衝撃一軸引張試験における最高荷重条件と Hart の塑性不安定則の表示式[†]

野 島 武 敏* 小 林 秀 敏**

Load Maximum Condition and Hart's Instability Criterion in Uniaxial Impact Tensile Testing

by

Taketoshi NOJIMA* and Hidetoshi KOBAYASHI**

The maximum load condition and Hart's instability criterion for the growth of area imperfection have been analytically studied in uniaxial tensile tests under various impact loadings. Three kind of typical loading pulses (a conventional constant incident pulse, diminishing incident (deceleration) pulse and ramp loading (acceleration) pulse) were selected for the study.

It has been clarified by the analysis that a strain amount, where load reaches a maximum value, becomes larger with an increase in acceleration rate of the loading pulse, and therefore the maximum strength becomes higher with increasing acceleration rate. Hart's criterion is reformulated so as to be directly applied to investigate an instability point on stress-strain curves obtained by the tests. The correlation between the maximum load point and Hart's instability point have been clarified under impact loading conditions.

Key words : Impact strength, Plastic instability, Ductility, Material testing, Tensile properties

1 緒 言

変形応力がひずみ速度の影響を受ける材料の引張試験における代表的な塑性不安定則には断面積 A の不安定条件に基づく Hart のものがある¹⁾。この不安定則は、 $r = (\partial\sigma/\partial\epsilon)_\epsilon/\sigma$ 、 $m = (\dot{\epsilon}/\sigma) \cdot (\partial\sigma/\partial\dot{\epsilon})_\epsilon = (\partial\ln\sigma/\partial\ln\dot{\epsilon})_\epsilon$ と置くと $r-1+m=0$ ¹⁾ で表される。ここで σ と ϵ は各々試験片の真応力および真ひずみである。この Hart の不安定則は式の形が極めて簡単でかつ物理的解釈も容易なため、引張試験の際のくびれの説明や、一様伸び等の実験データの解析にたびたび用いられ、近年衝撃引張試験下での伸びの解析にも適用されるようになった²⁾。この不安定式中の r は $\dot{\epsilon}$ = 一定の条件のもとでの値であり、クロスヘッド速度が一定のもとでなされる通常の引張試験で得られる $r^* \equiv (\partial\sigma/\partial\epsilon)_\epsilon/\sigma$ とは異なる (ϵ : 公称ひずみ)。この相違は既報のごとく、 $\dot{\epsilon}$ = 一定試験では引張速度 V が一定なのに対し、 $\dot{\epsilon}$ = 一定試験では $V \propto (1+e)$ のように e の増加につれて V を加速的に増加させることに起因しており、 r と r^* との間には $r = r^* + m$ の関係が成り立っている。すでに報告した超塑性材料や本論文で取扱う衝撃試験においては、一般に m の値が大きい⁴⁾ため、この r と r^* の値の相違を無視することはできない。すなわち m 値の大きい材料あるいは、 m 値が大きくなる試験条件のもとで、最高荷重や塑性不安定条件を考察する際には、変形中のひずみ速度の変化にも注意を払うことが極めて重要である。現在なされている全ての衝撃試験においては、変形中のひずみ

速度が試験片の変形応力の変動によって大きく変わるため、ひずみ速度を自在に制御した試験を行なうことは、現状では不可能に近く、このため種々の衝撃試験法における、最高荷重条件や塑性不安定条件を明確にし、その問題点を明らかにしておくことは極めて重要であると思われる。

本論文においては、衝撃試験法を衝撃速度一定型、減速型並びに加速型の引張試験に大別し、試験片両端の力がバランスし試験片内の応力とひずみがほぼ一様として取扱われている比較的低速度下でのホプキンソン棒型の衝撃試験を想定して、最高荷重条件および Hart の塑性不安定則の表示式に関して定式化を行ない、変形中のひずみ速度の変動がこれ等の条件に及ぼす影響について議論する。

2 最高荷重条件と塑性不安定条件式

種々の衝撃引張試験法が開発され、実用に供されている。負荷方式は落重や回転円板を用いるもの、圧縮空気や油圧を用いるものなど様々であるが、河田らのいわゆる one bar 法を除いて、おおむね 2 本の荷重棒を用いて試験片の応力やひずみを測定するスプリット・ホプキンソン棒 (SHPB) 型式の試験法を採ることが多い。この SHPB 型試験法は、現在圧縮試験装置に種々の工夫がなされ⁶⁾⁻⁸⁾、比較的簡単に引張試験が行なえるようになった。ここでは SHPB 試験法において衝撃負荷の条件を下記の 3 つに大別し、上述の最高荷重や塑性不安定条件に及ぼす変形中のひずみ速度の変化の影響を明らかにする。

