温度分布の軸方向移動を受ける円筒の熱ラチェット解析 —温度分布移動距離の影響—[†]

小林 峰 雄* 中 田 和 幸* 大 野 信 忠**

Thermal Ratchetting Analysis of Cylinders Subjected to Axial Travelling of Temperature Distribution —Effect of Travel Distance of Temperature Distribution—

by

Mineo KOBAYASHI*, Kazuyuki NAKADA* and Nobutada OHNO**

This paper deals with the estimation of thermal ratchetting strain of cylinders subjected to short axial travelling of temperature distribution. The estimation is made by considering partly pressurized cylinders as a model. It is assumed that the pressurized region is ruled by the deformation theory with the uniform secant modulus determined so as to be exact in the long travelling case. This assumption enables us to utilize a linear elastic solution for the problem. The secant modulus is specified using the analytical solution which was derived by the present authors for the long travelling case by assuming Masing's rule. It is shown that the model based on the partly pressurized cylinders gives good estimates comparable to the finite element analysis of the thermal ratchetting strain as well as to the experiments on 316FR steel cylinders done by Kitade *et al.* An extension of the model, in which plastic yielding outside the travel region is taken into account, is also discussed.

Key words: Thermal ratchetting, Cylinder, Moving temperature distribution, Short travel distance, Masing's rule, Partly pressurized cylinders

1 緒 言

円筒内を高温の液面が軸方向に繰返し移動すると、液面通過部分に周方向塑性ひずみが繰返し数とともに累積する。この現象は液面熱ラチェットと呼ばれ、特に高速増殖炉主容器の設計上重要な問題である。このため、液面熱ラチェットひずみの評価式が次に述べるようにすでにいくつか提案され、妥当性が検討されている。

まず Goodman¹⁾は、弾完全塑性材料の円筒内を階段状温度分布が移動する場合を考察し、温度分布移動距離が十分に長い場合の解析的評価式を導いた。次に和田・猪狩^{2),3)}らは、Goodman の式を他の温度分布形状にも適用できるように拡張するとともに、その妥当性を有限要素解析結果との比較により示した。しかし、この式は弾完全塑性材料に基づくため実験結果を過大評価するから、さらなる拡張が議論されている。^{4),5)}

これに対して著者らは、Masing 材料を仮定し、液面熱ラチェットひずみの解析的評価式を導いた。すなわち、まず有限要素解析により、Masing 材料のように応力ひずみヒステリシスループが閉じる場合には液面移動繰返し数の増加とともに液面熱ラチェットが減速・停止することを示した。^{6),7)} つづいて、その停止までに生じるラチェットひずみを解析的に評価するとともに、導いた評

価式を Kitade⁹⁾らの実験結果に適用し、かなりよい一致が得られることを示した。⁸⁾

上に述べた研究は、液面移動距離が十分に長い場合を対象としたものである。移動距離が短い場合のラチェットひずみは、猪狩³⁾ら、Kitade⁹⁾らおよび佐藤¹⁰⁾らの実験結果に見られるように移動距離が長い場合に比較して著しく小さいから、液面移動距離が十分に長い場合の評価式を適用すると極めて過大な評価となる。このため、植田¹¹⁾らや Kitade⁹⁾らは移動距離を考慮して上述の和田らの評価式を拡張したが、弾完全塑性材料に基づくため実験結果との適切な一致は得られていない。

そこで本研究では、Masing 材料に基づく著者らの評価式を液面移動距離の短い場合に拡張するため、部分内圧負荷を受ける薄肉円筒を解析モデルとして考え、その妥当性を有限要素解析結果および Kitade⁹⁾らの実験結果との比較により検討する。

2 液面移動距離が無限に長い場合の評価式

最初に、液面移動距離（以後、単に移動距離と呼ぶ）が無限に長い場合の液面熱ラチェットひずみの評価式を、著者らの解析結果⁶⁾⁻⁸⁾を中心に概説する。

本研究では、薄肉円筒（長さ L 、半径 R 、厚さ t ）が温度差 ΔT の階段状温度分布の軸方向繰返し移動を受

† 原稿受理 平成 8 年 4 月 8 日 Received Apr. 8, 1996

* 名古屋大学大学院 〒464-01 名古屋市中千種区不老町, Graduate Student, Nagoya Univ., Chikusa-ku, Nagoya, 464-01

