所 〒476 東海市新宝町, Tech. Res. Inst., Toho Gas Co., Ltd. Sinpo-machi, Tokai, 476

** 正 会 員 名古屋工業大学材料工学科 〒466 名古屋市昭和区御器所町, Dept. of Mat. Sci. & Eng., Nagoya Inst. of Tech., Showa-ku, Nagoya, 466

Fig. 1. Schematic diagram of the rapid heating thermal fracture test by measuring repulsive load. The specimen is held by three points and is heated at the upper plane.

実験では、伝熱解析を容易にするため、スラブ状試験片の側面および下面を断熱し、上面のみから加熱する方法をとった。したがって、式(1)で示す一次元熱伝導方程式および式(2)の初期条件とし、式(3)、(4)で示すように試験片の下面を断熱、上面(加熱面)の供給熱量を一定とした境界条件を用いて試験片の温度を数値計算した。

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[\kappa^* \left(\frac{\partial T}{\partial \xi} \right) \right] = \frac{\partial T}{\partial \eta_i} \quad (1)$$

$$\eta_i = 0 \quad \text{で} \quad T = 0 \quad (2)$$

$$\xi = 0 \quad \text{で} \quad \frac{\partial T}{\partial \xi} = 0 \quad (3)$$

$$\xi = 1 \quad \text{で} \quad \frac{\partial T}{\partial \xi} = \frac{Q_i}{\lambda^*} \quad (4)$$

ここで、 T は無次元化された温度であり、温度 θ について $T = (\theta - \theta_i) / (\theta_f - \theta_i)$ で示される。 ξ は無次元長さ $\xi = x/h$ で、 x は試験片の下面から高さ方向の距離、 h は試験片の梁高さ、 η_i は $\eta_i = \kappa_i t / h^2$ でフーリエ数、 Q_i は $Q_i = qh / \lambda_i (\theta_f - \theta_i)$ で無次元熱流束である。 κ は $\kappa = \lambda / \rho C_p$ で熱拡散率、 c_p は比熱、 ρ は密度、 t は時間、 q は単位面積あたりの印加電力である。添字の i, f はそれぞれ最初と最後を示す。

無次元熱伝導率 λ^* および無次元熱拡散率 κ^* はそれぞれ熱伝導率および熱拡散率の温度依存性を示しており、温度の関数として定義する必要がある。

最も簡単な近似は一次関数であり、境界条件が熱伝達係数で表される場合については、いくつかの報告例がある^{3)~5)}。しかしながらセラミックスの熱伝導率および熱拡散率の温度依存性のプロフィールは多くの場合、曲線で示されるため、一次近似では広い温度範囲で高い精度を得ることが困難である。そこで本報では、式(5)、(6)で示すように λ^* および κ^* を指数関数として定義した。

$$\lambda^* = \frac{\lambda}{\lambda_i} = e^{AT} \quad (5)$$

$$\kappa^* = \frac{\kappa}{\kappa_i} = e^{BT} \quad (6)$$

式(5)、(6)中の係数 A, B はそれぞれセラミックスの熱伝導率および、熱拡散率の温度依存性を示す係数であり、以下、温度係数と呼ぶ。

つぎに、熱伝導方程式を差分法によって近似計算する

ために Goodman⁶⁾ にならって式(7)を用いて式(1)~(4)を変換すると式(8)~(11)となる。

$$F = \int_0^T \kappa^* dT \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[\kappa^* \left(\frac{\partial F}{\partial \xi} \right) \right] = \frac{\partial F}{\partial \eta_i} \quad (8)$$

$$\eta_i = 0 \quad \text{で} \quad F = 0 \quad (9)$$

$$\xi = 0 \quad \text{で} \quad \frac{\partial F}{\partial \xi} = 0 \quad (10)$$

$$\xi = 1 \quad \text{で} \quad \frac{\partial F}{\partial \xi} = Q_i \left[\frac{\kappa^*}{\lambda^*} \right] \quad (11)$$

式(8)の方程式の左辺を $n+1/2$ の時間中心差分、右辺および初期条件、境界条件を中心差分とする差分方程式に離散化し、陰スキームである Crank-Nicolson 法を用いて数値計算した。ここで、 n は時間に関する計算番号である。数値計算は無次元熱流束 Q_i 、温度係数 A, B は同一計算内で一定として時間経過にともなう試験片高さ方向の温度分布 T_ξ を計算した。