[†] 原稿受理 平成 8 年 3 月 11 日 Received Mar. 11, 1996

* 正 会 員 京都大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻 〒606-01 京都市左京区吉田本町, Dept. of Aero. and Astro., Kyoto Univ., Sakyo-ku, Kyoto, 606-01

** 正 会 員 室蘭工業大学機械システム工学科 〒050 室蘭市水元町, Dept. of Mech. Sys. Eng., Muroran Inst. of Tech., Mizumoto, Muroran, 050

- (1) 衝撃速度が試験中一定に保たれる場合
- (2) 衝撃速度が時間の経過に伴って減少する場合
- (3) 衝撃速度が時間の経過に伴って増加する場合

2・1 SHPB 衝撃試験法における応力、ひずみ並びにひずみ速度

入力波を σ_A 、透過波を σ_T 、入力棒での試験片端面からの反射波を σ_R とする。試験片の公称ひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ は $\sigma_A - \sigma_R = \sigma_T$ が成立つと仮定すると、次式となる。

$$\dot{\epsilon} = (2/\rho c l_0)(\sigma_A - \sigma_T) \quad (1)$$

ここで ρ , c は各々入出力棒の密度および縦弾性波速度, l_0 は試験片のゲージ長さである。試験片の公称応力 σ_n は A_0 および A_s を各々入出力棒の断面積, 試験片の断面積とすると、次式で与えられる。

$$\sigma_n = \alpha \sigma_T, \quad \alpha = (A_0/A_s) \quad (2)$$

式 (1) と (2) より次式を得る。

$$\dot{\epsilon} = (2/\rho c l_0)(\sigma_A - \sigma_n/\alpha) \quad (3)$$

式 (3) を試験片の真応力 $\sigma = \sigma_n \exp(\epsilon)$ および真ひずみ $\epsilon = \ln(1 + e)$ で書き換えると、 $\dot{\epsilon} = \dot{e} \exp(-\epsilon)$ は次式となる。

$$\dot{\epsilon} = [2 \cdot \exp(-\epsilon)/(\rho c l_0)] \{\sigma_A - (\sigma/\alpha) \exp(-\epsilon)\} \quad (3')$$

応力をひずみとひずみ速度の関数として、 $\sigma_n = \sigma_n(e, \dot{e})$ あるいは $\sigma = \sigma(\epsilon, \dot{\epsilon})$ で表すと、次式を得る。

$$d\sigma_n = \left(\frac{\partial \sigma_n}{\partial e}\right)_e de + \left(\frac{\partial \sigma_n}{\partial \dot{e}}\right)_e d\dot{e} \quad (4-1)$$

$$d\sigma = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon}\right)_\epsilon d\epsilon + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\epsilon}}\right)_\epsilon d\dot{\epsilon} \quad (4-2)$$

式 (4-1) を最高荷重条件、式 (4-2) を Hart の不安定則の導出に用いる。

2・2 最高荷重条件

2・2・1 引張速度一定試験 ($\sigma_A = \text{constant}$) Fig. 1

(a) のように一様な断面を有する管を打出棒として、入力棒の一端に取付けられたフランジを打撃すると、通常の SHPB 試験で得られる応力値が一定の入射応力波 $\sigma_A = \sigma_0$ ($\sigma_0 = \text{constant}$) を得る。式 (3) より得られる $d\dot{e} = [2/(\rho c l_0)](d\sigma_0 - d\sigma_n/\alpha)$ を式 (4-1) に代入し、 $d\sigma_0 = 0$ とおいて $\sigma_A = \text{一定}$ の時の $(\partial \sigma_n / \partial e) \sigma_A$ を求めると

$$(\partial \sigma_n / \partial e) \sigma_A = \frac{(\partial \sigma_n / \partial \dot{e})_e}{1 + 2(\partial \sigma_n / \partial \dot{e})_e / (\alpha \rho c l_0 \dot{e})} \quad (5)$$

Fig. 1. Three types of typical loading wave in impact tensile testing.

