複合材料の非線形構造力学解析のための マクロ-マイクロ非連成化手法[†] ——マイクロ構造における幾何学的 非線形問題への RVE アプローチ——

高野直樹* 座古 勝* 大西慶弘**

Macro-Micro Uncoupled Analysis Procedure for Nonlinear Structural Mechanics of Composites ——RVE Approach to Microstructural Geometrically Nonlinear Problem ——

by

Naoki TAKANO*, Masaru ZAKO* and Yoshihiro OHNISHI**

The purpose of this study is to develop a practical analysis procedure for nonlinear structural mechanics of composites. Especially, to solve such a nonlinear mechanical problem arising from the microstructural nonlinear behavior, the new homogenization procedure named macro-micro uncoupled method is proposed. First, the homogenized macroscopic material properties are calculated by precise microscopic nonlinear analysis. Then, macroscopic analysis can be performed easily by only referring to the pre-calculated nonlinear material properties. In this paper, RVE approach is taken for the microscopic nonlinear analysis, and the proposed macro-micro uncoupled method is applied to a microstructural large deformation problem of porous media.

Key words : Composites, Nonlinear structural mechanics, Large deformation, RVE method, Finite element method

1 緒 言

複合材料の力学の目指すところは、1960年代より現在に至るまで、マイクロスコピックな挙動を考慮しつつ、いかに均質化してマクロスコピックな複合材構造物の挙動を記述するか、という点にある。このため、不均質体を均質異方性体とみなした等価弾性係数の研究が行われてきた。等価弾性係数の算出法には、現在大別して三つのアプローチがある。一つは、Halpin-Tsai¹⁾や植村²⁾に代表される半経験式であり、現在でも多く引用されている。しかし、複合則の延長上にあり、繊維含有率をパラメータとした半経験式では計算できない一方向繊維以外の強化形態に対しては、RVE (Representative Volume Element)^{3),4)}が有効である。一方、これらの研究とは別の経緯をたどってきた第三の手法に均質化法⁵⁾がある。これは、1970年代後半に開発された応用数学的手法であり、RVEと同様に力学的なエネルギーつりあいを考える解法であるが、境界条件の定義がRVEより厳密であるなどの利点を有する。

これらの研究は線形領域での議論には適しているが、非線形領域に関しては、1990年代に入るまで等価物性値の非線形性として表現した非線形弾性体⁶⁾に置き換える

ケースが多かった。しかし、複合材料の力学的挙動における非線形性の要因がマクロスケールとマイクロスケールのいずれにあるかを考慮すれば不都合な点もある。例えばマイクロスケールでの塑性を考える場合、均質化された物体を弾性体とみなす従来手法では除荷が扱えないため、弾塑性体⁷⁾⁻⁹⁾として扱った方が便利である。しかし、弾性域でも(塑性降伏しなくとも)マイクロスケールでの大変形によってもマクロスコピックに観察される等価物性値は非線形性を呈する。この具体例はゴム基複合材料などに多く見られ、タイヤのコード角度の変化を考慮した解析¹⁰⁾などが行われている。著者らも生体軟組織の非線形性の数値予測を行ってきた。この場合には上記のケースとは異なり、塑性力学の適用は明らかに不合理である。このように、複合材料の力学挙動が非線形領域に入ると、どのような力学で記述すればよいか、という問題は未解決である。

また、複合材料の非線形問題の難しさを別の観点から述べると、マクロスケールとマイクロスケールの両者に対して別個に、かつ両者の相関を考えなくてはならない点^{11),12)}があげられる。この詳細は2章で説明する。

上述の問題点に対し、Kikuchi¹³⁾らのグループによる熱

[†] 原稿受理 平成7年6月1日 Received June 1, 1995

* 正会員 大阪大学工学部生産加工工学科 〒565 吹田市山田丘, Dept. of Welding & Production Eng., Osaka Univ., Yamada-oka, Suita, 565