2・2 熱応力と反力の算出

梁高さ方向に温度分布 T_ξ を持つスラブの熱応力は、式(12)で示される。ここで、 σ^* は無次元熱応力で $\sigma^* = \sigma / [\alpha E (\theta_f - \theta_i)]$ 。 σ は熱応力、 α は熱膨張率、 E は弾性率である。試験片が曲げを拘束されている場合には第3項は0となり、引張応力は $\xi=0$ で最大となるので、試験片は下面から破壊する。

$$\sigma^* = \int_0^1 T_\xi d\xi - T_\xi + (12\xi - 6) \int_0^1 (T_\xi \xi - 1/2) d\xi \quad (12)$$

つぎに、試験片の梁高さの熱膨張を考慮し、温度分布を $T_\xi = a + b\xi^2 + c\xi^n$ の多項式で近似すると、拘束点に発生する反力 P_L および破壊面の熱応力 $\sigma_{\xi=0}$ はそれぞれ式(13)、(14)で示すことができる。

$$P_L = E\alpha\Delta\theta \frac{\delta h^2}{L} \left\{ \frac{b}{3} + 4c \left(\frac{1}{n+2} - \frac{1}{2(n+1)} \right) + 4 \left(\frac{h}{L} \right)^2 \left(a + \frac{b}{3} + \frac{c}{n+1} \right) \right\} \quad (13)$$

$$\sigma_{\xi=0} = E\alpha\Delta\theta \left\{ \left(\frac{b}{3} + \frac{c}{n+1} \right) + 6 \left(\frac{h}{L} \right)^2 \left(a + \frac{b}{3} + \frac{c}{n+1} \right) \right\} \quad (14)$$

ここで、 h は試験片の梁高さ、 L は下部拘束点のスパン間距離、 δ は試験片の幅、 $\Delta\theta = (\theta_f - \theta_i)$ である。

任意の時刻における試験片の梁高さ方向の温度分布を前記の多項式で近似し、パラメータ a, b, c, n を決定した後、式(13)および式(14)に代入して拘束点に作用する反力と試験片に発生する熱応力を求めた。

3 結果と考察

3・1 温度分布に及ぼす材料物性値の影響

代表的ないくつかのセラミックスについて、熱伝導率と熱拡散率をレーザーフラッシュ法で実測し、その温度係数 A, B を求めた結果を Table I に示す。表中の [A] ~ [D] 等の記号は、ほぼ同組成でメーカーが異なる材料を示しており、焼結助剤や不純物に差があると思われる

Table I. Thermal properties and coefficient of temperature dependence for various ceramics.

Materials	Thermal conductivity at 25°C λ_i (W/m·K)	Thermal diffusivity at 25°C κ_i (cm ² /s)	Parameter in eq. (5) for λ^* at 25–400°C A (—)	Parameter in eq. (6) for κ^* at 25–400°C B (—)
Alumina [A]* ¹	29.8	0.094	−0.86	−1.38
Alumina [B]	33.2	0.105	−0.99	−1.6
Alumina [C]	32.4	0.103	−0.98	−1.6
Alumina [D]	31	0.1	−0.94	−1.46
Mullite [A]	5.3	0.022	−0.22	−0.78
Mullite [B]	5.1	0.021	−0.2	−0.69
Mullite [C]	5.9	0.028	−0.44	−0.97
Zirconia	3.1	0.012	−0.15	−0.49
Mica ceramic [A]* ²	2.1	0.01	0	−0.4
Mica ceramic [B]	1.6	0.008	0	−0.35
Silicon nitride [A]	32	0.16	−0.38	−1.05
Silicon nitride [B]	31	0.14	−0.36	−0.83
Boron nitride	28	0.17	0	−0.94

(*¹, *²: Calculated in this study)

が、同質の材料間では温度係数 A , B の値に大きな差は見られなかった。異なる組成の材料を比較すると、熱伝導率、熱拡散率が小さい材料では温度係数は 0 に近く、これらの温度依存性は小さかった。逆にこれらの物性値が大きい材料では温度係数も大きい傾向があった。このような材料では熱伝導率や熱拡散率の温度依存性を考慮せず、室温での物性値のみを用いて数値計算した場合には実験結果からは大きく外れることになる。