を得る。 $\sigma_A = \text{一定}$ のこの試験における最高荷重条件、 $(\partial \sigma_n / \partial e)_{\sigma_0} = 0$ は引張速度一定試験のもとでの最高荷重条件 $(\partial \sigma_n / \partial e)_e = 0$ と同一の式で与えられる。この一致は式 (3) から判るように、この試験においては、変形中のひずみ速度 $\dot{e}$ は σ_n の変動につれて変化するが $\dot{e}$ が最高荷重点で極小値となることによる。

2・2・2 減速型試験 ($\sigma_A = \sigma_0 \exp(-\beta t)$) 落重型試験で比較的よく用いられるブロック状の物体で先と同じように打撃する場合を考える (Fig. 1 (b)). この物体の質量を M , 打撃速度を V_0 とすると、この時の入射応力波 σ_A は $\sigma_A = \sigma_0 \exp(-\beta t)$ で与えられ、時刻 t の経過に連れ、応力値が減少する減速型の試験となる。ここで $\sigma_0 = V_0 \sqrt{E \rho}$, $\beta = [A_0 E / (M c)]$ で E は入力棒の縦弾性係数である。 $\sigma_A = \sigma_0 \exp(-\beta t)$ を式 (3) に代入し $d\dot{e}$ を得たのち $\sigma_0 \exp(-\beta t) = (\rho c l_0 / 2) \dot{e} + (\sigma_n / \alpha)$ および $dt = de / \dot{e}$ を用い σ_0 並びに β を定数とすると次式を得る。

$$de = [-2/(\rho c l_0)] \{(\rho c l_0 / 2) \dot{e} + (\sigma_n / \alpha)\} (\beta / \dot{e}) de + (d\sigma_n / \alpha) \quad (6)$$

式 (6) を式 (4-1) に代入し、 $d\sigma_n$ で整理して $(\partial \sigma_n / \partial e)_{\sigma_0, \beta}$ を求めると

$$\left(\frac{\partial \sigma_n}{\partial e}\right)_{\sigma_0, \beta} = \frac{(\partial \sigma_n / \partial e)_e - \beta (\partial \sigma_n / \partial \dot{e})_e [1 + 2\sigma_n / (\alpha \rho c l_0 \dot{e})]}{1 + 2(\partial \sigma_n / \partial \dot{e})_e / (\alpha \rho c l_0 \dot{e})} \quad (7)$$

となる。即ち減速試験における最高荷重条件は次式となる。

$$\left(\frac{\partial \sigma_n}{\partial e}\right)_e - \beta \left(\frac{\partial \sigma_n}{\partial \dot{e}}\right)_e \left(1 + \frac{2\sigma_n}{\alpha \rho c l_0 \dot{e}}\right) = 0 \quad (7')$$

$\beta > 0$ および $(\partial \sigma_n / \partial \dot{e})_e > 0$ とすると式 (7') は減速型の衝撃引張試験の最高荷重点は上述の $\sigma_A = \text{一定}$ の試験で最高荷重が出現するひずみより小さなひずみにおいて現れることを示す (Fig. 2 曲線 b)。

2・2・3 加速型試験 ($\sigma_A = \sigma_0 \exp(\beta^* t)$) Fig. 1 (c) のような変断面の管を打出棒として用いると時間の経過とともに応力値が増大する入射応力波が得られる。この試験法は衝撃圧縮試験においてひずみ量が限られた領域においてひずみ速度一定の試験を行なう為に考案されたものであるが¹²⁾、これを引張試験に適用すると衝撃速度が加速型の衝撃試験が可能となる。この時の入射応力波を

Fig. 2. Schematic illustration for σ_n - e and $(\partial \sigma_n / \partial e)$ - e relations near load maximum in tensile tests.

$$B = \beta (\partial \sigma_n / \partial \dot{e})_e [1 + 2\sigma_n / (\alpha \rho c l_0 \dot{e})]$$

$$B^* = \beta^* (\partial \sigma_n / \partial \dot{e})_e [1 + 2\sigma_n / (\alpha \rho c l_0 \dot{e})]$$

$\sigma_A = \sigma_0 \exp(\beta^* t)$, $\beta^* > 0$ で近似すると加速試験における最高荷重条件は式 (7)' の $-\beta$ を β^* とおくことにより得ることができる。

$$\left(\frac{\partial \sigma_n}{\partial \dot{\epsilon}}\right)_e + \beta^* \left(\frac{\partial \sigma_n}{\partial \dot{\epsilon}}\right)_e \left(1 + \frac{2\sigma_n}{\alpha \rho c l_0 \dot{\epsilon}}\right) = 0 \quad (8)$$