** 大阪大学大学院 〒565 吹田市山田丘, Graduate Student, Osaka Univ., Yamada-oka, Suita, 565

弾塑性問題^{7),14)}, 樹脂流動と熱^{13),15)}, 変形の連成問題への均質化法の適用は先進的な研究であり, 一つの解答を与えているといえる。

しかし, マクロ-ミクロスケールの相関を考慮するという観点からは, 次のような不便さが残る。第一に, 計算コストが膨大であり, 日本国内における複合材料の研究・開発上の要望には必ずしも合致しない場合がある。第二に, マクロ-ミクロスケールの相関を考慮すると, 均質化法による定式化からも明らかな通り, 現在普及している汎用有限要素解析コードでは解析できなくなり, 新たな解析ツールの開発を強いられる。特に後者の問題は, 複合材料の成形シミュレーションなど設計・生産技術に数値シミュレーションの導入を行うために, 大変形, 接触, 衝撃解析が急務である現在, 大きな障害となる。

そこで著者らは, マイクロスコピックな非線形挙動を, マクロ-ミクロスケールの相関も考慮して通常の有限要素解析コードで解析可能とするため, マクロスコピックな問題とマイクロスコピックな問題を完全に分離して解く解法を提案した^{16),17)}。これは,

- (1) マイクロスコピックな非線形挙動解析を詳細に行い, 等価物性値の非線形性を計算した後,
- (2) この結果を材料データベースとして参照し, マクロスコピックな解析を既存のツールで簡便に行う, という二段階の解析手法である。本論文では, この解析手法をマクロ-ミクロ非連成化手法と名付け, 3章で詳しく述べる。これまで繊維複合材料を例にとり, マイクロスコピックな破壊進展挙動の解析手法を提案した^{16),17)}。その際, 非線形の等価物性値(材料データベース)の計算手法として均質化法を適用した。これに対し本論文では, 均質化法だけでなく, 冒頭に述べた三つの等価物性値の算出法の一つである RVE 的なアプローチをとる。また, マイクロ構造における弾性大変形問題を取上げ, その難しさと解決方法, ならびに数値計算例を示す。

2 マイクロスコピックな大変形挙動による非線形問題

複合材料の非線形力学挙動の内, 未解決問題の一つにマイクロスコピックな大変形下での均質化手法がある。例えば, Fig. 1(a)のように直繊維より成る繊維束を引張ると, 荷重-伸び関係は線形となる。ここで, 繊維そのものは線形弾性体とする。しかしながら, 同図(b)のような波状繊維より成る繊維束を引張ると, 引張量が大きくなると波状繊維が伸ばされ, 剛性が高くなる。これは, 繊維の形状変化により引き起こされる非線形性である。マイクロスコピックな繊維そのものは線形弾性体であっても, 繊維束というマクロスコピックな均質体の特性は非線形となる。このような問題をマイクロスコピックな大変形問題と呼ぶ。

この場合, 均質化された等価物性値は, マイクロスコピックな変形, ひずみ, 応力状態に依存し, さらに, マクロスコピックな外力と変形形態にも依存する。換言すれば, マクロスコピックな問題とマイクロスコピックな問題の連成を考慮しなければならない。非線形問題を数

Fig. 1. Dependence of macroscopic behavior on microstructure.

値シミュレーションにより解くには増分的に解く必要があるが, マイクロスコピックな大変形問題を解くには, 各増分毎にマクロスコピックな問題とマイクロスコピックな問題の両者を連成させて解く必要がある。

従って, 解決しなければならない問題は, 変形・応力状態などに依存した等価物性値算出法の開発である。

著者らはこれまで^{11),12)}, 均質化法によるマイクロスコピックな大変形問題のシミュレーション技法を示してきた。均質化法では, マイクロスコピックな初期応力がある場合, その効果を等価物性値ではなく, 初期応力による均質化された等価節点力に変換して解くことができる。しかし, 文献で示した均質化法による解法は良い精度が得られる反面, 緒言で示した二つの難点が残る。すなわち,