** 正 会 員 名古屋大学工学研究科マイクロシステム工学専攻 〒464-01 名古屋市中千種区不老町, Dept. of Micro-System Eng., Nagoya Univ., Chikusa-ku, Nagoya, 464-01

ける問題を考える (Fig. 1). すなわち, この円筒の $-\ell/2 \leq z$ の部分を一樣初期温度 T_0 から $T_0 + \Delta T$ に加熱した後, Fig. 1 に示すように温度フロントを ℓ だけ移動させ, つづいて円筒の温度を初期一樣温度 T_0 に戻す. これを 1 サイクルとして温度分布の繰返し移動を行う.

このような温度分布の繰返し移動に伴う塑性変形の累積は, 最初に Goodman が解析した. すなわち彼は, 円筒材料として弾完全塑性材料を仮定し, コールドフロント (Fig. 1 に示すように温度減少をもたらす温度分布移動) の場合には円筒の膨径が生じるのに対し, ホットフロントは縮径をもたらすことを示した.

上述の Goodman の解析によると, ラチェットひずみは温度フロントの繰返し移動数 N の増加とともに線形に累積し続ける. この線形累積は弾完全塑性材料を仮定したことによるが, 実験結果ではラチェットの減速が見られる^{3), 9), 10)}.

このため著者らは^{6), 7)}, Masing 材料を仮定し, 液面熱ラチェットの有限要素解析をまず行った. Fig. 2 はこの有限要素解析結果に基づく模式図であり, 移動距離 ℓ が無限に長い場合の円筒中央面の材料要素に生じる周方向応力 σ_θ と周方向ひずみ ϵ_θ の機械的成分 $\epsilon_{\theta m}$ との関係を表す. この図に示すように, Masing 材料を仮定すると, 温度分布移動の繰返し数 N の増加とともに $\epsilon_{\theta m}$ は累積するが, やがてシェークダウンが起きる.

つづいて著者らは, このようなシェークダウンの生じる周方向残留ひずみを解析的に求め, その結果が Kitade らの液面熱ラチェット実験の結果とかなりよく一致することを示した. すなわち著者らは, 円筒材料の単軸引張曲線を式

$$\epsilon = f(\sigma) = \begin{cases} \sigma/E, & \sigma < \sigma_y \\ \sigma/E + [(\sigma - \sigma_y)/K]^n, & \sigma \geq \sigma_y \end{cases} \quad (1)$$

により表し (E, K, σ_y, n は材料定数), 周方向合力の釣合い条件とシェークダウン条件に加えて Masing 則を考慮することにより, シェークダウン状態での周方向残留ひずみ $\epsilon_{res}^{(\infty)}$ および周方向ピークひずみ $\epsilon_{peak}^{(\infty)}$ を次式のように求めた.

$$\epsilon_{res}^{(\infty)} = [(\sigma_{peak}^{(\infty)} - \sigma_y)/K]^n \quad (2)$$

$$\epsilon_{peak}^{(\infty)} = \sigma_{peak}^{(\infty)}/E + [(\sigma_{peak}^{(\infty)} - \sigma_y)/K]^n \quad (3)$$

ここで, 添字 (∞) は移動距離が無限に長い場合の結果であることを示す. また上式において, $\sigma_{peak}^{(\infty)}$ は, シェークダウン状態での周方向ピーク応力を表し, 次の 2 つの式からシェークダウン状態での周方向応力幅 $\Delta\sigma_\theta$ を消去することにより決定される.

$$\sigma_{peak}^{(\infty)} = \Delta\sigma_\theta - \frac{1}{\alpha\Delta T} \left\{ \frac{(\Delta\sigma_\theta)^2}{2E} + \frac{4K}{1+n} \left(\frac{\Delta\sigma_\theta - 2\sigma_y}{2K} \right)^{1+n} \right\} \quad (4)$$

$$\alpha\Delta T = \Delta\sigma_\theta/E + 2[(\Delta\sigma_\theta - 2\sigma_y)/2K]^n \quad (5)$$

ここで α は線膨張係数を示す. なお, 式(2)~(5)の誘導では, 材料定数の温度非依存性が簡単のため仮定されている.