この式は加速型の試験における最高荷重点ひずみは通常の σ_A = 一定のもとでの試験で得られるひずみより大きいことを示す (Fig. 2 曲線 c)。

2.3 Hart の塑性不安定則の表示式

2.3.1 衝撃速度一定試験 ($\sigma_A = \text{constant}$) 式 (3)' より $d\dot{\epsilon} = 2 \cdot \exp(-\epsilon) / (\rho c l_0) \cdot \{d\sigma_A - \exp(-\epsilon) \cdot d\sigma / \alpha + (\sigma / \alpha) \cdot \exp(-\epsilon) d\epsilon\} - \dot{\epsilon} d\epsilon$ を得る。この $d\dot{\epsilon}$ を式 (4-2) に代入し $d\sigma$ を求め $d\sigma_A = 0$ とおいて $(\partial \sigma / \partial \epsilon)_{\sigma_A}$ を計算すると

$$\left\{1 + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\epsilon}}\right)_e \frac{2 \exp(-2\epsilon)}{\alpha \rho c l_0}\right\} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon}\right)_{\sigma_A} = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon}\right)_e + \frac{2(\partial \sigma / \partial \dot{\epsilon})_e}{\alpha \rho c l_0} \sigma \exp(-2\epsilon) - \dot{\epsilon} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\epsilon}}\right)_e \quad (9)$$

となる。Hart の断面積 A の不均一成長に関する不安定則は $r - 1 + m = 0$, 即ち次式である。

$$(\partial \sigma / \partial \epsilon)_e - \sigma + \dot{\epsilon} (\partial \sigma / \partial \dot{\epsilon})_e = 0 \quad (10)$$

式 (9) から $(\partial \sigma / \partial \epsilon)_e$ を得、式 (10) に代入すると次式を得る。

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon}\right)_{\sigma_A} - \sigma + 2\dot{\epsilon} \frac{(\partial \sigma / \partial \dot{\epsilon})_e}{1 + q} = 0, \quad q = 2 \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\epsilon}}\right)_e \frac{\exp(-2\epsilon)}{\alpha \rho c l_0} \quad (11)$$

式 (11) は Hart の塑性不安定則を σ_A = 一定の試験で得られる $(\partial \sigma / \partial \epsilon)_{\sigma_A}$ を用いて表示したものである。

2.3.2 減速型試験 $\sigma_A = \sigma_0 \cdot \exp(-\beta t)$ を式 (3)' に代入し $\dot{\epsilon} = 2 \cdot \exp(-\epsilon) / (\rho c l_0) \{ \sigma_0 \cdot \exp(-\beta t) - (\sigma / \alpha) \cdot \exp(-\epsilon) \}$ を得る。 σ_0 および β を定数として $d\dot{\epsilon}$ を得たのち、 t の項を $\dot{\epsilon}$ を用いて消去すると、

$$d\dot{\epsilon} = \left\{ -\dot{\epsilon} - \beta + \frac{2 \exp(-2\epsilon)}{\alpha \rho c l_0 \sigma (1 - \beta / \dot{\epsilon})} \right\} d\epsilon - \frac{2 \cdot \exp(-2\epsilon)}{\alpha \rho c l_0} d\sigma \quad (12)$$

を得る。この $d\dot{\epsilon}$ を式 (4-2) に代入し $d\sigma$ で整理し $(\partial \sigma / \partial \epsilon)$ を求めると $(\partial \sigma / \partial \epsilon)_{\sigma_0, \beta}$ を得る。この $(\partial \sigma / \partial \epsilon)_{\sigma_0, \beta}$ は式 (11) の q を用いて

$$(1 + q) \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon}\right)_{\sigma_0, \beta} = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon}\right)_e + q \left[1 - \frac{\beta}{\dot{\epsilon}} \right] \sigma - \dot{\epsilon} \left(1 + \frac{\beta}{\dot{\epsilon}} \right) \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\epsilon}}\right)_e \quad (13)$$

と書ける。式 (13) より $(\partial \sigma / \partial \epsilon)_e$ を求め式 (10) に代入すると

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon}\right)_{\sigma_0, \beta} - \frac{1 + q(1 - \beta / \dot{\epsilon})}{1 + q} \sigma + \dot{\epsilon} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\epsilon}}\right)_e \frac{2 + \beta / \dot{\epsilon}}{1 + q} = 0 \quad (14)$$

となる。

2.3.3 加速型試験 式 (14) の $-\beta$ を β^* で書き換えると、この試験における Hart の不安定則として次式を得る。

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon}\right)_{\sigma_0, \beta^*} - \frac{1 + q(1 + \beta^* / \dot{\epsilon})}{1 + q} \sigma + \dot{\epsilon} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\epsilon}}\right)_e \frac{2 - \beta^* / \dot{\epsilon}}{1 + q} = 0 \quad (15)$$