(1) マクロスコピックな構造物の部位毎にマイクロスコピックな状態が異なるため, 無数のマイクロスコピックな問題を, 各増分毎に解く必要があり, 膨大な計算コストを要する。

(2) 初期応力による均質化された等価物性値という新たな概念を導入するため, 既存の解析コードで解くことができず, 新たな解析コードの開発が必要となる。

これらの問題点の解決策として, 本論文ではマクロ-ミクロ非連成化手法を提案する。この概念は既に, 繊維複合材料構造物のマイクロスコピックな破壊進展解析を行った際に提案したものであるが, 本論文では既報^{16),17)}で用いた非線形均質化法以外にも, RVE 的なアプローチも可能であることを述べ, 提案手法の有効性を示す。

3 マクロ-ミクロ非連成均質化解析手法

マクロ-ミクロの連成問題を非線形領域まで扱うためには, Fig. 2(a), (b)に示すように, 各増分毎にマクロスコピックな問題とマイクロスコピックな問題を交互に解く必要があることは既述のとおりである。マクロ-ミクロ非連成化手法はこの解析の簡便化を目的とし, Fig. 2(c)のように, 特にマクロスコピックな解析を単独に行えるようにした非線形均質化解析手法である。

本手法の概念の要点を以下に列挙する。

(1) マクロスコピックな構造物の各部位におけるマイクロスコピックな変形・応力状態あるいは破壊に起因す

Fig. 2. Schematic flowchart of macro-micro uncoupled analysis procedure.

る非線形性を、非線形弾性均質体とみなしマクロスコピックに扱う。

(2) 非線形均質体の材料非線形性を、マイクロスコピックな詳細解析よりあらかじめ計算し、材料データベースとする。これは、いわば材料試験のシミュレーションである。このマイクロスコピックな非線形挙動解析は、既報の均質化法、あるいは本論文で示す RVE のいずれでも行える。

(3) マクロスコピックな構造物に負荷される外力により変形形態が異なるため、マイクロスコピックな変形・応力状態も種々のケースが考えられ、その各々について均質化された材料非線形性の様子も異なる。これは複合材料の異方性によるものであり、解析手法の難しさである。従って、マクロスコピックな変形形態に対応した材料試験シミュレーションを行う必要がある。逆に言えば、変形形態が予測できる場合に非連成化が可能であり、提案手法が適用できる。予測不能な問題に対しては Fig. 2 (b) の従来手法をとらざるを得ない。

(4) 材料データベースは、数値シミュレーションによらずとも、実際の実験結果でもよいが、(3) の理由から多くの実験が必要となるため実用的でない。ここに材料試験シミュレーションの必要性和利点がある。

(5) 材料データベースは、マクロスコピックな変形形態あるいは応力状態のいずれかに応じて参照する。応力をもとに参照する場合は、既報のとおり主応力の方向と大きさにより参照すればよい。本論文では変形形態（マクロスコピックなひずみ）により参照する例を示す。

(6) 最終的に知りたいのは、複雑な形状をした構造物のマクロスコピックな応答である。この意味で、標題のとおり構造力学とよべる。マクロスコピックな解析が Fig. 2 (c) のように単独で行えるならば、既存の解析コードが利用できる可能性があるため、実用的な解析手法といえる。これが提案手法の最大の特徴である。

(7) マクロスコピックな解析を単独で行うことは計算コストの削減にもつながる。なぜならば、構造物の各部位でマイクロスコピックな問題を多数解くよりも、必要最小限の材料試験シミュレーションを行う方が安価である。

4 章では、実際の例解析にそって本手法の詳細を説明する。

4 マイクロスコピックな大変形問題の解析例

4.1 解析対象

解析対象として Fig. 3 (a) に示す多孔質材料の積層より成る円筒を考える。積層構造として各層の空孔率（孔の占める体積率）が異なる場合を想定する。説明を簡単にするため、一様な内圧を負荷した場合を想定し、平面ひずみ状態とみなす。