Table I 中の代表的な 2 種類の材料であるマイカセラミック (Micaceramic [A]) およびアルミナ (Alumina [A])、また物性値に温度依存性がない理想的な材料について試験片内部の温度分布を求めた結果を Fig. 2 に示した。Fig. 2 では試験片寸法および供給熱量 q を一定とした条件で、時間の経過とともに刻々と変化する温度分布を示している。

これら 2 つの材料の温度分布を比較する場合には破壊時のフーリエ数を考慮する必要がある。熱破壊試験で破壊までの時間 t が同一の場合でも、フーリエ数の定義 $\eta_i = \kappa_i t / h^2$ から、熱拡散率が小さいマイカセラミックではフーリエ数は 0.2 以下で破壊が起こるのに対して、熱拡散率が大きいアルミナではフーリエ数 1 以上で破壊が起こるからである。そこでこれらのフーリエ数における 2 つの材料の温度分布を比較すると次のように記述できる。

熱伝導率、熱拡散率が小さいマイカセラミックについては $\eta_i < 0.2$ では $\xi = 1$ 近傍の温度のみが急上昇し、 $\xi = 0$ の温度はほとんど上昇していない。このため、加熱面と非加熱面の温度差は増加する傾向にあるが平均温度は低い。これに対して、熱伝導率、熱拡散率が大きくその温度依存性が著しいアルミナではフーリエ数が大きい $\xi = 0$ の温度も上昇しており、平均温度は高い。加熱面と非加熱面の温度差は増大する傾向にあったが、この原因はマイカセラミックスとは異なり、物性値の温度依存性によるものである。これらの温度分布の推移の違いは、結果的に試験片に作用する熱応力および発生する

Fig. 2. Change of temperature distribution as a function of Fourier's number.

反力に反映される。

本報では、温度分布の数値計算結果から熱応力および反力を算出するため、温度分布を多項式で近似した。ここで、 A , $B=0$ の理想的な材料では、 $\eta_i > 0.2$ の定常状態では、温度分布を 2 次式で近似できることがわかっているが、加熱直後の過渡的温度変化を記述し、材料物性値の温度依存性が大きい材料を考慮すると、2 次式に補正項を加えた多項式で近似する必要があると考えた。そこでこれらの温度分布を $T_\xi = a + b\xi^2 + c\xi^n$ の多項式で近似し、相関係数を求めたところ、いずれの η_i においても相関係数は 99% 以上となり、広い範囲で精度良く近似できることがわかった。

3・2 温度分布の相関式と熱応力の算出

温度分布を相関式として表現する場合には材料物性値である A , B , および実験条件を記述する Q_i , η_i がパラメータとなるが、近似式の精度を高めるためには熱破壊試験において実用的な範囲を定める必要がある。

Table I の物性値を考慮し、熱破壊実験に適用可能な供給熱量の範囲から Q_i を求め、計算が必要な A , B , Q_i の範囲は $-1.5 < A \leq 0$, $-2 < B \leq 0$, $A < B$, $Q_i < 2$, $\eta_i < 5$ とした。この範囲で合計 140 通りの A , B , Q_i の組合わせについて数値計算を行った。

つぎに、それぞれの計算データについて、パラメータ a , b , c , n をフーリエ数 η_i の関数として Table II 中に示す式 (15)~(18) で最小 2 乗近似し、パラメータ $X_1 \sim X_{12}$ を求めた。ここで、 a は試験片破壊面の温度、 $b+c$ は加熱面と破壊面との温度差、 $a+b+c$ は加熱面の温度、 n は温度分布形状を決定するパラメータを示している。なお、式 (15)~(18) は、フーリエ数 η_i に対する a , b , c , n の変化のプロフィールをもとに試行錯誤で決定した関数である。これらのパラメータ $X_1 \sim X_{12}$ を温度係数 A , B および無次元熱流束 Q_i の関数として、次元解析により定数項 C および Q_i , A , B に関するパラメータ u , v , w を求めた。以上の方法で求めた温度分布の近似式とパラメータを Table II に示す。

熱破壊試験において反力、および破壊面の熱応力を算

Table II. Correlative equations and the parameters of temperature distribution.

