思考型有限要素法の実複合材構造物設計への適用[†]

辻 上 哲 也* 座 古 勝** 後 呂 学***

Intelligent Finite Element Method Applied to Design of Actual Composite Structures

by

Tetsuya TSUJIKAMI*, Masaru ZAKO** and Manabu USHIRO***

A computer program of three-dimensional intelligent finite element method by using shell elements has been developed in order to obtain the optimum fiber orientation and the optimum stacking sequence of laminate composites. The developed computer program can treat a balanced symmetric laminate composites. The design object to determine the fiber orientation and the stacking sequence is the strength of laminate. The strength is evaluated by the F-value of each lamina based on Hoffman's failure criterion. And the optimum fiber orientation and the optimum stacking sequence are determined by the minimum thickness with the F-value satisfying the allowable value. As the numerical examples for actual structures, the determination of fiber orientation in each layer for a cylindrical pipe and a T-type structural component under combined load has been carried out. In the case of cylindrical pipe under three loading conditions such as the combined internal pressure and tensile load, the only torsion load and the combined torsional and tensile load, the optimum laminates to withstand hoop stress, axial stress and shearing stress for each loading condition were obtained. Then, the optimum laminates of T-type structural component for each loading condition were estimated by using the initial fracture load. As the result, it is recognized that the proposed method is very useful for the structural design of composites.

Key words: Intelligent finite element method, Laminate composites, Symmetric laminate, Optimization, Fiber orientation, Stacking sequence, Shell element

1 緒 言

複合材料構造物は、カーボン繊維やガラス繊維等の素材を積層することにより製作されることが多い。そのため、繊維を任意に配向することによる材料設計が可能となるので、最適設計手法の研究が行われている。^{1)~5)} しながら、その最適値は実際の製造過程に即さない値であったり、積層構成を限定するもので、工業的には必ずしも実用的とは言えないものであった。かかる理由から、我々は有限要素法による応力解析から最適積層構成を求める手法についてのプログラム開発を行ってきた。この手法は応力解析を実施し、その応力状態を考慮しながら最適材料を思考選択し、設計目標値を満足する材料構成を決定するもので、そのアルゴリズムから思考型有限要素法とした。^{6),7)}

また、複合材料構造物の構造解析は有限要素法で実施されることが多いが、薄肉構造物として取扱われることが多い繊維強化複合材料構造物には、平面シェル要素を用いた有限要素解析が実用的な手法であると考えられる。したがって、繊維強化複合材料の繊維配向角構成を決定する手法として、シェル要素を用いた3次元思考型有限要素法プログラムの開発を行った。⁸⁾ 本研究では、そのプログラムの実構造物への適用を図り、その有用性を立証す

るため、内圧やねじりなどの混合荷重を受ける円筒部材と中空のT型構造部材を例に繊維配向角構成の決定を行ったので、それらの結果について記述する。

2 思考型有限要素法プログラム化手法

積層材料の強度を設計目標とし、設計許容値を満足する繊維配向角構成の決定を行うシェル要素を用いた思考型有限要素法プログラムについて記述する。積層複合材料は、積層構成によってはカップリングやクロスエラストিসティ効果による曲げやねじれが生じるため、構造物において高い層内応力が発生する場合がある。したがって、実構造物を製作するにあたり対称積層構成が取られることが多い。そこで、本研究では、面外カップリング効果が無視できる対称積層材を取扱い、また、クロスエラストিসティ効果による変形を防止する目的からFig. 1に示すようにラミナの繊維配向角が正負同一枚数になるような繊維配向角構成を決定するものとした。なお、図中Iはラミナ挿入可能位置を示す。

シェル要素では、面内力による面内変形と曲げによる面外変形の両方を考慮する必要があるが、微小変形を仮定した対称積層材は引張りと曲げを別々に取扱うことが可能である。したがって、面内合応力と曲げモーメントは面内平均ひずみおよび曲率を用いて次式で表せる。

[†] 原稿受理 平成8年7月17日 Received July 17, 1996

* 正 会 員 龍谷大学理工学部機械システム工学科 〒520-21 大津市瀬田, Dept. of Mech. & Syst. Eng., Ryukoku Univ., Seta, Otsu, 520-21