Fig. 3 (b), (c) にマイクロスコピックな解析モデルと、マクロスコピックな解析モデルを示す。マクロスコピックな解析ではマイクロ構造のモデリングは不要である。マイクロスコピックな解析において、素材は等方線形弾性体とし、物性値は $E=14.7 \text{ MPa}$, $\nu=0.45$ とした。

Fig. 3. Analysis model.

本論文は、簡単のために孔は円柱とし、空孔率として 30 %, 50 % の二種類を想定した。

マクロスコピックな変形とともに孔が大きく変形すれば、素材そのものが線形弾性体であっても、マイクロスコピックな大変形に起因するマクロスコピックな材料非線形が生じる。この材料非線形性は、マイクロスコピックな変形と応力の両者に依存する。言い換えれば、孔形状変化だけでも均質化材料特性が変化するのは自明であるが、応力が発生している場合とそうでない場合でも等価物性値は異なる。ここに解析の難しさがある。そこで、第一段階として材料試験を模擬した大変形解析を行い、等価物性値を算出する。

4・2 マイクロスコピック大変形解析

本例では、マクロスコピックな変形形態は均一な圧縮変形であるため、材料試験シミュレーションとしては Fig. 3 (b) に示すような解析を行うだけでよい。これは RVE 的なアプローチである。

RVE のとり方について、Tandon¹⁸⁾ は「対象物中の十分に大きなサブ領域」が必要と述べている。このことは、Hollister と Kikuchi¹⁹⁾ により、RVE と均質化法により算出した等価物性値の比較の数値実験でも示されている。そこで本論文においてもまず、RVE の領域の大きさ（最小単位ユニットセルの数）を変化させ、RVE による計算手法の妥当性について検証した。Fig. 3 (b) は最小単位ユニットセル数を 25(5×5) とした場合であるが、同様に 1, 9, 49, 100 と変化させ、得られる等価物性値を比較した。その結果、Fig. 3 (b) に示すように 25 ユニットセル以上からなる領域をとり出す必要があることが確認された。これは Hollister と Kikuchi¹⁹⁾ による結果とも一致する。なお、1 ユニットセルだけの解析では精度が極めて悪いこともわかった。

結果を Fig. 4, Fig. 5 に大変形の影響を考慮しない場合と併せて示す。両図の横軸は強制変位による荷重方向のひずみ量であり、これを平均ひずみ $\bar{\epsilon}_y^*$ とした。Fig. 4 の縦軸は、底面にかかる反力を底面積で割った応力値とし、Fig. 5 の縦軸は x 軸方向の変位から計算したひずみとし、それぞれを荷重方向の平均応力 σ_y^* , x 軸方向の平均ひずみ $\bar{\epsilon}_x^*$ とした。両図から、マイクロスコピックな形状の違いにより、マクロスコピックな挙動が異なることがわかる。さらに、ひずみの増加に伴い、Fig. 4 のグラフの傾きが増加していることから、硬化する傾向が得られた。

次にこの結果から、均質化の処理を行う。本シミュレーションは単軸圧縮試験であるから y 軸方向の弾性係数がまず求まる。 x 軸方向の変形には、微視的な解析では大変形の影響はあまり現れていないが、わずかな影響分を xy 面のポアソン比に加味する。ここでは一軸問題と考え、弾性係数およびポアソン比を式(1)と(2)で定義する。 σ_y^* , $\bar{\epsilon}_y^*$, σ_x^* , は前述の平均応力と平均ひずみを表す。 E_y^* , ν_{yx}^* は求めるべき均質化された等価物性値を表す。式中での添字は、Fig. 3 中の各軸方向を意味する。

$$\sigma_y^* = E_y^* \bar{\epsilon}_y^* \quad (1)$$

Fig. 4. Relation between averaged stress and averaged strain.

