圧縮-せん断複合応力下における木材の降伏挙動[†]

折口 和 宏* 吉 原 浩** 太 田 正 光***

Yield Behavior of Wood under Compression-Shear Combined Stress Condition

by

Kazuhiro ORIGUCHI*, Hiroshi YOSHIHARA** and Masamitsu OHTA***

In this study, the yield behavior of wood under the compression-shear stress conditions was examined by compression-torsion combined loading tests. The materials used for the experiment were Sitka spruce (*Picea sitchensis* Carr.) and katsura (*Cercidiphyllum japonicum* Sieb. and Zucc.). The compression load was applied along the longitudinal direction of the specimen, whereas the torsional moment was applied around the longitudinal direction. By varying the combined stress conditions, the couples of compression and shear stresses at the occurrence of yielding were obtained, and the applicability of three yield criteria, Hill-type, Gol'denblat-Kopnov's, and Jenkin's criteria, was examined.

Although the testing results were more close to Hill-type criterion than Jenkin's one for both species, it is still early to say that the yield behavior of wood under the compression-shear combined stress condition is described by Hill-type criterion precisely.

Key words : Compression-shear combined stress, Hill-type criterion, Gol'denblat-Kopnov's criterion, Jenkin's criterion, Yield behavior, Orthotropy

1 緒 言

材料が実用的な場面で使用される場合、単純な応力状態に置かれることはまれで、さまざまな応力が複合した状態になる。したがって、複合応力状態にある材料の応力-ひずみ挙動を知ることはきわめて重要であると考えられる。また、そうした考え方にしたがって複合加力試験が行われる。金属やコンクリートのような等方性材料や、繊維強化プラスチック (FRP) のような面内等方性材料に関しては、たとえば薄肉円筒や液圧バルジ¹⁾、あるいは非対称切欠き試験体を用いることによりさまざまな複合加力試験が行われてきた。また、複合加力試験を積み重ねることによって、複合応力下における応力-ひずみ挙動がさまざまに検討されてきた⁴⁾。しかし木材は繊維方向 (L 方向)、放射方向 (R 方向)、接線方向 (T 方向) の 3 軸を基準とした直交異方性材料である。したがって上述したような複合加力試験が可能であるような試験体形状に加工することが困難であるため、木材の複合加力試験を行った例はきわめて少ない^{5), 6)}。

そこで本研究では、木材のような異方性の強い材料でも可能な複合加力試験の中で、圧縮-ねじり複合加力試験に注目した。そして木材の LT 面にさまざまな圧縮力およびせん断力を加えることにより、もっとも著名な降伏条件である Hill 型の降伏条件、Gol'denblat-Kopnov の降伏条件および Jenkin の降伏条件の適応性について検討した。その際、圧縮方向を繊維方向 (L 方向)

とした圧縮試験および圧縮-ねじり試験、繊維方向 (L 方向) を中心軸としたねじり試験を行った。

2 実 験

2・1 試験体

シトカスプルス (*Picea sitchensis* Carr.) およびカツラ (*Cercidiphyllum japonicum* Sieb. and Zucc.) を供試材として使用した。Fig. 1 に使用した試験体の形状を示す。試験体は 20°C, 65% RH の状態で恒量になるまで調湿した。

2・2 単軸圧縮試験

L 方向の降伏応力を求めるために、単軸圧縮試験を行った。試験体の LT 面の中央に直交 2 軸のひずみゲージ (東京測器研究所 FCA-2-11) を貼付し試験を行った。試験装置はインストロン万能材料試験機を用い、試験体の長手方向に沿ってクロスヘッドスピード 1 mm/min で圧縮した。得られた応力-ひずみ関係から、L 方向のヤング率 E_L 、圧縮降伏応力 S_L を求めた。

2・3 ねじり試験

LT 面、LR 面のせん断弾性係数 G_{LT} 、 G_{LR} および LT 面のせん断降伏応力 S_{LT} を求めるために、ねじり試験を行った。以下にねじり試験による G_{LT} および G_{LR} の求め方の概略を示す。

直交異方性を持つ矩形棒を L 方向を中心軸としてねじるとき、LT 面と LR 面の中央のせん断応力 τ_{LT} および τ_{LR} はつぎのように与えられる。⁷⁾