3 移動距離の影響 (有限要素解析による検討)

前章では, 移動距離が無限に長い場合の液面熱ラチェットひずみ評価式について概説した. この章では,

Fig. 1. Shape of cylinder and axial travelling of cold front.

Fig. 2. Circumferential stress-strain relation experienced by material element on middle plane when $\beta\ell = \infty$.

移動距離が短い場合の液面熱ラチェットの特徴を有限要素解析結果に基づいて述べる.

有限要素解析は, 316FR 鋼の円筒 ($L=260$ mm, $R=76.5$ mm, $t=2$ mm) に対して行った. 有限要素解析の方法は前報と同じである. なお, 材料定数の温度依存性は無視し, 316FR 鋼の 300°C での値を仮定した. この温度でのヤング率 E , ポアソン比 ν , 線膨張係数 α , 0.2 % 耐力 $\sigma_{0.2}$, および式(1)の塑性定数 K, σ_y, n の値を Table I に示す. 塑性構成式としては, Masing 材料を表現できる Ohno-Wang モデル¹²⁾を用いた (材料定数の具体的値は前報参照). この構成式および式(1)による単調引張応力ひずみ線図を Fig. 3 に実験結果とともに示す.

上に述べた有限要素解析の例を Fig. 4 に示す. この図は, $\Delta T=160^\circ\text{C}$ のコールドフロントの移動距離を 2 種類 ($\beta\ell=2.0, 6.2$) 仮定し, その移動区間中間点での $\epsilon_{\theta m}$ の変化を調べた結果である. ここで, $\beta\ell$ は無次元移動距離を表し, β は

$$\beta = [Rt^2/3(1-\nu^2)]^{-1/4} \quad (6)$$

と定義される. ¹⁾なお, 弾性解析結果に基づくと, $\beta\ell > \pi$ ならば移動距離は十分に長いと考えられる.

Fig. 4 を見ると, $\beta\ell=2.0$ の場合の $\epsilon_{\theta m}$ の増加は $\beta\ell=6.2$ の場合の約 1/4 であり, 液面熱ラチェットの進展は移動距離に大きく依存することがわかる. これは, すでに指摘されているように, 移動距離が小さいと移動区間の外側の領域が移動区間に生じる半径方向変位を拘束するからである.^{1), 9), 11)}

Table I. Material constants of 316FR at 300°C.

$E = 1.76 \times 10^5$	$\nu = 0.3$
$\alpha = 17.2 \times 10^{-6}$	$\sigma_{0.2} = 152$
$K = 475$	$\sigma_y = 115$
	$n = 2.44$

stress (MPa), strain (mm/mm), T (K)

Fig. 3. Monotonic tensile stress-strain relation of 316FR at 300°C.

Fig. 4. Variation of ratchetting strain ϵ_{0m} at midpoint $z=0$ on middle plane ($\Delta T=160^\circ\text{C}$). Fig. 5. Axial distributions of residual strain and stress on middle plane; (a) circumferential mechanical strain ϵ_{0m} and plastic strain ϵ_{0p} , and (b) circumferential stress σ_0 .

Fig. 5 (a), (b)は、このような拘束に起因する周方向残留ひずみ分布および周方向残留応力分布の例を示す。これらの図から、移動距離が小さい場合には半径方向変位が拘束されることにより移動区間中央でも周方向応力がかなり残留することがわかる。また、Fig. 5 (a)に破線で示すように、周方向塑性ひずみの発達は特に移動区間内で著しいことがわかる。

なお Fig. 5 (a), (b)では、残留ひずみおよび残留応力の分布が左右非対称である。これは、Fig. 1 に示したように温度フロントが常に右方向に移動するため、移動開始点 ($z = -10$ mm) と移動終点 ($z = 10$ mm) では材料要素の受ける温度履歴が異なることによる（温度負荷に関する詳細は前報参照）。

4 部分内圧負荷モデル (I)

移動距離が短い場合の周方向残留ひずみの分布 [Fig. 5 (a)] を見ると、一様内圧を部分的に受ける円筒の変形問題が擬似問題として示唆される。そこで本研究では、このような内圧負荷モデルにより移動距離が短い場合の液面熱ラチェットひずみの評価を試みる。このため、一様内圧 p を液面移動区間に作用させた後 (Fig. 6)、この内圧を除荷する問題を考える。ただし、本章で述べるモデル I では、塑性変形は液面移動区間内のみ生じると仮定する。