** 正 会 員 大阪大学工学部生産加工工学科 〒565 吹田市山田丘, Dept. of Welding & Production Eng., Osaka Univ., Yamada-oka, Suita, 565

*** 三菱自動車工業㈱ 〒444 岡崎市橋目町, Mitsubishi Motor Co. Ltd., Hashime-cho, Okazaki, 444

Fig. 1. Procedure of lamina treatment for balanced symmetric laminate.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^t \\ \varepsilon_y^t \\ \gamma_{xy}^t \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここで, $[A_{ij}]$, $[D_{ij}]$ はそれぞれ面内および曲げ剛性マトリックスを示し, 式(3)および式(4)で求められる。なお, $[\bar{Q}_{ij}]_k$ は各層の縮約剛性マトリックスを示す。

$$[A_{ij}] = \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{ij}]_k (h_k - h_{k-1}) \quad (3)$$

$$[D_{ij}] = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{ij}]_k (h_k^3 - h_{k-1}^3) \quad (4)$$

本手法では, 積層材料の強度を設計目標としているため, 各層の破壊パラメータ (F 値)⁶⁾ を求める必要がある。そのためには各層の応力を求めなければならない。この手法については, 既に報告しているので詳細を省略してその大略を示す。各層の引張応力は, 面内ひずみと各層の縮約剛性マトリックスを用いれば式(5)で求められる。各層の曲げ応力は, 曲率と各層までの距離 (z_i) を用いると式(6)で求められる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x^t}^i \\ \sigma_{y^t}^i \\ \tau_{xy^t}^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^t \\ \varepsilon_y^t \\ \gamma_{xy}^t \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x^t}^i \\ \sigma_{y^t}^i \\ \tau_{xy^t}^i \end{Bmatrix} = z_i \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

各層応力は各層の引張応力と曲げ応力を加算することにより求める。各層の応力を座標変換マトリックスを用いて繊維方向応力に変換し, Hoffman の破壊則⁹⁾に代入することにより F 値の算出を行う。これらの値より繊維配向角構成を決定するが, その手順の概略を以下に示す。

(1) 初期設定材料を指定して FEM 解析を行い, その応力状態を用いて F 値が最小になる繊維配向角構成を予め用意されているデータベース中から選択する。

(2) 得られた繊維配向角構成により再度 FEM 解析を行い, 最大 F 値が設計許容値を満足しているかを判定する。

(3) 設計許容値を満足しない場合は, 繊維配向角が正負同数のラミナを増加させる。増加ラミナの繊維配向角と挿入位置の決定手順は, まず, 現ステップでの等価物性値の応力状態を用いて, 式(7)および式(8)からデータベース中の繊維配向角を挿入した場合の各層のひずみおよび曲率を予測し, それらから得られる応力値を用いて最大 F 値のランク付けを行い, その値が小さい順に第一候補および第二候補を選択する。ここで, $[A_{ij}']$ および $[D_{ij}']$ は材料変更後の面内剛性並びに曲げ剛性を示す。次に, 第一候補と第二候補の積層材料において FEM 解析を行い, 最大 F 値が小さい方の積層材料を変更材料として確定する。本手法を採用することにより, 局所解に陥ることを防止し, 収束に必要な時間を大幅に短縮することが可能となった。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^{t'} \\ \varepsilon_y^{t'} \\ \gamma_{xy}^{t'} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}' & A_{12}' & A_{16}' \\ A_{12}' & A_{22}' & A_{26}' \\ A_{16}' & A_{26}' & A_{66}' \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{Bmatrix} \kappa_x' \\ \kappa_y' \\ \kappa_{xy}' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11}' & D_{12}' & D_{16}' \\ D_{12}' & D_{22}' & D_{26}' \\ D_{16}' & D_{26}' & D_{66}' \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

(4) 確定された積層材料の最大 F 値が設計許容値を満足しているかを判定し, 設計許容値を満足しない場合は, 同板厚で更に繊維配向角並びに積層構成を変更することにより, 最大 F 値を低下させる操作を行う。繊維配向角並びに積層構成の変更は, (3)の手法と同様に現ステップでの応力状態を用いて, 変更後の最大 F 値を予測することにより行った。

(5) 以下, 最大 F 値が設計許容値を満足するまで(3)~(4)を繰返す。

(6) 設計許容値を満足した場合には, その繊維配向角の組合せで積層順序を変更することにより, 更に F 値が最小となり得るかを調査し, 最終的な積層順序を決定する。

Fig. 2. Program flow chart for determination of fiber orientation and stacking sequence.