Fig. 5. Relation between averaged strain and averaged transverse strain.

Fig. 6. Nonlinear relation between Young's modulus E_y^* and averaged strain for material database.

Fig. 7. Nonlinear relation between Poisson ratio ν_{yx}^* and averaged strain for material database.

$$\bar{\epsilon}_x^* = -\nu_{yx}^* \bar{\epsilon}_y^* \quad (2)$$

E_y^* , ν_{yx}^* を Fig. 6 と Fig. 7 に示す。これは、Fig. 4, Fig. 5 の傾きそのものである。

その他の物性値に関し、 E_x と G_{xy} は一定とし、変形前の初期状態での値を用いた。本来は、せん断試験のシミュレーションを行う必要があるが、変形前の状態では面内等方性とみなせる上、本論文で想定した境界条件下

ではせん断変形しないことから, G_{xy} は式(3)より算出した初期形状での値を用いた.

$$G_{xy} = \frac{E_y}{2(1 + \nu_{yx})} \quad (3)$$

z 軸方向の弾性係数は体積分率により混合則から算出できる.

$$E_z = (1 - \alpha)E \quad (4)$$

ただし, α は空孔率, E は素材の弾性係数を表す. また,

$$\nu_{xy} = \nu_{yx} = 0.45 \quad (5)$$

である. 以上により, マクロスコピックな解析に必要な各物性値が得られ, E_y^* , ν_{yx}^* に関する非線形のデータベースがマクロスコピックなひずみにより参照できるように構築できた. なお Fig. 3 の問題設定から均一な圧縮変形しか生じないため, E_y^* , ν_{yx}^* の二つの弾性定数の非線形性のみを考慮すれば良く, 非連成化が行える.

4.3 マクロスコピックな解析

Fig. 3 (a), (c) に示したマクロスコピックな解析を行う. 積層構成として, 空孔率 50 % の柔らかい層と空孔率 30 % の層を Fig. 8 のように積層した 4 通りを考える. 荷重条件として, 圧力を一定に保ちながら円筒の内側に与

Fig. 8. Stacking sequence.

Fig. 9. Distribution of strain.

えた. 形状および荷重条件, 拘束条件は z 方向 (Fig. 3 参照) に一定とし, z 方向変位はゼロとした. また, 円筒は外周においても拘束されているとした.

各積層構成の最終段階でのひずみ分布を Fig. 9 に示す. 積層構成 #1 では内側ほどひずみが大きくなっている. 柔らかい材料 (本解析では空孔率 50 %) と堅い材料 (空孔率 30 %) との両方を積層したモデルでは, 柔らかい材料の層でひずみが大きくなり, クッションのような役割をしている様子が分かる. すなわち, Fig. 9 (c), (d) の柔らかい層が内側にあるモデルでは, その外側の堅い層はほとんど変形していない.

Fig. 10 (a), (b) の積層構成 #1 と #2 について, 内圧の増加に伴うひずみ変化の履歴を示す. Fig. 10 (a) では, ひずみの増加率は内側よりも外側の層が大きい. 均一な変形とともに内側のひずみが増加していくと, 内側ではマイクロスコピックな大変形の影響により物性値は初期入力値から増大し, 硬化している. それゆえ, 内側が強く外側が柔らかい材料分布になり, 柔らかい外側がひずむのである. 一方, Fig. 10 (b) に示す外側に柔らかい層があるモデルについて, 最内層と最外層におけるひずみ変化を見ると, 最初は最内層のひずみの方が大きい, 内圧が約 2 MPa 以上になると, 最外層のひずみの方が大きくなっている. つまり, 内側の方が先に硬化した後で外側の層が変形することがわかる.

以上のように, 多孔質材構造物の微視的な大変形を考慮したシミュレーションが行えた. なお, 本節のマクロスコピックな解析は通常有限要素解析コードで容易に行うことができた.