4・1 内圧値の設定

円筒に作用させる内圧 p の値は、内圧負荷区間が無限に長いときには、2章で述べた解析解による周方向残留ひずみ [式(2)による $\epsilon_{res}^{(\infty)}$] が p の除荷後に生じるように次のように選ぶ。

液面熱ラチェット解析の結果によると、すでに述べたように、温度分布の繰返し移動に伴って周方向応力ひずみヒステリシスループは Fig. 2 に示したように変化し、特に Masing 材料を仮定するとコールドフロントの場合には引張側ピーク応力ひずみ点が周方向単軸引張曲線 $\epsilon_{0m} = f(\sigma_0)$ 上に来る。この結果を利用すると、式(4)および(5)から求められる $\sigma_{peak}^{(\infty)}$ を円筒の周方向に“一様に”作用させれば単軸引張曲線 $\epsilon_{0m} = f(\sigma_0)$ 上のひずみとして式(3)の $\epsilon_{res}^{(\infty)}$ が周方向ひずみとして発生し、つづいて $\sigma_{peak}^{(\infty)}$ を除荷すれば式(2)による $\epsilon_{res}^{(\infty)}$ が周方向ひずみとして残留することになる (Fig. 2 参照)。したがって、次

Fig. 6. Schematic illustration of Model I; $w_i(z)$ and $w_o(z)$ indicate radial displacements in inside and outside regions, respectively.

式

$$p = (t/R)\sigma_{peak}^{(\infty)} \quad (7)$$

のような内圧 p を開端円筒に作用させれば, 内圧負荷区間が無限に長いときには円筒に一樣な周方向応力 $\sigma_{peak}^{(\infty)}$ が発生するから, その除荷後には式(2)による $\varepsilon_{res}^{(\infty)}$ が周方向ひずみとして残留する.

4・2 構成式の設定

上述のように, 式(7)のような内圧 p を円筒に作用させると, 内圧負荷区間が無限に長いときには2章で述べた解析解による周方向残留ひずみが円筒に生じる. しかし内圧負荷区間が有限の場合には, 内圧負荷モデル (Fig. 6) は近似モデルであるから, 構成式を適切に設定することにより内圧除荷後の残留ひずみを保守的に評価することにする.

すでに述べたように, 本章で定式化するモデル I では, 塑性変形は液面移動区間内のみ生じるとする. このとき, 移動区間外側の材料要素に対しては等方 Hooke 弾性体, すなわち式

$$\varepsilon = \{(1+\nu)/E\}\sigma - (\nu/E)(\text{tr } \sigma)\mathbf{I} \quad (8)$$

を仮定できる. ここで tr と $\mathbf{I}$ は, それぞれ跡および2階の単位テンソルを示す.

一方, 移動区間内の材料要素に対する構成式は, 内圧負荷-除荷により生じる残留変位をできるだけ保守的に評価するため次に述べるように設定する.

円筒に部分内圧を負荷するとき, 円筒中央面の材料要素は周方向応力 σ_θ のみを受けるから, その周方向応力-ひずみ状態は単軸引張り曲線 $\varepsilon_\theta = f(\sigma_\theta)$ に沿って変化する (Fig. 7). この場合の応力-ひずみ関係式は, 変形理論¹³⁾を適用すると次のように書ける.

$$\varepsilon = \{(1+\nu_s)/E_s\}\sigma - (\nu_s/E_s)(\text{tr } \sigma)\mathbf{I} \quad (9)$$

$$E_s = \sigma_\theta / f(\sigma_\theta) \quad (10)$$

$$\nu_s = \{1 + (2\nu - 1)E_s/E\}/2 \quad (11)$$

いま, 内圧負荷-除荷後の残留変位を保守的に評価するため, 上式における割線係数 E_s を

$$E_s^{(\infty)} = \sigma_{peak}^{(\infty)} / \varepsilon_{peak}^{(\infty)} \quad (12)$$

に等しく取る. ここで, $\varepsilon_{peak}^{(\infty)}$ はすでに述べたように移動区間無限大, すなわち内圧負荷区間無限大の場合の円筒の周方向ピークひずみを表すから, 部分内圧負荷円筒では $\varepsilon_{\theta m} \leq \varepsilon_{peak}^{(\infty)}$ が成り立つ. この結果, $E_s \geq E_s^{(\infty)}$ となるから, $E_s^{(\infty)}$ を割線係数として取れば内圧負荷-除荷後の残留変位を保守的に評価することになる.