Fitted equation of temperature distribution				
$T_e = a + b\xi^2 + c\xi^n$				
Functions of parameter a, b, c, n as Fourier's number				
$a = X_1\eta + X_2(1 - e^{-8\eta}) + X_3(1 - e^{-\eta/2})$				(15)
$b = X_4(1 - e^{-20\eta}) + X_5(1 - e^{-10\eta}) + X_6(1 - e^{-\eta/10})$				(16)
$c = X_7(1 - e^{-20\eta}) + X_8(1 - e^{-10\eta}) + X_9(1 - e^{-\eta/10})$				(17)
$n = 0.14/\eta + X_{10}(1 - e^{-8\eta}) + X_{11}(1 - e^{-\eta/2}) + X_{12}$				(18)
Equations of dimensional analysis				
$X_{1,2,4,5,7,8,9,10,11,12} = CQ_i^u(-A+1)^v(-BQ_i+1)^w$				
$X_3 = CQ_i^v(-A+1)^v\left(\frac{4}{-BQ_i+1} - \frac{1}{BQ_i+1}\right)^w$				
$X_6 = CQ_i^v(-A)^v(-BQ_i+1)^w$				
Parameters	C	u	v	w
X_1	0.9311	0.983	0.2169	-0.291
X_2	-0.229	1.0556	0.5358	-1.3708
X_3	0.2158	1.1745	0.4514	2.245
X_4	-0.8196	1.0608	0.3198	-0.9662
X_5	1.3164	1.0464	0.2418	-0.7791
X_6	24.401	0.9298	1.645	-3.2794
X_7	1.024	1.0557	0.306	-0.6594
X_8	-1.0517	1.0372	0.3138	-0.879
X_9	0.0589	1.6546	5.4945	-0.2633
X_{10}	3.2589	-0.0453	-0.0493	0.3287
X_{11}	1.6934	0.732	4.0903	-1.1755
X_{12}	0.0678	0.3834	1.0222	1.7311

出する場合には次のようにすればよい。まず実験に用いる材料の熱伝導率, 熱拡散率を室温から実験で加熱する温度の範囲で数点測定する。式 (5), (6) の関数でこれを近似して最小自乗法により温度係数 A, B を決定する。

つぎに, 熱破壊試験における薄膜ヒーターへの供給電力から単位面積あたりの供給熱量を求め, 無次元熱流束 Q_i を算出する。このようにして求めた A, B, Q_i および Table II 中のパラメータ C, u, v, w を用いると $X_1 \sim X_{12}$ が算出できる。求めた $X_1 \sim X_{12}$ の値を式 (15)~(18) に代入すれば任意のフーリエ数における a, b, c, n が求められるので, これを試験片寸法 δ, h, L , 弾性率 E , 熱膨張率 α とともに式 (13), (14) に代入すれば反力および熱応力を求めることができる。

このようにしてアルミナ試験片 ($h/L=0.1$) の熱破壊

Fig. 3. Nondimensional thermal stress as a function of Fourier's number.

試験時の熱応力を推定した結果を Fig. 3 に示す。図では熱流束を $Q_i=0.1, 0.2, 0.3$ とした加熱条件について, 加熱開始後の破壊面の熱応力の変化を示している。また, 比較のため, 破線で温度係数 $A=B=0$ の時の計算結果を示した。図から, アルミナの破壊強度が $\sigma^*=0.15$ の時, $Q_i=0.3$ とすればフーリエ数 $\eta_i=3.5$ の時刻で試験片が破壊すると推定できる。前報における実験結果でも, アルミナ試験片は $\eta_i=2\sim4$ の範囲で破壊しており, 以上の方法で熱応力を推定することにより, 加熱開始後, 破壊に至るまでの時間を推定できる。同様に, 試験片寸法の決定, 供給熱量の設定, ロードセルの選択など, 熱破壊試験における適切な実験条件をあらかじめ設定することができると考えられる。

3・3 熱応力の過渡的变化に及ぼす物性値の温度依存性の影響

3・2 節で求めた相関式を利用して熱応力の過渡的变化を計算した結果を Fig. 4 に示す。Fig. 4 では典型的な 3 種類の材料を示している。ここでは考察を容易にするため, 便宜的に $h/L=0$ とし, 試験片寸法の影響を除いた。図中の曲線 I は物性値に温度依存性がない理想的な材料 ($A=B=0$) を示している。曲線 II は熱伝導率には温度依存性がなく, 熱拡散率のみに温度依存性がある場合で, 温度の上昇に伴い熱拡散率の値が小さくなるマイカセラミックなどがこれに該当する。曲線 III は熱伝導率, 熱拡散率の両方に温度依存性が存在し, 温度上昇に伴って両方の値が小さくなる場合で, 多くの高熱伝導性セラミックはこれに該当する。Fig. 4 の A, B の組合せは Fig. 2 に対応している。図中には曲線プロフィールからその特徴的な時刻について $\eta_i=0.1, 0.2, 0.4$ を取上げ, 直線で示した。

