繊維強化複合材料の剛性設計のための GA の効率的適用[†]

座 古 勝* 高 野 直 樹*
辻 上 哲 也** 竹 田 憲 生***

Efficient Application of GA to Design of Fiber Reinforced Composites

by

Masaru ZAKO*, Naoki TAKANO*, Tetsuya TSUJIKAMI**

and Norio TAKEDA***

In this paper, a cost effective design procedure for laminated composite structure using GA (Genetic Algorithms) is proposed. Design variables considered to enhance the rigidity of the laminated composite structure are the number of laminae, the fiber orientation and the stacking sequence. The fiber orientations are chosen among some prepared angles. In the proposed design procedure, a rigidity function is defined to determine which angle to reinforce by means of weighing coefficients and transformed elastic constants in the prepared angles. The weighing coefficients are defined to represent the distribution of principal stress in the structure. Then, the orientation of reinforcements can be found according to the weighing coefficients such that the defined rigidity function takes maximum. Furthermore, to find a global optimum solution, the weighing coefficients are adjusted. In this paper, the detail of our developed procedure and some applications are shown.

Key words : GA, Laminated composite structure, Rigidity optimization, Fiber orientation, Stacking sequence, Computational cost

1 緒 言

一方向繊維強化複合材料を積層成形する場合は、各層の繊維配向角によって強度や剛性が広範囲に設計できる利点がある。しかし、繊維配向角の決定という命題に対して以下のような問題が存在する。

(1) 繊維配向角と強度や剛性の関係には強い非線形性があるため、従来の非線形計画法では有効な解の探索が行えない。

(2) 強度や変位を目的関数や制約条件とすると、解の探索過程で強度や変位を繰返し計算する必要が生じ、全体の解析時間が長くなり、実用上の問題がある。

問題点(1)に対し、福永らは面内荷重を受ける積層パネルの最小重量設計問題に対して、強度や変位と線形な繊維配向角の中間的設計変数を設け、近似法に基づいた最適化手法を提案している^{1),2)}。また、GA (Genetic Algorithms: 遺伝的アルゴリズム) がその他の解決策として考えられる。GA は設計変数が設計空間上で強い非線形性を示す場合でも有効に作用するため、繊維配向角を直接に設計変数とすることができる³⁾。したがって、GA を用いた手法は前者に比べて簡便な手法であると言え、これまでに適用例も報告されている^{4),5)}。しかし、強度や変位を FEM (有限要素法) 解析により算出しているため、上述の(2)が新たな問題点となる。このような現状から、簡便な積層複合材料の構造物の設計手法の確立が期待さ

れている。

そこで、本論文では GA を用いた新たな積層複合材料構造物の剛性設計手法を提案する。提案手法では、剛性の近似関数を定義し、これを GA の目的関数とすることにより、剛性(変位)の計算に FEM 解析が不要となり、大幅な計算効率化が図れる。すなわち、提案手法は GA を用いることで繊維配向角と剛性(変位)の相関の非線形性の問題を回避し、さらに剛性の近似関数を用いることで全体の解析時間の短縮を目指すところに特徴がある。

2 解 析 手 法

2・1 最適化問題の定式化

本研究では設計対象を積層複合材料から成る構造物とする。また、構造物の板厚は各部で一様とする。このような構造物において、構造物上に設定した着目点の変位を設計許容値以下とする制約の下、板厚が最も薄い積層構成を求める。ただし、板厚が同一の場合は、より変位が小さな積層構成を解とする。提案手法では、この最適化問題を2分割して考える。つまり、Fig. 1 に示す積層複合材料構造物の重量(板厚)最小化問題(P1)と板厚一定の下での各層の繊維配向角の最適化問題(P2)であり、(P1)の過程で(P2)の最適化を実行することになる。したがって、本研究で扱う最適設計問題は以下のように定式化される。

† 原稿受理 平成8年2月14日 Received Feb. 14, 1996

* 正 会 員 大阪大学工学部生産加工工学科 〒565 吹田市山田丘, Dept. of Welding & Production Eng., Osaka Univ., Yamada-oka, Suita, 565

** 正 会 員 龍谷大学理工学部機械システム学科 〒520-21 大津市瀬田大江町横谷, Dept. of Mech. & System Eng., Ryukoku Univ., Seta, Otsu, 520-21

*** 学生会員 大阪大学大学院 〒565 吹田市山田丘, Graduate Student, Osaka Univ., Yamada-oka, Suita, 565

Fig. 1. Definition of optimization problem.