3 考 察

この項では上で得た各種の衝撃試験における最高荷重条件式並びに不安定則を $r \equiv (\partial \sigma / \partial \epsilon)_e / \sigma$ および $m \equiv (\dot{\epsilon} / \sigma) \cdot (\partial \sigma / \partial \dot{\epsilon})_e$ を用いて定式化するとともに、変形中のひずみ速度の変化がこれらの条件に及ぼす影響について考察を加える。

$\sigma_n = \sigma \cdot \exp(-\epsilon)$ より $d\sigma_n = \exp(-\epsilon) d\sigma - \sigma \cdot \exp(-\epsilon) \cdot d\epsilon$ を得る。この関係式に式 (4-2) の $d\sigma$ 並びに $d\epsilon = \exp(-\epsilon) \cdot de$ および $d\dot{\epsilon} = \exp(-\epsilon) \cdot (d\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon} de)$ を代入して $d\dot{\epsilon}$ あるいは $de = 0$ とおくと $(\partial \sigma_n / \partial \epsilon)_e$ および $(\partial \sigma_n / \partial \dot{\epsilon})_e$ として次式を得る。

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \sigma_n}{\partial \epsilon}\right)_e &= \exp(-2\epsilon) \left\{ \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon}\right)_e - \sigma - \dot{\epsilon} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\epsilon}}\right)_e \right\} \\ &= \exp(-2\epsilon) \cdot \sigma \{ r - 1 - m \} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\left(\frac{\partial \sigma_n}{\partial \dot{\epsilon}}\right)_e = \exp(-2\epsilon) \cdot \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\epsilon}}\right)_e$$

σ_A = 一定の試験における最高荷重条件は式 (5) より $(\partial \sigma_n / \partial \epsilon)_e = 0$ で与えられるから、この条件は次式となる。

$$r - 1 - m = 0 \quad (17)$$

速度減速型試験の最高荷重条件は式 (7)' で与えられる。

式 (7)' に式 (16) を代入し $\sigma_n = \sigma \cdot \exp(-\epsilon)$, $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon} \exp(\epsilon)$ を用いると次式を得る。

$$r - 1 - m - (\beta / \dot{\epsilon})(m + q) = 0 \quad (18)$$

また、加速型試験の最高荷重条件は次式となる。

$$r - 1 - m + (\beta^* / \dot{\epsilon})(m + q) = 0 \quad (19)$$

これ等の条件をまとめて Table I に示す。また比較のため既に報告した $\dot{\epsilon}$ = 一定、 $\dot{\epsilon}$ = 一定 および A = 一定のもとでの試験における結果を Table II に示す。

最高荷重条件式は、Table I に示されるように、 q , $\beta(\beta^*)$ 並びに $\dot{\epsilon}$ を含む比較的簡単な形の式で定式化された。以下においては、これらの値を定量的に検討し、衝撃速度一定型、減速型および加速型の試験で見られる最高荷重条件の相違について考える。

式 (11) の $q = 2(\partial \sigma / \partial \dot{\epsilon})_e \cdot \exp(-2\epsilon) / (\alpha \rho c l_0)$ は $(\partial \sigma / \partial \dot{\epsilon})_e = m(\sigma / \dot{\epsilon})$ および $c = \sqrt{E / \rho}$ を用いると $q = (2m / \alpha)(\sigma / E)(C / l_0 \dot{\epsilon}) \exp(-2\epsilon)$ となり $(q / m) = (2\sigma / \alpha E)(C / l_0 \dot{\epsilon}) \exp(-2\epsilon)$ を得る。荷重棒 (入出力棒) として鋼を想定し $E = 210 \text{ GPa}$, $c = 5 \times 10^3 \text{ m/sec.}$ とする。荷重棒と試験片の断面積比 α の値を 25, $l_0 = 10 \text{ mm}$ 最高荷重点での応力とひずみを $\sigma = 500 \text{ MPa}$, $\epsilon = 0.2$, ひずみ速度を $\dot{\epsilon}$ を 500 または 1000/s とすると $q / m \approx 0.064 \sim 0.128$ を得る。即ち通常の材料の衝撃引張試験においては、 q の値は m に比べ比較的小さな値となる。

次に β の値について考える。荷重棒の直径を 20 mm ($A_0 \approx 314 \text{ mm}^2$), 落重の質量を $M = 10 \text{ kg}$ として β の値を求めると、 $\beta = A_0 E / M c \approx 1319$ となる。 β の値を 1000/s および 2000/s とした時の $\sigma_A = \sigma_0 \cdot \exp(-\beta t)$ と時間の関係を Fig. 3(a) に示す。加速型試験における β^* の値も 1000/s および 2000/s とすると $\sigma_A = \sigma_0 \cdot$

Table I. Maximum load condition and Hart's instability criterion for area imperfection in uniaxial impact tensile testing.