曲線 I, II を比較すると $\eta_i=0.1$ までは熱応力が立ちあがり, $\eta_i=0.2\sim0.4$ では熱応力の変化がゆるやかになり, $\eta_i\geq 0.4$ では曲線 I, II は収束値は異なるが熱応力がほぼ一定になる。この収束値が異なることは次のように説明できる。

曲線 I では Fig. 2 に示したように, $\xi=1$ における境界条件, 式 (4) 中の Q_i, λ^* はともに一定値であるので温度勾配は時間変化に対し常に一定で推移する。また内部の温度分布も試験片下面 $\xi=0$ での温度が上昇してか

Fig. 4. Variation of nondimensional thermal stress as a function of Fourier's number.

らは常に一定の間隔で上昇する。このことから $\xi=0$ での温度が上昇するまでは熱応力が大きくなるが、その後は一定の温度分布状態で温度変化していくために収束値として $\sigma^*=1/6$ が得られる。

曲線Ⅱでは $\xi=1$ での温度勾配が曲線Ⅰと同様に一定の割合で変化する。しかし、熱拡散率に温度依存性があり、熱伝導方程式中に含まれていることから試験片内での温度変化が比較的早く発生する。このため、 $\xi=0$ での温度変化も速く、結果的に平均温度に対して $\xi=0$ の温度が大きくなるので熱応力は小さくなる。

曲線Ⅲについては曲線の立ち上がりかたは曲線Ⅱとはほぼ同様であるが $\eta_i \geq 0.4$ では一定の割合で熱応力が上昇していくことを示している。これはつぎのように説明できる。Fig. 2 から $\xi=1$ での温度勾配は時間とともに大きくなる。これは、境界条件式中に温度依存性がある熱伝導率が含まれるからである。 $\xi=1$ では温度が上昇しつづけるので平均温度も上昇しつづける。これに対して $\xi=0$ での温度も上昇しつづけるが、その温度変化は $\xi=1$ でのそれと比べて速くはない。 $\xi=0$ での温度変化が $\xi=1$ での温度変化および平均温度に対して遅く、平均温度との差はしだいに大きくなるので熱応力は上昇し続ける結果となる。このことは、この種の熱破壊試験では一定供給熱量で加熱した場合でも多くの材料では熱応力は定常値とならないことを示している。

つぎに温度係数 A , B の大きさについて考える。Fig. 5(a), (b) にそれぞれ温度係数 A , B のみを変化させた場合の $\eta_i=1$, $Q_i=0.5$ における熱応力の変化を示した。ここでは熱破壊試験における試験片寸法を考慮して、 $h/L=0.1, 0.2, 0.3$ の計算結果を示した。Fig. 5(a) から、

(a) Effect of parameter A.

(b) Effect of parameter B.

Fig. 5. Effect of the coefficient of temperature dependence on nondimensional thermal stress.

温度係数 A が小さくなるほど熱応力は増大し、逆に Fig. 5(b) から、温度係数 B が小さくなるほど熱応力は減少した。これらの結果は試験片の梁高さ h によらず同じ傾向を示したが、Fig. 5(a) と Fig. 5(b) を比較すると、温度係数 A についてはその値が小さくなるほど熱応力への影響が顕著になるが、逆に温度係数 B についてはその影響はしだいに減少する傾向にあった。

このことは、セラミックスの材料物性値のなかで、特に熱伝導率の温度依存性が材料の熱応力破壊挙動に大きく関与することを示しており、熱拡散率の温度依存性はこれを相殺する方向に働いている。また、これら温度係数 A , B の大きさが熱応力に及ぼす影響は、試験片寸法等の実験条件によっても異なることが明らかとなった。

以上の結果は、材料の熱伝導率、熱拡散率を測定して温度係数 A , B を算出する際に、熱伝導率 λ および温度係数 A の測定精度が熱応力の計算結果に大きく影響することを示している。

3・4 熱応力と反力の関係について

数値計算の結果から、反力と熱応力は時間経過に対して極めて類似したプロフィールを示し、これらは一定の関係にあるので、数値計算もしくは相関式を用いてこの比を算出すれば実験時の反力 P_L から直接に破壊面の熱応力 σ を求めることができる。