上述のように $E_s^{(\infty)}$ を割線係数として取るとき, 内圧負荷部分の内圧負荷時の応力-ひずみ関係式は次の形となる.

Fig. 7. Secant moduli E_s and $E_s^{(\infty)}$.

$$\varepsilon = \{(1+\nu_s^{(\infty)})/E_s^{(\infty)}\}\sigma - (\nu_s^{(\infty)}/E_s^{(\infty)})(\text{tr } \sigma)\mathbf{I} \quad (13)$$

$$\nu_s^{(\infty)} = \{1 + (2\nu - 1)E_s^{(\infty)}/E\}/2 \quad (14)$$

4・3 部分内圧負荷円筒の解析

内圧負荷区間の割線係数として $E_s^{(\infty)}$ を取ると, この区間で割線係数は一定となる. この結果, 弾性理論に基づく薄肉円筒の一般解が, 内圧負荷区間の内側においても適用可能となる.

いま, 対称性を考慮して円筒の半分 ($0 \leq z \leq L/2$) を考えることとし, 内圧負荷区間内側および外側の半径方向変位をそれぞれ w_i , w_o とすると, これらはそれぞれ弾性薄肉円筒の一般解を用いて次式のように書ける.

$$w_i(z) = c_1(e^{-\beta z} + e^{\beta z})\cos\beta z + c_2(e^{-\beta z} - e^{\beta z})\sin\beta z + pR^2/E_s^{(\infty)}t, \quad 0 \leq z \leq \ell/2 \quad (15)$$

$$w_o(z) = e^{-\beta z}(c_3\cos\beta z + c_4\sin\beta z), \quad \ell/2 \leq z \quad (16)$$

ここで,

$$\beta = \{Rt^2/3(1-\nu_s^{(\infty)})\}^{-1/4} \quad (17)$$

であり, 式(15)の導出では対称条件 $w_i'(0) = 0$ を用いた.

また, 式(16)の導出では円筒の長さ L が十分に長いとし, $z = L/2$ での条件として $w_o(\infty) = 0$ を仮定した. なお今後, $(\cdot)$, $(\cdot)'$, $(\cdot)''$ はそれぞれ z に関する1階, 2階および3階微分を表すとする.

式(15)および(16)には4つの定数 $c_1 \sim c_4$ が含まれる. これらの定数は, 半径方向変位, その軸方向勾配, 軸方向曲げモーメントおよび軸方向せん断力の $z = \ell/2$ での連続条件, すなわち次式より定められる.

$$w_i(\ell/2) = w_o(\ell/2) \quad (18)$$

$$w_i'(\ell/2) = w_o'(\ell/2) \quad (19)$$

$$\tilde{D}w_i''(\ell/2) = Dw_o''(\ell/2) \quad (20)$$

$$\tilde{D}w_i'''(\ell/2) = Dw_o'''(\ell/2) \quad (21)$$

ここで $\tilde{D}$ および D は, それぞれ

$$\tilde{D} = E_s^{(\infty)}t^3/12(1-\nu_s^{(\infty)^2}) \quad (22)$$

$$D = Et^3/12(1-\nu^2) \quad (23)$$

と定義され, 塑性領域および弾性領域の曲げ剛性を示す.