	Conventional SHPB impact test ($\sigma_A = \text{constant}$)	Deceleration SHPB impact test ($\sigma_A = \sigma_0 \exp(-\beta t)$)	Acceleration SHPB impact test ($\sigma_A = \sigma_0 \exp(\beta^* t)$)
Maximum load condition	$r-1-m=0$	$r-1-m-(\beta/\dot{\epsilon})(m+q)=0$	$r-1-m+(\beta^*/\dot{\epsilon})(m+q)=0$
Hart's criterion for area imperfection	$(r)_c - 1 + 2m/(1+q) = 0$	$(r)_d - \frac{1+q(1-\beta/\dot{\epsilon})}{(1+q)} + \frac{2+(\beta/\dot{\epsilon})}{(1+q)} m = 0$	$(r)_e - \frac{1+q(1+\beta^*/\dot{\epsilon})}{(1+q)} + \frac{2-(\beta^*/\dot{\epsilon})}{(1+q)} m = 0$

$$r = (\partial\sigma/\partial\epsilon)_\epsilon / \sigma, \quad m = (\dot{\epsilon}/\sigma)(\partial\sigma/\partial\dot{\epsilon})_\epsilon, \quad (r)_c = (\partial\sigma/\partial\epsilon)_{\sigma_A} / \sigma, \quad (r)_d = (\partial\sigma/\partial\epsilon)_{\sigma_0, \beta} / \sigma, \quad (r)_e = (\partial\sigma/\partial\epsilon)_{\sigma_0, \beta^*} / \sigma$$

Table II. Maximum load condition and Hart's instability criterion for area imperfection in tensile testing with controlled cross-head velocity.

	Constant velocity test ($\dot{\epsilon} = \text{constant}$)	Constant strain rate test ($\dot{\epsilon} = \text{constant}$)	Constant $\dot{A}$ test
Maximum load condition	$r-1-m=0$	$r-1=0$	$r-1+m=0$
Hart's criterion for area imperfection	$r^*-1+2m=0$ ($r-1+m=0$)	$r-1+m=0$	$r^{**}-1=0$ ($r-1+m=0$)

$$r^* = (\partial\sigma/\partial\epsilon)_\epsilon / \sigma, \quad r^{**} = (\partial\sigma/\partial\epsilon)_A / \sigma$$

$\exp(\beta^* t)$ は Fig. 3 (b) のようになる。

以下においては Table I で示された条件を簡便な構成式 $\sigma = K\epsilon^n \dot{\epsilon}^m$ (K, n, m ; 定数) を用いて考える。このとき $r \equiv (\partial\sigma/\partial\epsilon)_\epsilon / \sigma = n/\epsilon$, $m \equiv (\dot{\epsilon}/\sigma)(\partial\sigma/\partial\dot{\epsilon})_\epsilon$ となる。最高荷重点で $\beta/\dot{\epsilon} = 1$, $\beta^*/\dot{\epsilon} = 1$ の場合を考え, $q = 0$ と近似すると, 最高荷重条件式は減速型および加速型試験に対して各々 $r = 1 + 2m$, $r = 1$ となる。 $r = n/\epsilon$ を用いると, 最高荷重点 ($\epsilon = \epsilon_m$) は各々 $\epsilon_m = n/(1 + 2m)$ および $\epsilon_m = n$ で現れる。 $\sigma_A = \text{一定}$ の試験では $r = 1 + m$ より $\epsilon_m = n/(1 + m)$ となる。 $n = 0.2$, $m = 0.2$ として上記のことを図示したものが Fig. 4 である。図中には $\beta/\dot{\epsilon} = 2$, $\beta^*/\dot{\epsilon} = 2$ および 3 の場合も示した。図から, 減速型, $\sigma_A = \text{一定}$ 型, 加速型試験と変わるにつれ最高荷重を与えるはずみ ϵ_m が大きくなることが解る。即ち $\beta/\dot{\epsilon} = \beta^*/\dot{\epsilon} = 1$ においては $\epsilon_m \approx 0.143 \rightarrow 0.167 \rightarrow 0.2$, $\beta/\dot{\epsilon} = \beta^*/\dot{\epsilon} = 2$ に対しては $\epsilon_m \approx 0.125 \rightarrow 0.167 \rightarrow 0.25$ と