5 結 言

複合材料構造物の非線形挙動解析のため, 本論文ではマクロスコピックには非線形弾性体とみなし, マイクロスコピックな大変形挙動に起因する等価物性値の材料非

Fig. 10. Nonlinear macroscopic behavior due to microscopic large deformation.

線形性を RVE を用いたシミュレーションより求め、構造物の材料非線形解析を通常の解析コードで行う手法を提案した。本手法の要点は非連成化にあり、これは変形形態があらかじめ予測できる場合に可能となる。このような適用範囲内においては、マイクロ構造とマクロ構造を与えるだけで非線形力学挙動が容易に予測できる。4章では均一な圧縮変形のみを取上げたが、このようなマイクロスケピックな大変形問題はクッション材などに多く見られるため、複合材料構造物の設計に役立つ手法と考える。ただし引張り、圧縮、せん断の各変形形態が混在するような一般の変形形態では非線形性を記述するのに必要な弾性係数が多くなるため、現時点では提案手法が適用できず、今後拡張が必要である。

さらに、緒言で述べた問題点の内、複合材料の非線形挙動をどのような力学で記述するか、という問題には言及しておらず、今後はマイクロスケールにおける塑性を加味したマクロ-マイクロ非連成均質化手法の開発が望

まれる。

参考文献

- 1) J. C. Halpin and S. W. Tsai, Air Force Materials Laboratory Technical Report, 67 (1967).
- 2) 植村益次, 山田直樹, 材料, **24**, 156 (1975).
- 3) Z. Hashin, Theory of Composite Materials, in "Mechanics of Composite Materials", p. 201 (1970) Pergamon Press.
- 4) Z. Hashin, J. Appl. Mech., **50**, 481 (1983).
- 5) 例えば, I. Babuska, Homogenization Approach in Engineering, in "Computing Methods in Applied Sciences and Engineering", Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, **134**, 137 (1976) Springer-Verlag.
- 6) 藤井太一, 座古 勝, "複合材料の破壊と力学", p. 51 (1978) 実教出版.
- 7) J. M. Guedes, "Nonlinear Computational Models for Composite Materials Using Homogenization", Ph. D. dissertation, The University of Michigan (1990).
- 8) 吉原 浩, 太田正光, 材料, **41**, 153 (1992).
- 9) 川田宏之, 杉野正明, 福山義之, 林 郁彦, 材料, **44**, 470 (1995).
- 10) 例えば, A. Domsheit, H. Rothert and T. Winkelmann, Tire Science & Technology, **17**, 291 (1989).
- 11) 高野直樹, 座古 勝, 平郡久司, 菊池 昇, 日本機械学会第72期通常総会講演会講演論文集 (II), 95-1, 578 (1995).
- 12) 高野直樹, 座古 勝, 平郡久司, 菊池 昇, 日本機械学会論文集 (投稿中).
- 13) N. Kikuchi and A. Tezuka, Adaptive Finite Element Method and Its Applications, in "Geometry and Optimization Techniques for Structural Design", Chap. 7 (1994) Computational Mechanics Publications.
- 14) C.-H. Chen, Modeling of the Thermal Elasto-Plastic Behavior for Composite Materials Using the Homogenization Method, Ph. D. dissertation, The University of Michigan (1992).
- 15) W. Chang, Modeling and Numerical Analysis of Composite Manufacturing Processes, Ph. D. dissertation, The University of Michigan (1994).
- 16) 高野直樹, 座古 勝, 日本材料学会第24回 FRP シンポジウム講演論文集, p. 331 (1995).
- 17) 高野直樹, 座古 勝, 材料, **44**, 1231 (1995).
- 18) G. P. Tandon, J. Composite Materials, **29**, 388 (1995).
- 19) S. J. Hollister and N. Kikuchi, Comp. Mech., **10**, 73 (1992).