式(15)および(16)を境界条件式(18)~(21)に代入し, $c_1 \sim c_4$ に関する連立方程式を解くと, 部分内圧負荷による半径方向変位 $w_i(z)$ および $w_o(z)$ を計算できる. 特に最大変位は $z = 0$ で生じるから, このときの周方向ひずみの最大値 $\varepsilon_{\theta m}^{p+}$ は次式により求められる.

$$\varepsilon_{\theta m}^{p+} = w_i(0)/R = 2c_1/R + pR/E_s^{(\infty)}t \quad (24)$$

一方, 内圧 p の除荷に伴う周方向ひずみの変化の最大値 $\varepsilon_{\theta m}^{p-}$ は, 除荷過程が弾性的であるとすると式(15)および(16)において $E_s^{(\infty)} = E$ および $\nu_s^{(\infty)} = \nu$ が成り立つから, 次式のように解析的に表される.

$$\varepsilon_{\theta m}^{p-} = [1 - e^{-\beta \ell/2} \cos(\beta \ell/2)]pR/Et \quad (25)$$

したがって, 部分内圧負荷-除荷により生じる周方向残留ひずみの最大値 $\varepsilon_{res}^{(p)}$ は, $\varepsilon_{\theta m}^{p+}$ と $\varepsilon_{\theta m}^{p-}$ の差, すなわち

$$\varepsilon_{res}^{(p)} = \varepsilon_{\theta m}^{p+} - \varepsilon_{\theta m}^{p-} \quad (26)$$

として求められる.

5 部分内圧負荷モデル (II)

前章で述べたモデル I では, 液面移動区間の外側で生じる塑性変形を無視した. しかし, 温度フロントの温度差 ΔT が大きい場合には, このような塑性変形の効果

を無視できない。すなわち、液面移動区間の外側で塑性変形が生じると、外側部分による液面熱ラチェット変形の拘束が緩和されるから、モデルⅠは危険側の予測を与える可能性がある。そこで本章では、モデルⅠを次に述べるモデルⅡに拡張する。

モデルⅠでは、割線係数 $E_s^{(\infty)}$ を有する塑性領域を内圧負荷区間（長さ ℓ ）に一致させた。モデルⅡでは、この塑性領域を内圧負荷区間より広く取り、その長さを ℓ から $\tilde{\ell}$ へ増すことにより（Fig. 8）、液面移動区間の外側に生じる塑性変形の効果を考慮する。このとき、円筒は3つの領域、すなわち内圧負荷区間、その外側の塑性領域、およびさらにその外側の弾性領域からなり、内圧負荷区間とその外側の塑性領域は一樣な割線係数 $E_s^{(\infty)}$ を有することになる。

この結果、上述の3つの領域における半径方向変位は、弾性薄肉円筒の一般解を用いることによりそれぞれ

$$w_i(z) = c_1(e^{-\beta z} + e^{\beta z})\cos\beta z + c_2(e^{-\beta z} - e^{\beta z})\sin\beta z + pR^2/E_s^{(\infty)}t, \quad 0 \leq z \leq \ell/2 \quad (27)$$

$$w_{op}(z) = e^{-\beta z}(c_3\cos\beta z + c_4\sin\beta z) + e^{\beta z}(c_5\cos\beta z + c_6\sin\beta z), \quad \ell/2 \leq z \leq \tilde{\ell}/2 \quad (28)$$

$$w_{oe}(z) = e^{-\beta z}(c_7\cos\beta z + c_8\sin\beta z), \quad \tilde{\ell}/2 \leq z \quad (29)$$

と表される。ここで、 $w_{op}(z)$ および $w_{oe}(z)$ がそれぞれ内圧負荷区間外側の塑性領域および弾性領域における半径方向変位を表す。

上式では係数 $c_1 \sim c_8$ に加えて $\tilde{\ell}$ が未定である。まず係数 $c_1 \sim c_8$ は、 $\tilde{\ell}$ が既知ならば次の境界条件を連立方程式として解くことにより求められる。

$$w_i(\ell/2) = w_{op}(\ell/2) \quad (30)$$

$$w_i'(\ell/2) = w_{op}'(\ell/2) \quad (31)$$

$$w_i''(\ell/2) = w_{op}''(\ell/2) \quad (32)$$

$$w_i'''(\ell/2) = w_{op}'''(\ell/2) \quad (33)$$

$$w_{op}(\tilde{\ell}/2) = w_{oe}(\tilde{\ell}/2) \quad (34)$$

$$w_{op}'(\tilde{\ell}/2) = w_{oe}'(\tilde{\ell}/2) \quad (35)$$

$$\tilde{D}w_{op}''(\tilde{\ell}/2) = Dw_{oe}''(\tilde{\ell}/2) \quad (36)$$

$$\tilde{D}w_{op}'''(\tilde{\ell}/2) = Dw_{oe}'''(\tilde{\ell}/2) \quad (37)$$

一方 $\tilde{\ell}$ は、弾性領域の周方向膜応力 $\sigma_\theta (=Ew_{oe}/R)$ が弾性範囲内にあるという条件より定められる。この条件は、弾性領域の半径方向変位 w_{oe} が $z = \tilde{\ell}/2$ で最大値を取る

Fig. 8. Schematic illustration of Model II ; $w_i(z)$, $w_{op}(z)$ and $w_{oe}(z)$ indicate radial displacements in inside region, plastic and elastic parts in outside region, respectively.