り衝撃応力波形の相違によって最高荷重点伸びに大きな差異が現れることがわかる。

最高荷重点での真応力 $\sigma_{\max}$ 値は, 上述の構成比 $\sigma = K\epsilon^n \dot{\epsilon}^m$ を用い, $\sigma_{\max}$ 時の $\dot{\epsilon}$ を同一に設定すれば, 減速型から加速型の試験にかわるにつれて, すなわち加速の度合いが大きくなる程, ϵ_m 値が大きくなり, このため $\sigma_{\max}$ 値は大きな値となる。これは, 材料の強度値 ($\sigma_{\max}$) は衝撃速度のみならず衝撃速度の加速度合いにも依存することを示唆する。

ここでは減速型, 加速型などの衝撃速度の相違による最高荷重点の出現条件について述べた。しかしながら, 一様太さの打撃棒を用い, $\sigma_A = \text{一定}$ の高速試験を目的とした実験を行なっても, 打撃棒と入力棒の衝突の具合によって, Fig. 5 のような入力波が生じることも多い。このような場合には, $\sigma_{\max}$ 点が入力波形のピーク (点 P) より以前に出現するか, 以後かで, 結果的に上述の

Fig. 3. Incident stress wave σ_A chosen for numerical simulation. Fig. 4. r - ϵ relation, ϵ_m and ϵ_H (ϵ_m ; strain for maximum load, and ϵ_H ; strain for Hart's instability).

加速型あるいは減速型の試験を行なっていることになる。すなわち m 値が大きくなる衝撃引張試験結果の伸びや $\sigma_{\max}$ の整理においては、衝撃速度の時間的変化にも細心の配慮を行なうことが不可欠であることが解るとともに、落重や回転円板などを用いて行なった異なった衝撃負荷法によって得られた結果も、この点を考慮に入れて系統的な実験結果の解析を行なうべきであると思われる。

衝撃速度が一定の試験における Hart の不安定則は式 (11) で与えられる。 $(r)_c = (\partial\sigma/\partial\epsilon)_{\sigma_c}/\sigma$ を定義すると、式 (11) は次式となる。

$$(r)_c - 1 + 2m/(1+q) = 0 \quad (20)$$

減速型並びに加速型の衝撃試験における不安定則は各々式 (14), (15) で $(r)_d = (\partial\sigma/\partial\epsilon)_{\sigma_d}/\sigma$, および $(r)_i = (\partial\sigma/\partial\epsilon)_{\sigma_i}/\sigma$ と定義すると

$$(r)_d - \frac{1+q(1-\beta/\dot{\epsilon})}{1+q} + \frac{2+(\beta/\dot{\epsilon})}{1+q} m = 0 \quad (21)$$

$$(r)_i - \frac{1+q(1+\beta^*/\dot{\epsilon})}{1+q} + \frac{2-(\beta^*/\dot{\epsilon})}{1+q} m = 0 \quad (22)$$

となる。上で得られた Hart の不安定則をまとめて Table I に示す。式 (20), (21) および (22) において $q=0$, $\beta/\dot{\epsilon}=\beta^*/\dot{\epsilon}=1$ とおくと、 σ_A が減速型、一定型、加速型に対して、各々 $(r)_d-1+3m=0$, $(r)_c-1+2m=0$ および $(r)_i-1+m=0$ となる。すなわち加速度合が増加するに従って、これ等の式の第 3 項の係数が 1 つずつ減少することが解る。これは Table II に示された $\dot{\epsilon}=\text{一定}$, $\dot{\epsilon}=\text{一定}$ および $\dot{A}=\text{一定}$ の試験における Hart の表示式の変化と同様の傾向を示している。

前述したごとく衝撃試験においては変形中のひずみ速度は変形応力の変動によって変化するため、Hart の不安定則を用いてくびれの解析を行なうためには、数多くの実験を行なって σ_n - ϵ 関係を得、 σ - ϵ - $\dot{\epsilon}$ の構成関係を完成したのち、 $(\partial\sigma/\partial\epsilon)_i$ および $(\partial\sigma/\partial\epsilon)_e$ を算出して、 r および m 値を得ることが不可欠であり多大の労力が要求される。しかしながら、ここで定式化された不安定則を用いると実験によって得られた σ_n - ϵ 関係上で Hart の不安定点を決定することが可能となるため、くびれ現象の力学的把握が容易となるのみならず、実験結果の解析が大幅に簡素化される。