† 原稿受理 平成 8 年 6 月 21 日 Received June 21, 1996

* 東京大学農学生命科学研究科 〒113 東京都文京区弥生, Dept. of Biomaterial Sci., Tokyo Univ., Bunkyo-ku, Tokyo, 113

** 正 会 員 島根大学総理工学部 〒690 松江市西川津町, Fac. Sci. and Eng., Shimane Univ., Nishikawazu-cho, Matsue, 690

*** 正 会 員 東京大学農学生命科学研究科 〒113 東京都文京区弥生, Dept. of Biomaterial Sci., Tokyo Univ., Bunkyo-ku, Tokyo, 113

Fig. 1. Diagram of the test specimen.
Unit: mm.

$$\left\{ \begin{aligned} \tau_{LT} &= \frac{M}{a^2 b \phi} \left[-2 \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \sqrt{\frac{G_{LT}}{G_{LR}}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^2} \right. \\ &\quad \left. \tanh \frac{(2n-1)\pi b}{2a} \sqrt{\frac{G_{LT}}{G_{LR}}} \right] \\ \tau_{LR} &= \frac{M}{a^2 b \phi} \left[1 - 2 \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \right. \\ &\quad \left. \left\{ \cosh \frac{(2n-1)\pi b}{2a} \sqrt{\frac{G_{LT}}{G_{LR}}} \right\}^{-1} \right] \end{aligned} \right. \quad (1)$$

ここで M はねじりモーメント, a, b はそれぞれ試験体の T 方向, R 方向の長さ, G_{LT}, G_{LR} は, それぞれ LT 面, LR 面のせん断弾性係数である. また, ϕ の値は以下のように示される.

$$\phi = \frac{1}{3} - \frac{2a}{b} \sqrt{\frac{G_{LR}}{G_{LT}}} \left(\frac{2}{\pi} \right)^5 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^5} \tanh \frac{(2n-1)\pi b}{2a} \sqrt{\frac{G_{LT}}{G_{LR}}} \quad (2)$$

せん断弾性係数はつぎのように計算される.

$$\left\{ \begin{aligned} G_{LT} &= \frac{\tau_{LT}}{\gamma_{LT}} \\ G_{LR} &= \frac{\tau_{LR}}{\gamma_{LR}} \end{aligned} \right. \quad (3)$$

ここで γ_{LT} と γ_{LR} はそれぞれ LT 面および LR 面の中央のせん断ひずみである. したがって, G_{LT}, G_{LR} は次式で表される.

$$\left\{ \begin{aligned} G_{LT} &= \frac{k_{LT}}{a^2 b \phi} \left[-2 \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \sqrt{\frac{G_{LT}}{G_{LR}}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^2} \right. \\ &\quad \left. \tanh \frac{(2n-1)\pi b}{2a} \sqrt{\frac{G_{LT}}{G_{LR}}} \right] \\ G_{LR} &= \frac{k_{LR}}{a^2 b \phi} \left[1 - 2 \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \right. \\ &\quad \left. \left\{ \cosh \frac{(2n-1)\pi b}{2a} \sqrt{\frac{G_{LT}}{G_{LR}}} \right\}^{-1} \right] \end{aligned} \right. \quad (4)$$

ここで

$$\left\{ \begin{aligned} k_{LT} &= \frac{M}{\gamma_{LT}} \\ k_{LR} &= \frac{M}{\gamma_{LR}} \end{aligned} \right. \quad (5)$$

である. これらの k_{LT} と k_{LR} の値は, ねじりモーメント-せん断ひずみ曲線の初期の傾きである. k_{LT} および k_{LR} を測定することにより, せん断弾性係数 G_{LT}, G_{LR} が得られる.

2軸直交ひずみゲージ (東京測器研究所 FCA-2-11) を試験体の LT 面, LR 面の中央に貼り付け, それぞれ LT 面, LR 面のせん断ひずみ γ_{LT}, γ_{LR} の測定に使用した. ねじりモーメント M は, Fig. 2 に示した手動ねじり試験装置を用い, グリッパに接合したトルク変換器によって測定した. また, 試験体の収縮に追従するために, グリッパはねじり軸に沿って滑るようにした. 測定したねじりモーメント M と LT 面, LR 面のせん断ひずみ γ_{LT}, γ_{LR} の曲線から LT 面, LR 面の初期の傾き k_{LT}, k_{LR} の値を求め, これを式(4)に代入し, せん断弾性係数 G_{LT} と G_{LR} を算出した. また, LT 面のせん断降伏応力 S_{LT} は, 式(1)のねじりモーメント M に降伏発生時のねじりモーメントの値 M_y を代入することによって求めた.