$$(P1) \text{ Minimize } W \propto h$$

$$\text{Subject to } \delta(h, \theta) \leq \delta_c \quad (1)$$

$$(P2) \text{ Minimize } \delta(\theta)$$

$$\text{Subject to } h = \text{Const.} \quad (2)$$

ここで、 W は構造物重量であり、構造物の板厚 h に比例する。また、 δ は着目点変位、 δ_c はその設計許容値である。 θ は積層された各ラミナの繊維配向角を表現するベクトルであり、積層板が n 層からなる場合、 $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]^T$ である。

本研究では工業的有用性を考慮し、繊維配向角は予め設定した x 軸から異なる角度をなす 8 方向 ($0^\circ, \pm 30^\circ, \pm 45^\circ, \pm 60^\circ, 90^\circ$) とする。これより、(P2) は組合せ最適化問題となり、GA の適用が有効となる。

2・2 剛性を表現する近似関数

一般に、変位を最小とする繊維配向角の最適化に GA を適用する場合、従来法では GA の目的関数を、

$$f(\theta) = \frac{1}{|\delta(\theta)|} \quad (3)$$

のように定義する。GA は目的関数を最大とする設計変数値を探索する手法であるため、着目点変位の減少に伴い目的関数値が増加するよう式 (3) は分数形となっている。GA は、他の最適化手法と比較して最大値を探索する過程での目的関数の計算回数が非常に多い手法であるため、着目点変位 $\delta(\theta)$ の計算に FEM 解析を用いると膨大な計算時間が必要となる。そこで、剛性を表現する近似関数を GA の目的関数とすれば、FEM 解析は不要であるため、計算効率化が期待できる。提案手法では、剛性を表現する近似関数を以下のように定義する。

積層複合材料の弾性係数は座標変換を行うことにより、任意の方向で定義できるが、ここでは Fig. 2 のように、 x 軸から異なる角度をなす 8 方向の縦弾性係数を考える。一般に、薄板の引張および曲げ変形に対する剛性は、縦弾性係数と板厚より決定されるが、(P2) の最適化では板厚を一定とするため、剛性は縦弾性係数のみに依存する。そこで、積層複合材料の剛性を式 (4) のように 8 方向の等価縦弾性係数の重み付き線形和で表現することとする。

Fig. 2. Transformed elastic constants.

$$f(\theta) = \sum_{i=1}^8 w_i E_i(\theta) \quad (4)$$

ここで、 i は定義された方向に対応し、 w_i は各方向に生じている変形に対する縦弾性係数の感度を表す重み係数である。

2・3 板厚の設定法

Fig. 1 に示したように、(P2) の繊維配向角の最適化の前に板厚を設定する。そのために、まず対象構造物が等方性材料からなると考え FEM 解析を実行し、着目点変位が設計許容値と等しくなる縦弾性係数 E^{iso} と板厚 h^{iso} の組合せを求める。ただし、算出される E^{iso} は製作を考えると単層板の繊維方向の縦弾性係数 E_L 以下でなければならないので、これを満足することとする。また、単層板にはプリプレグ材を想定していることから、板厚は 0.125 mm とし、カップリング効果を除去する目的で対称積層とする。これらのことより、構造物の板厚を 0.25 mm (2 層) から 0.25 mm 単位で増加させ、着目点変位が設計許容値と等しくなるような縦弾性係数を求める。このようにして最小板厚 h^{iso} と縦弾性係数 E^{iso} の組を選択する。その後、繊維配向角の最適化を実施するが、変位の制約条件を満足する積層構成が存在しなければ、板厚を 0.25 mm 増加させ、再び板厚 h^{iso} と縦弾性係数 E^{iso} を選択する。

2・4 繊維配向角最適化手法

式 (4) の剛性の近似関数を GA の目的関数とし、繊維配向角を決定する。これには、式 (4) 中の重み係数決定が重要な因子となる。そこで、Fig. 3 に示すような 3 つのステップで最適繊維配向角を決定する。以下、その手法を記述する。

2・4・1 主応力分布に基づく解の探索および解の候補の選出 (P2-1) 等方性材と仮定した場合、主応力方向には他の方向に比して大きな変形が生じているため、目的の異方性積層材においても主応力方向の縦弾性係数は変形に大きく関与すると推測される。したがって、構造物に生じる主応力分布から、各方向の縦弾性係数の変形に対する感度を判断する。そこで、構造物の主応力分布を定量化するためのヒストグラムを以下の手順で作成する。