衝撃速度一定 ($\sigma_A=\text{constant}$) の試験においては、 σ が $\sigma \propto \epsilon^n \dot{\epsilon}^m$ で与えられるとすると、最高荷重点ひずみ ϵ_m は $r-1-m=0$ より $\epsilon_m=n/(1+m)$ 、一方 Hart の不安定ひずみ ϵ_H は $r-1+m=0$ から $\epsilon_H=n/(1-m)$ となる。すなわち $m>0$ の材料においては $\epsilon_H>\epsilon_m$ である。

Fig. 5. Incident stress wave σ_A -time curve in actual impact testing.

Fig. 4 で示された例では、 ϵ_m 値は点 B_1 , ϵ_H 値は点 B^* (図中では□点) で示される。

通常、材料の準静的下の引張試験では m 値は高々 0.02~0.05 であり、上述の ϵ_H と ϵ_m 値の差を実験的に明らかにするのは極めて困難と思われる。それゆえ現在では最高荷重点ひずみ ϵ_m と一様伸び ϵ_u が近似的に等しいと考えられている。 $\epsilon_m=\epsilon_u$ と考えると、一様伸びは m 値が大きくなると小さな値となる。一方 Hart の断面積 A の不均一の成長則がくびれを支配すると考えると一様伸び ϵ_u は ϵ_H と等しくなり、この場合には ϵ_u 値は m の増大に伴って、大きな値となる。現状においてはくびれの開始点を決定することが、実験技術上大きな困難を伴うため、 ϵ_m , ϵ_u 並びに ϵ_H の相違について十分な議論がなされていない。

ϵ_u と ϵ_m の差が大きく現れる加速ないしは減速試験を大きな m 値を示す衝撃条件下で行なうことによって、くびれの発生条件が実験的により明確にされ得ると思われる。

4 結 論

ホプキンソン棒型の衝撃試験を想定し、衝撃試験における最高荷重 $P_{\max}$ の出現条件並びに Hart の不安定則を定式化し以下の結論をえた。

(1) $P_{\max}$ を与えるひずみ ϵ_m は入力波が一定の試験、減速型および加速型試験によって異なり、 ϵ_m 値は減速型、一定型、加速型とかわるにつれて大きな値となる。このことは $P_{\max}$ 時点でのひずみ速度が同一であっても加速度合が増える程 $P_{\max}$ 点での真応力値 ($\sigma_{\max}$) が増加すること、すなわち $\sigma_{\max}$ 値は、ひずみ速度のみならずその加速度合にも依存することを示唆する。

(2) Hart の断面 A の不均一の成長に関する不安定則を、変形中にひずみ速度が変動する衝撃試験にも適用し得るよう定式化した。これによって衝撃試験によって得られた応力-ひずみ曲線上で直接 Hart の不安定則を適用することが可能となった。

参 考 文 献

- 1) E. W. Hart, Acta. Met., **15**, 351 (1967).
- 2) T. Nojima, Mech. Prop. at High Rates of Strain, The Institute of Physics, Conf., No. 70, 135 (1984).
- 3) 野島武敏, 材料, **36**, 110 (1987).
- 4) 野島武敏, 材料, **35**, 1118 (1986).
- 5) K. Kawata, S. Hashimoto, K. Kurokawa and K. Kanayama, Mech. Prop. at High Rates of Strain, The Institute of Physics, Conf., No. 47, 71 (1979).
- 6) T. Nicholas, Exp. Mech., **21**, 177 (1981).
- 7) J. Harding and L. M. Welsh, J. Mat. Sci., **18**, 1810 (1983).
- 8) T. Nojima and K. Ogawa, Mech. and Phys. Behav. of Mat. under Dynamic Loading, Colloque C5, J. of Phys., 625 (1985).
- 9) F. E. Hauser, J. A. Simmons and J. E. Dorn, "Response of Mat. to High Velocity Deform.", ed. P. G. Shewmon and V. F. Zackay, 93 (1961) Interscience Pub..
- 10) S. Timochenko and J. N. Goodier, "Theory of Elasticity" (1951) MacGraw Hill.
- 11) W. Johnson, "Impact Strength of Materials", p. 55 (1972) Edward Arnold.
- 12) 田中吉之助, 安達洋治, 日本航空宇宙学会誌, **21**, 126 (1973).