繊維配向角並びに積層構成決定アルゴリズムのフローチャートを Fig. 2 に示す。

3 実構造物への適用

3・1 内圧・引張り・ねじり荷重を受ける円筒への適用

Fig. 3 に示すような繊維強化複合材料を用いて製作されることが多い円筒モデルを例として、内圧や引張りおよびねじり荷重を受ける場合の繊維配向角構成の決定を行った。解析では片端部を完全拘束するものとした。解析モデルの全要素数は 240、節点数は 132 である。Fig. 4 に解析に使用した円筒材の要素分割図を示す。材料は Table I に示すような、ラミナ板厚が 0.1 mm の GFRP もしくは CFRP を使用することとした。表中の L , T はそれぞれ繊維方向および繊維に直角方向を示す。

Fig. 5 は GFRP 円筒が内圧 (294 kPa) および引張荷重 (3.53 kN) の混合荷重を受ける場合、Fig. 6 はねじりモーメントのみ (137.2 Nm) を受ける場合、Fig. 7 はねじりモーメント (137.2 Nm) および引張荷重 (8.23 kN) の混合荷重を受ける場合の繰返しに伴う最大 F 値の推移並びに板厚の変化状況を示す。なお、設計許容 F 値は 0.1 とし、繊維配向角は $[0^\circ, 90^\circ, +30^\circ, +45^\circ, +60^\circ, -30^\circ, -45^\circ, -60^\circ]$ から選択するものとした。最大 F 値は、初期段階において板厚の増加に伴い大きく低下すると共に、Fig. 6 においては繰返し数 2～4 および 5, 6 で、同板厚における積層構成の変更がなされている様子が確認できる。

材料変更による繊維配向角構成決定状態を調査するため、CFRP 材を使用した場合の解析も同時に行った。

Fig. 3. Analytical model of cylindrical pipe.

Number of elements: 240
Number of nodes: 132

Fig. 4. Mesh model of cylindrical pipe.

Table I. Mechanical properties of FRP.

		GFRP	CFRP
Young's modulus	E_L	45000.0	132000.0
	(MPa) E_T	12000.0	10300.0
Shearing modulus	(MPa) G_{LT}	4400.0	6500.0
Poisson's ratio	ν_{LT}	0.25	0.25
Ultimate tensile strength	F_L	1000.0	1240.0
	(MPa) F_T	34.0	45.0
Ultimate shearing strength	(MPa) F_{LT}	40.0	62.0
Ultimate compressive strength	F_L'	550.0	830.0
	(MPa) F_T'	140.0	140.0

Fig. 5. Relation between max. F-value, thickness and number of iterations under combined internal pressure and tensile load.

ただし、前述の GFRP 円筒の場合と同様の荷重条件下での CFRP 材の優位性を示すため、設計許容 F 値を 0.05 とし解析を行った。なお、繊維配向角候補は GFRP の場合と同様に $[0^\circ, 90^\circ, +30^\circ, +45^\circ, +60^\circ, -30^\circ, -45^\circ, -60^\circ]$ の 8 種類から選択するものとした。Table II に GFRP および CFRP 材における各層の最終

Table II. Computational results of the stacking sequence of cylindrical pipe under each loading condition.

Loading condition	Material	Stacking sequence	Thickness (mm)	Max. F-value of final step
Internal pressure & Tension	GFRP	[90/90/90/0/-60/60/0/0] _s	1.6	0.0812
	CFRP	[90/90/0/0] _s	0.8	0.0369
Torsion	GFRP	[60/60/60/45/60/-60/-60/-60/-45/-60] _s	2.0	0.0892
	CFRP	[60/45/45/-60/-45/-45] _s	1.2	0.0443
Torsion & Tension	GFRP	[45/30/30/30/30/30/30/-30/-30/-30/-30/-30/-30/-45] _s	3.2	0.0865
	CFRP	[45/30/30/30/-30/-30/-30/-45] _s	1.6	0.0428

Fig. 6. Relation between max. F-value, thickness and number of iterations under only torsional load.

Fig. 7. Relation between max. F-value, thickness and number of iterations under combined torsional and tensile loads.