(a) 対象構造物が等方性材料から成ると仮定し、FEM 解析を実行し要素毎に主応力を算出する。

(b) 主応力方向が Fig. 2 の 8 方向の内、いずれの方向に近いかわかり、その方向の局所座標系に応力を座標変換し、応力成分を求める。

(c) 要素法により応力値が異なることが想定されるので、その影響を低減するために、全ての要素について、8つの各方向毎に要素の面積と座標変換後の応力の絶対値の積を累算し、正規化する。

作成されたヒストグラムにおいて、値が大きな方向の縦弾性係数は変形に対する感度が高いので、この方向に繊維強化すべきと考える。ここで、繊維の配向により全縦弾性係数が変化することに留意する。また、ヒストグラムの各値を式 (4) 中の重み係数の初期値 w_i^0 とする。

重み係数決定後、式 (4) を目的関数とした GA による繊維配向角の最適化を行う。これは通常の GA による手法であり、多くの論文が公表されているので、その記述は割愛する。結果として、GA による解の探索途中に出現する各世代での最適解を解の候補として選出し、次のステップに移る。

この (P2-1) ステップでは、最適解近傍までの探索が可能であり、さらに、ここで選出される解の候補の縦弾性係数と変位を用い、以下で説明する重み係数の調整が実行される。

2・4・2 重み係数の調整 (P2-2) 主応力を基に決定した重み係数を調整し、より良い解を探索する。換言すれば、式 (4) の近似の精度を向上させ、着目点変位がより小さくなる積層構成を見つける。具体的な重み係数の調整方法を以下に示す。

(a) 剛性と変位は反比例するので、着目点変位 $\delta(\theta)$ と式 (4) の剛性 $f(\theta)$ に

$$\delta(\theta) = \frac{a}{f(\theta)} \quad (5)$$

なる関係を仮定する。ここで、 a は定数である。また、式 (5) が板厚設定の際に仮定した等方性材の場合にも成

り立つとすれば、次式により比例定数 a が算出できる。

$$\delta_c = \frac{a}{f^{iso}} = \frac{a}{E^{iso} \sum_{i=1}^8 w_i^0} \quad (6)$$

ここで、 f^{iso} は等方性における $f(\theta)$ を表す。これにより、着目点変位の概算値が求められる。例えば、(P2-1) ステップで選出した解の候補 j について着目点変位の概算値 δ_{EST}^j は、候補 j に対する $f(\theta)$ を f^j とすると

$$\delta_{EST}^j = \frac{a}{f^j} = \frac{a}{\sum_{i=1}^8 w_i E_i^j} \quad (7)$$

となる。

(b) 選出された候補についてのみ、FEM 解析を行い求めた着目点変位 δ_{FEM}^j と概算値 δ_{EST}^j が等しくなるように重み係数を調整する。これは、誤差関数

$$error(w) = \sum_{j=1}^m (\delta_{EST}^j - \delta_{FEM}^j)^2 \quad (8)$$

を最小とする重み係数ベクトル $w = \{w_i\}$ を求めることになる。ここに m は選出した解の候補数である。式 (8) の誤差関数の最適化手法には、GA と最急降下法を嵌合した手法を用いた。式 (8) の最適化に用いる GA の目的関数（または適応度関数）は式 (9) とした。

$$g(w) = \frac{1}{error(w)} \quad (9)$$

2・4・3 調整された重み係数による解の探索および最適解決定 (P2-3) 式 (4) の重み係数として、(P2-2) ステップで調整された重み係数を用い、GA で解の探索を行う。(P2-1) ステップと同様に、解の探索途中で現れる各世代での最適解を解の候補として選出する。探索終了後、解の候補に対して FEM 解析を実行し、着目点変位が最小である候補を最適解とする。

3 例 解 析

3・1 等分布荷重を受ける矩形板の積層設計

Fig. 4 に示す一様な圧力を受ける周辺を単純支持された長方形板の積層設計に提案手法を適用した。着目点は長方形の重心とし、変位の設計許容値は 10 mm とした。また、以下の例についても全て単層板は繊維含有率 60 % の CFRP (T300/Epoxy) で、 E_L は 134.4 (GPa) としして解析を行った。

まず、2・3 節の手順で着目点変位が設計許容値と等しくなる E_L 以下の縦弾性係数 E^{iso} と板厚 h^{iso} の組を求めた。その組合せを Table I に示す。初期板厚を ① の 1.50 mm に設定し、繊維配向角の最適化を実行した結果、着目点変位が設計許容値以内となる積層構成は存在しなかった。そこで、板厚を 1.75 mm に増加させ、

Fig. 3. Optimizing algorithm.

Fig. 4. Laminated composite rectangular plate under uniform pressure with simple support.