P_L/σ の比を無次元化し、 $\phi(T)=P_L/\sigma \times L/\delta h^2$ と定義すると、説明変数として Q_i , A , B , (h/L) , η_i を考慮する必要がある。相関式を用いてこれらパラメータと $\phi(T)$ との関係の求めると、 Q_i , A , B の影響は意外に小さいことがわかった。これは Q_i , A , B の大小が、反力 P_L と熱応力 σ の両方に同じ傾向をもって作用するため、これらの比である $\phi(T)$ においては相殺して影響が小さくなるためである。また、このことは実験時の反力 P_L から $\phi(T)$ を用いて熱応力 σ を求めれば、 Q_i , A , B の測定誤差は影響しにくいことを示している。

いくつかの計算結果から、 $\phi(T)$ に大きく影響するパラメータとしては、フーリエ数 η_i 、および試験片寸法 (h/L) の影響が特に大きいことがわかった。そこでアルミナを例に、試験片寸法 (h/L) をパラメータとして $\phi(T)$ を計算した結果を Fig. 6 に示す。

Fig. 6. Relationship between specimen size and P_L/σ ratio.

Fig. 7. Schematic diagram of the stress distribution in case of different specimen size.

Fig. 6 から、フーリエ数が 0.2 以下では $\phi(T)$ の値は大きく、フーリエ数の増加とともに $\phi(T)$ は定常値に近づく傾向にあった。これは 3・1 節で述べた温度分布の違いによるものと考えられる。また、このときの定常値は試験片寸法 (h/L) の増加とともに低くなった。これは試験片の梁高さが熱膨張することにより、式 (13) の第 3 項、式 (14) の第 2 項が大きくなるためであり、(h/L) が増加すると、式 (13) の第 3 項および式 (14) の第 2 項の定数から、 $\phi(T)$ は 2/3 に近づくと考えられる。

このときの試験片寸法の違いによる応力分布の違いを図示すると Fig. 7 のようになる。Fig. 7 から、(h/L) が大きくなるとしだいに三点曲げと同じ応力分布に近づくことがわかる。 $\xi=0$ における応力が同じ場合でも材料内部の応力分布によって破壊応力は異なることが予想されるため、熱破壊試験において 2 つの材料を比較する際には異なった試験片寸法で実験することは望ましくない。また、Fig. 7 の結果は、この方法で熱応力を算出する場合には、 Q_0 , A , B の測定誤差は大きく影響しないが、フーリエ数すなわち破壊した時刻と試験片寸法について精度良く測定する必要があることを示している。

4 結 言

セラミックスの熱的物性値である熱伝導率、熱拡散率の温度依存性を考慮した数値計算から、試験時の温度分布を物性値の温度係数、熱流束、フーリエ数によって表される相関式として整理した。この相関式を利用することにより反力測定を利用した熱破壊試験における反力と熱応力を容易に算出できるので、破壊に至るまでの時間を推定できるなど、適切な試験条件をあらかじめ設定することが可能となった。

この相関式を利用して熱伝導率、熱拡散率の温度依存性が温度分布や熱応力に及ぼす影響について調査した結果、特に熱伝導率の温度依存性が材料の熱応力破壊挙動に大きく関与することがわかった。また、反力測定を利用した熱破壊試験では、破壊時刻と試験片寸法を精度良く測定することが重要である。

(平成 6 年 7 月 19 日 日本材料学会第 71 回セラミック材料部門委員会にて講演)

参 考 文 献

- 1) 水谷安伸, 西川直宏, 高津 學, 材料, **44**, 362 (1995).
- 2) 水谷安伸, 西川直宏, 福井隆光, 水井敏博, 高津 學, 日本セラミックス協会 1994 年会講演要旨集, 355 (1994).
- 3) 高津 學, 西川直宏, 水谷安伸, 化学工学論文集, **19**, 633 (1993).
- 4) 竹内洋一郎, “熱応力”, p. 274 (1971) 日新出版.
- 5) B. K. Ganguly, K. R. McKinney and D. P. H. Hasselman, J. Am. Ceram. Soc., **58**, 455 (1975).
- 6) T. R. Goodman, J. Heat Transfer **83**, 83 (1961).
- 7) 大野 豊, 磯田和男監修, “数値計算ハンドブック”, p. 337 (1990) オーム社.
- 8) S. P. Timoshenko and J. N. Goodier, “Theory of Elasticity”, p. 434 (1970), McGraw-Hill Book Company.