繊維配向角構成決定状態を示す。なお、繊維配向角は円筒軸方向に対して反時計方向の角度を示す。内圧と引張荷重が同時に作用する場合、内圧による周方向力と引張りによる軸方向力が作用するため、周方向力を抑制するための 90° ラミナと軸方向力を抑制するための 0° ラミナが選択されていることがわかる。ねじれモーメントのみが作用する場合は、せん断力が支配的となるため ±45° と ±60° ラミナ構成となっている。それに対し、ねじれモーメントと引張荷重を同時に作用させると、引張荷重の影響で円筒軸方向に近い繊維配向角である ±30° ラミナが選択されていることが確認できる。また、

円筒モデルにおいて CFRP 材を使用した場合、設計許容 F 値を GFRP の 1/2 に設定したにもかかわらず、板厚が GFRP 材の場合の半分程度で設計許容値を満足しており、CFRP 材の優位性が示されている。以上のように荷重条件に適した繊維配向角が選択されており、提案アルゴリズムが繊維強化複合材料の繊維配向角構成決定にとって有効な手法であると考えられる。

3・2 T 型構造部材への適用

3・2・1 物性値同定 本研究で取扱った T 型構造部材は、中空の筒状構造部材であり、従来、鉄鋼材料で製作されていたが、軽量化の目的から FRP の利用が考えられる。このような構造部材には積層材料を利用するのが効果的で、繊維配向角の最適化が図れば主要構造材料として使用に耐え得るものが作成できると考える。Fig. 8 に解析に用いた T 型構造部材の要素分割図を示す。なお、図中矢印 A および B は、負荷方向を示す。また、Fig. 9 は形状から予め決定したシェル要素主軸を示す。本解析での繊維配向角は、この要素主軸に対する角度を決定するものとする。

静的試験結果から、解析に用いるための材料物性値を同定した。供試体の上部に負荷を与え、変位量は、荷重が 9.8 N, 19.6 N, 29.4 N, 39.2 N, 49.0 N の時点における負荷点での値を測定した。なお、試験では、 $[(0^\circ/90^\circ)/(45^\circ/-45^\circ)]_s$ 積層材で製作された供試体を用いた。一方向ラミナ板厚を 0.0625 mm として物性値同定を行った結果を Table III に示す。Fig. 10 は、 $[(0^\circ/90^\circ)/(45^\circ/-45^\circ)]_s$ 積層材で製作された T 型継手の試験結果と解析結果を示す。(a)は A 方向負荷、(b)は B 方向負荷の場合の荷重-変位線図を示す。図中○印は試験結果、実線●印は解析結果を示す。これらの結果から、試験と解析は良く一致し、物性値同定の妥当性が確認できる。

3・2・2 繊維配向角構成の決定と評価 実構造物への思考型有限要素法の適用例として、T 型構造部材の繊維配向角構成の決定を試みた。解析での T 型構造部材は、一方向性ラミナで構成されるものとし、ラミナ板厚が 0.0625 mm で全板厚が 1.0 mm になる 16 層の積層構成を用いて繊維配向角構成の評価を行うこととした。

繊維配向角構成の決定は、様々な方向の荷重条件を考慮する必要があるが、本研究では、A 方向と B 方向の混合負荷を荷重条件として与えることで繊維配向角構成の決定を行った。また、混合負荷の場合との比較を行うため、A 方向および B 方向それぞれの負荷のみを受け

Fig. 8. Mesh model of T-type structural component joint for FE analysis using shell element and loading condition.

Fig. 9. Principal axis of analytical model.

Table III. Mechanical properties of unidirectional CFRP lamina.

		CFRP ($V_f=30\%$)	
Young's modulus	(MPa)	E_L	69231.8
		E_T	6354.4
Poisson's ratio		ν_{LT}	0.31
Shearing modulus	(MPa)	G_{LT}	2630.0
Ultimate tensile strength	(MPa)	F_L	869.1
		F_T	66.2
Ultimate shearing strength	(MPa)	F_{LT}	74.1
Ultimate compressive strength (MPa)		F_L'	2106.3
		F_T'	148.3

る場合についても繊維配向角構成の決定を行った。荷重条件として、A 方向負荷の場合は 400 N、B 方向負荷の場合は 100 N、混合負荷の場合は A 方向 : B 方向 = 400 N : 100 N = 4 : 1 を与えた。また、繊維配向角は $[0^\circ, 90^\circ, +30^\circ, +45^\circ, +60^\circ, -30^\circ, -45^\circ, -60^\circ]$ の 8 種類から選択するものとした。各荷重条件において最終的に決定された繊維配向角構成を Table IV に示す。

思考型有限要素法によって決定された積層材料を用いた T 型構造部材を評価するため、初期破壊荷重を求め

(a) Bending condition A

(b) Bending condition B

Fig. 10. Computational and experimental results of relation between load and displacement in case of T-type structural component made by $[(0^\circ/90^\circ)/(45^\circ/-45^\circ)]_s$ laminate.