Table I. The pairs of the modulus of elasticity and the thickness in case of isotropic material.

	Modulus of elasticity E^{iso} (GPa)	Thickness h^{iso} (mm)
①	105.3	1.50
②	66.3	1.75

(a) In case of initial weighing coefficients

(b) In case of adjusted weighing coefficients

Fig. 5. Relation between fitness and the displacement at the observed point for all candidates.

再び繊維配向角の最適化を実行した。

(P2-1) ステップで選出された解の候補について、式 (4) の目的関数の値である適応度と FEM 解析で算出された着目点変位の関係を Fig. 5(a) に示す。なお、FEM 解析には 3 角形平板シェル要素を用い、規則的要素分割を行った。総要素数は 144、総節点数は 91 である。Fig. 5(a) では、適応度と着目点変位に相関関係は見られないので、変位のより小さな解が存在する可能性がある。そこで、(P2-3) ステップで選出された解の候補について、適応度と FEM 解析で算出された着目点変位の関係を Fig. 5(b) に示す。Fig. 5(b) では、剛性を表現する関数値（適応度）が大きくなれば着目点変位が小さくなり、良い相関が見られる。また、Fig. 5(a) よりも変位が小さい解が探索され、適応度も大きくなっている。したがって、重み係数が効果的に調整されたと考える。

主応力を基に決定した初期重み係数と調整された重み係数を Fig. 6 に示す。いずれも、90° 方向の重み係数が最大となっているが、調整された重み係数では 90° 方向がより突出している。これより、Fig. 4 のような条件下の積層板に対しては、90° 方向の剛性の向上が着目点変

Fig. 6. Comparison initial weighing coefficients with adjusted ones.

Fig. 7. Comparison of distribution form for adjusted weighing coefficients and optimum transformed elastic constants.

位の減少に非常に有効であることがわかる。

繊維配向角最適化の (P2-1) および (P2-3) ステップで選出された全候補の中で、着目点変位が最小であった解の積層構成と着目点変位を Table II に示す。重み係数の調整により、着目点変位のより小さな積層構成が最適解として求められている。また、Fig. 6 の重み係数を反映し、繊維配向角が決定されていることがわかる。

さらに、調整後の重み係数と最適な積層構成 [90]s の縦弾性係数を Fig. 7 で比較する。縦軸の重み係数および縦弾性係数の値は最大値で正規化されている。最適解の縦弾性係数は、調整重み係数の分布形状と似た傾向を示しており、重み係数が剛性を向上すべき方向の指針となっていることがわかる。

Table III に、繊維配向角の最適化に費やされる CPU 時間および要した FEM 解析の回数を示す。式 (3) を GA の目的（適応度）関数とする従来法の CPU 時間および FEM 解析の回数は、GA の個体数を 50、世代交代数を 120 と仮定した場合の推定値である。本手法では従来法と比較して、CPU 時間で約 1/10、FEM 解析の回数では約 1/100 の計算効率化が図られているのがわかる。

3・2 荷重条件あるいは制約条件の異なる矩形板の積層設計

3・2・1 荷重条件が異なる場合 Fig. 8 に示すような集中荷重の作用点の異なる 3 種類の長方形板の積層設計を行った。これにより、異なる変形形態でも提案手法

Table II. Optimum laminate configurations and the displacement at the observed point.

Step	Laminate configurations	Displacement (mm)
(P2-1)	[90 _s /-45/ 45 _s /-30]s	8.1
(P2-3)	[90 _r]s	7.3

Table III. Comparison of CPU time and the number of finite element analyses between the conventional and the proposed procedure.

Procedure	CPU time (sec)	FE analyses (times)
Conventional	81600	6000
Proposed	8061	74

(Calculated with PC-9821Ap)

(a) Model 1

(b) Model 2

(c) Model 3

Fig. 8. Laminated composite plates under concentrated load at various points with simple support.

が適用可能であることを示す。着目点は、各々荷重点とし、着目点変位の設計許容値は 10 mm とした。

各モデルに対して提案手法を適用した結果、調整後の重み係数は Fig. 9 のようになった。Fig. 9 より、モデル 1 では $\pm 60^\circ$ 方向、モデル 3 では $\pm 45^\circ$ 方向の剛性の向上が変位の減少に有効であると考えられる。また、モデル 2 では、 $\pm 60^\circ$ と同程度に $\pm 45^\circ$ 方向の剛性向上が有

Fig. 9. Comparison of the adjusted weighing coefficient among three models.

Table IV. Optimum laminate configurations for each model.