ことに注意すると、

$$Ew_{oe}(\tilde{\ell}/2)/R = \sigma_y \quad (38)$$

と書ける。なお、式(30)～(37)と式(38)は連成するが、本研究では内圧負荷区間外側の塑性変形を考慮するための第1近似として、式(38)の $w_{oe}(z)$ をモデルⅠによる解 $w_o(z)$ で近似した。このとき、まず式(38)から $\tilde{\ell}$ が定められ、次に式(30)～(37)から $c_1 \sim c_8$ が求められる。

上述のようにモデルⅡによる半径方向変位が求められると、部分内圧負荷-除荷により生じる周方向残留ひずみの最大値 $\varepsilon_{res}^{(\beta\ell)}$ は、モデルⅠと同じく式(24)～(26)により計算できる。

6 提案したモデルの妥当性の検討

本章では、本研究で提案した部分内圧負荷モデルⅠおよびⅡの妥当性を有限要素解析結果および実験結果に基づいて検討する。

6・1 有限要素解析結果との比較

Fig. 9 は、モデルⅠおよびⅡによる予測と3章で述べた液面熱ラチェット有限要素解析の結果との比較を示す。図中の記号●, ■, ▲はこの有限要素解析によるシェークダウン状態での最大周方向残留ひずみを表し、また実線と破線はそれぞれモデルⅠおよびⅡによる予測結果を示す。

Fig. 9 を見ると、モデルⅠによる予測は $\Delta T = 120, 160, 200^\circ\text{C}$ の3ケースとも有限要素解析結果と安全側かつ適切な精度で一致しているのに対して、モデルⅡによる予測はかなり安全側である。ただし、 $\beta\ell$ が小さいとき、モデルⅠおよびⅡによる予測に違いが見られないが、これは内圧負荷領域の外側で塑性変形が生じないからである。以上のことから、Masing 材料を仮定した液面熱ラチェット有限要素解析の結果は、モデルⅠ、すなわち内圧負荷領域の外側に塑性領域を考慮しないモデルにより適切に予測できると言える。

なお、すでに述べたように、弾性解析結果に基づく $\beta\ell > \pi$ ならば移動距離は十分に長いと考えられる。しかし、Fig. 9 に示す有限要素解析結果を見ると、 $\beta\ell = 3$ の場合の結果は $\beta\ell = 6.2$ の場合に比べて若干小さく、したがって上述の弾性解析結果に基づく推測には注意が必

Fig. 9. Relation between ratchetting strain $\varepsilon_{res}^{(\beta\ell)}$ and nondimensional travel distance $\beta\ell$; estimates by Models I and II, together with computational results by FEM.

要であることがわかる。

6・2 実験結果との比較

Fig. 10 は, Kitade らによる 316FR 鋼薄肉円筒の液面熱ラチェット試験における 100 サイクルめの周方向残留ひずみとこれに対するモデル I および II の予測結果を示す。なお, 試験結果における温度分布 (最高温度 650°C) は完全な階段状ではないが, 弾性応力解析結果に基づいて階段状温度分布に対する等価温度差を求めると $\Delta T = 149^\circ\text{C}$ となる⁹⁾。このため, Fig. 10 におけるモデル I および II による予測は, この等価温度差を仮定して計算した。また, この予測の計算に必要な材料パラメータは, 試験における温度分布のほぼ中間温度 300°C で値 (Table I) を用いた。

Fig. 10 から, モデル I による予測結果は試験結果とも安全側かつ適切な精度で一致することがわかる。この一致の程度は, 弾完全塑性材料に基づく従来の予測結果が試験結果と 1 けた程度⁹⁾あるいはそれ以上¹¹⁾の不一致があったことを考えると大変よい。したがって, 試験結果に関しても本研究で提案したモデル I による予測が有効であると言える。