Table IV. Determination of fiber orientation and stacking sequence under each loading condition.

A loading	(Opt. 1)	$[90/-45/90/-45/45/0/45/0]_s$
B loading	(Opt. 2)	$[60/-60/90/0/60/-60/45/-45]_s$
Combined loading	(Opt. 3)	$[60/90/60/-45/-45/45/45/0]_s$

た。Table V にそれぞれの積層構成および荷重方向に対する初期破壊荷重および初期破壊荷重時の変位を示す。なお、表中 Initial は $[(0^\circ/90^\circ)/(45^\circ/-45^\circ)]_s$ 積層材料、Opt. 1 は A 方向負荷で決定された積層材料、Opt. 2 は B 方向負荷で決定された積層材料、Opt. 3 は混合負荷で決定された積層材料を用いた場合の結果を示す。初期破壊荷重値は、Opt. 1 積層材を用いた場合、A 方向負荷に対して最も高い値を示し、Opt. 2 積層材を用いた場合、B 方向負荷に対して最も高い値を示している。それに対し、Opt. 3 積層材を用いた場合の初期破壊荷重は、それぞれの荷重に対して決定された Opt. 1 および Opt. 2 積層材を用いた場合より低い値を示しているものの、Opt. 2 積層材を用いた A 方向負荷解析や Opt.

Table V. Computational results of load for initial fracture point.

	Laminate	Load at initial fracture point (N)	Displacement at initial fracture point (mm)
Loading condition A	Initial	3528.0	19.5
	Opt. 1	3684.8	19.7
	Opt. 2	2979.2	18.1
	Opt. 3	3371.2	19.1
Loading condition B	Initial	509.6	73.6
	Opt. 1	627.2	73.2
	Opt. 2	646.8	79.2
	Opt. 3	646.8	76.1

1 積層材を用いた B 方向負荷解析の結果に比べて高い値を示していることが確認できる. このように, 思考型有限要素法のアルゴリズムにより, それぞれの荷重方向に適した積層材料構成の決定が行えているものとする.

4 結 言

繊維強化複合材料の繊維配向角構成を決定する手法としてシェル要素を用いた思考型有限要素法プログラムを開発した. 本手法は, 製作可能な繊維配向角を予め設定することが可能で, 実製造過程に即した積層構成を決定できる利点がある. また, 繊維配向角構成の変更による F 値の変化を予測し, 次ステップにおける繊維配向角

構成を予測することにより, 繊維配向角構成の変更に対する解析時間の短縮を図った. 例解析として, 内圧やねじりなどの混合荷重を受ける円筒や T 型構造部材の繊維配向角構成の決定を行った. 開発プログラムは, 実際に使用される境界条件や混合荷重条件, 選択材料などを設定することにより, それらの条件に適した繊維配向角構成が決定できる. また, それらは従来の有限要素法と同様の取扱いで決定可能であるなど, 積層複合材料の実構造物設計にとって有用な手法と考える.

(平成 8 年 3 月 18 日 日本材料学会第 25 回記念 FRP シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) 三木光範, 杉山吉彦, 桜井健司, 材料, **39**, 236 (1990).
- 2) 三木光範, 杉山吉彦, 桜井健司, 材料, **40**, 308 (1991).
- 3) 笹田直伸, 轟 章, 三木光範, 日本機械学会論文集, A-**58**, 1175 (1992).
- 4) 轟 章, 渡辺 究, 小林英男, 中村春夫, 日本機械学会論文集, A-**60**, 860 (1994).
- 5) 轟 章, 渡辺 究, 小林英男, 日本機械学会論文集, A-**60**, 1266 (1994).
- 6) 座古 勝, 辻上哲也, 材料, **40**, 303 (1991).
- 7) 座古 勝, 辻上哲也, 材料, **41**, 1440 (1992).
- 8) 座古 勝, 辻上哲也, 材料, **44**, 916 (1995).
- 9) O. Hoffman, J. of Composite Materials, **1**, 200 (1967).