Model	Laminate configuration
1	[60 _z /-60 _s / 30]s
2	[-60/ 60/ 45/-60/-30/ 45/ 0/ 60]s
3	[-45/ 45 _z /-45/ 45/-30/-60/-45]s

Table V. Optimum laminate configurations, number of laminae and displacements at the observed point for $\delta_c = 10$ and 50 mm.

Allowable value (mm)	Laminate configuration	Number of laminae	Displacement (mm)
10	[60 _z /-60 _s / 30]s	16	9.6
50	[60/-60 _z /-45 _z]s	10	39.0

効である。得られた最適な積層構成を Table IV に示す。

3・2・2 制約条件が異なる場合 Fig. 8(a) の長方形板について、着目点変位の設計許容値を $\delta_c = 10$ mm から 50 mm に変化させ、積層設計を行った。その結果、得られた最適解の積層構成、積層数および着目点変位を Table V に示す。設計許容値の増加に伴い、積層数が減少している。しかし、設計許容値に左右されず、 $\pm 60^\circ$ 方向が繊維強化された積層構成が最適解に選ばれていることがわかる。

3・3 矩形以外の板の積層設計

3・1, 3・2 節では設計対象の形状が単純な場合の積層設計を扱った。以下では、構成材料がたとえ等方性であっても変位が簡単な理論式で算出できないような形状を有する構造物の積層設計への適用について考察する。

Fig. 10 のような棚を支える補強板を例に取り考える。補強板は繊維強化複合材料で作られるとし、Fig. 10 の負荷に対する最適な積層構成を本手法により求める。FEM 解析に用いた要素分割と主応力分布を Fig. 11 に示す。着目点は Fig. 10 の A 点とし、その設計許容値は y 方向に -1 mm とした。

最適な積層構成と着目点変位を Table VI に示す。ただし、補強板には面内負荷のみが作用しているため、面

Fig. 10. Laminated composite structure.

Fig. 11. Finite element model and obtained principal stress.

Table VI. Obtained optimum laminate configuration and displacement at the observed point.

Displacement (mm)	Laminate configuration
0.883	[(0 ₄ / 30 ₂ / 45 ₂)] _s

Fig. 12. Distribution of optimum transformed elastic constants in the prepared orientations.

内の剛性は積層順序には左右されず, Table VI は繊維配向角の組合せが最適であることを意味している。

また, 最適な積層構成について, 縦弾性係数の分布を Fig. 12 に示す。最適な積層構成および縦弾性係数分布より, Fig. 10 のような形状の補強板では, $0^\circ \sim 45^\circ$ 方向の繊維強化が有効であり, さらに 45° 方向に比べて 0° 方向の剛性が高くなるような強化が必要であることがわかる。

4 結 言

本論文では, 積層複合材料構造物の最適化問題を定式化し, 計算効率を重視して GA を用いた最適化手法を提案した。本手法の要点は以下の通りである。

(1) 剛性を表現する近似関数を定義し, GA の目的関数とした。この目的関数の計算には FEM 解析は不要であり, FEM 解析は GA で選出された解の候補に対してのみ実行すればよく, GA を用いた従来法と比較して大幅な計算時間短縮が図れる。

(2) 構造物に生じる主応力分布が繊維強化方向の初期予測になると考え, FEM 解析で算出される主応力を基に, 変形に対する各方向の剛性の感度を表現する重み係数を決定する。

(3) 大域的な最適解探索のために, 重み係数の調整を行う。重み係数の調整は, 選出された候補の縦弾性係数と変位を利用し, GA と最急降下法で行われる。

様々な荷重条件, 設計許容値の下で長方形積層板設計に提案手法を適用し, 適切な積層構成が求められた。さらに, 一般形状の構造物に対する適用可能性を示した。

今後, ねじり変形や座屈に対する剛性設計や強度設計への拡張が期待される。

参 考 文 献

- 1) H. Fukunaga and G. N. Vanderplaats, JSME Int. J., **34**, 171 (1991).
- 2) 福永久雄, 関根秀樹, 古澤正史, 日本機械学会論文集, A-61, 2429 (1995).
- 3) D. E. Goldberg, "Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning" (1989) Addison-Wesley.
- 4) 轟 章, 渡辺 究, 小林英男, 中村春夫, 日本機械学会論文集, A-61, 1453 (1995).
- 5) 奥村俊彦, 横山敦士, 前川善一郎, 日本材料学会第24回 FRP シンポジウム講演論文集, p. 200 (1995).
- 6) 座古 勝, 辻上哲也, 高野直樹, 竹田憲生, 日本溶接学会溶接構造シンポジウム'95講演論文集, p. 289 (1995).