なお, 4・1 節で述べたように, 本報で定式化したモデルはシェークダウン状態を対象としている。一方上述の試験結果では, $\beta\ell = 2$ の場合には 100 サイクルめまでにほぼ完全にシェークダウンが起きているが, $\beta\ell = 6.2$ の特にコールドフロントの場合には 100 サイクルめでもラチェットが若干進行しており, 注意が必要である。

7 結 言

本報では, Masing 材料に基づく著者らの液面熱ラチェットひずみ評価式を液面移動距離の短い場合に拡張するため, 部分内圧負荷を受ける薄肉円筒を解析モデルとして考えるとともに, その妥当性を有限要素解析結果および Kitade らの実験結果との比較により検討した。本論文の主な内容は次の通りである。

(1) 本報で提案した部分内圧負荷モデルでは, 塑性領

域の応力ひずみ関係を変形理論によって表し, その割線係数は, 内圧負荷-除荷後の残留変位をできるだけ保守的に評価するため液面移動距離無限大の場合に著者らの解析解が成り立つように設定した。この結果, 割線係数は塑性領域で一様となり, 弾性理論による薄肉円筒の一般解が適用可能となった。

(2) このような部分内圧負荷モデルとして, 塑性領域を内圧負荷区間に一致させたモデル I, および内圧負荷区間の外側に塑性領域を考慮したモデル II を考えた。これらのモデルでは, 4 元あるいは 8 元の連立方程式を一度解くことにより液面熱ラチェットひずみを評価できる。

(3) 上述のモデル I を用いることにより, 液面熱ラチェット有限要素解析の結果および Kitade らの実験結果が安全側かつ適切な精度で評価できた。これに対してモデル II では, かなり安全側な評価となった。

(平成 7 年 12 月 7 日 日本材料学会第 33 回高温強度シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) A. M. Goodman, "Non-Linear Problems in Stress Analysis" (ed. by P. Stanley), p. 317 (1977) Applied Science Publishers.
- 2) 和田 宏, 猪狩敏秀, 北出正司, 日本機械学会論文集, A-55, 985 (1989).
- 3) 猪狩敏秀, 山内雅文, 北出正司, 川崎和行, 和田 宏, 神島吉郎, 日本機械学会論文集, A-56, 1217 (1990).
- 4) H. Wada, H. Kaguchi, M. Ueta, M. Ichimiya, K. Kimura, Y. Fukuda and M. Suzuki, Nucl. Eng. Des., **139**, 261 (1993).
- 5) T. Igari, S. Kitade, M. Ueta, M. Ichimiya, K. Kimura, Y. Satoh and K. Take, Nucl. Eng. Des., **140**, 341 (1993).
- 6) 大野信忠, 鎗 孝志, 小林峰雄, 材料, **44**, 584 (1995).
- 7) M. Kobayashi and N. Ohno, Int. J. Plasticity, **12**, 255 (1996).
- 8) 大野信忠, 小林峰雄, 日本機械学会論文集, A-62, 123 (1996).
- 9) S. Kitade, T. Igari, M. Ueta, K. Dousaki, H. Wada, K. Ogawa and M. Jinbo, "Creep, Fatigue Evaluation, and Leak-Before-Break Assessment", ASME, PVP-Vol. **266**, 81 (1993).
- 10) 佐藤善美, 福田嘉男, 上野敏雄, 日本機械学会論文集, A-59, 2435 (1993).
- 11) 植田正弘, 堂崎浩二, 高橋由起夫, 大岡裕二, 大崎敏雄, 武 浩司, FAPIG, No. 132, 34 (1992).
- 12) 大野信忠, 王 建定, 日本機械学会論文集, A-58, 488 (1992).
- 13) 例えば, 富田佳宏, "数値弾塑性力学", p. 130 (1990) 養賢堂.
- 14) 例えば, 村上敬宜, "弾性力学", p. 146 (1991) 養賢堂.

Fig. 10. Relation between ratchetting strain $\epsilon_{res}^{(\beta\ell)}$ and nondimensional travel distance $\beta\ell$; estimates by Models I and II, together with experimental results on 316FR steels⁹⁾.