2・4 圧縮-ねじり複合加力試験

試料の繊維方向に圧縮力が LT 面にせん断力が複合して加わった場合の降伏挙動の検討を行った.

Fig. 3 に複合加力試験の装置の概要および試験体の取り付け方を示す. 圧縮力は油圧ポンプで負荷し, ねじりモーメントは手動で与えた.

Fig. 2. Torsion test equipment.

Fig. 3. Compression-torsion combined test equipment.

複合加力試験は、(1)一定の圧縮力を負荷しながらねじりモーメントを与える、あるいは(2)一定のねじりモーメントを負荷しながら圧縮を与えることで行った。

(1)では、単軸圧縮試験で得られた降伏荷重の 10, 30, 50, 70, 90% に相当する荷重をあらかじめ負荷し、試験体をねじることによりねじりモーメント-せん断ひずみ関係を得た。純粋ねじり試験の場合と同様、降伏発生時のねじりモーメントを式(1)に代入することによって、降伏が発生したときのせん断応力 τ_{LT} を求めた。

(2)では、純粋ねじり試験で得られた降伏ねじりモーメントの 10, 30, 50, 70, 90% に相当するねじりモーメントをあらかじめ負荷した試験体に、圧縮力を負荷することによって L 方向の応力-ひずみ関係を得た。ねじりモーメントの値から式(1)を用いてせん断応力 τ_{LT} を算出する一方、L 方向の応力-ひずみ関係から、降伏が発生したときの圧縮応力 σ_L を求めた。

なお、降伏応力および降伏ねじりモーメントは、Fig. 4 のように初期弾性直線の傾きを 3% 減らした直線と応力-ひずみ曲線およびねじりモーメント-せん断ひずみ曲線の交点とした。

こうして、さまざまな σ_L と τ_{LT} の組み合わせから、降伏挙動の検討を行った。

3 結果および考察

3・1 異方性主軸方向の降伏応力の決定

Table I に単軸圧縮試験および純粋ねじり試験から得られた弾性定数であるヤング率 E_L およびせん断弾性係数 G_{LT} , G_{LR} を示す。Table II には圧縮降伏応力 S_L およびせん断降伏応力 S_{LT} を示す。以上の圧縮降伏応力 S_L およびせん断降伏応力 S_{LT} を用いて、降伏条件として最

Table I. Young's modulus and shear modulus obtained from the uniaxial-compression and torsion tests.

Unit: GPa

Species	Young's modulus	Shear modulus	
	E_L	G_{LT}	G_{LR}
Spruce	15.6	0.73	0.85
Katsura	8.4	0.77	1.07

Table II. Yield stress and shear yield stress obtained from the uniaxial-compression and torsion tests.

Unit: MPa.

Species	Yield stress	Shear yield stress
	S_L	S_{LT}
Spruce	41.7	10.6
Katsura	30.5	12.1

も顕著な Hill 型の降伏条件、Gol'denblat-Kopnov の降伏条件および Jenkin の降伏条件について検討した。

3・2 複合加力試験

平面応力状態において Hill 型の降伏条件⁸⁾、Gol'denblat-Kopnov の降伏条件⁹⁾および Jenkin の降伏条件¹⁰⁾は以下のように表すことができる。

a. Hill 型の条件

$$\frac{\sigma_L^2}{S_L^2} + \frac{\tau_{LT}^2}{S_{LT}^2} = 1 \quad (6)$$

b. Gol'denblat-Kopnov の条件

$$\left(\frac{\sigma_L}{S_L}\right)^m + \left(\frac{\tau_{LT}}{S_{LT}}\right)^n = 1 \quad (7)$$

c. Jenkin の条件

$$\text{Max}\left(\frac{\sigma_L}{S_L}, \frac{\tau_{LT}}{S_{LT}}\right) = 1 \quad (8)$$

ここで m および n は最小二乗法により決定された数である。Fig. 5 に実験結果および Hill 型の条件、Gol'denblat-Kopnov の条件および Jenkin の条件で示される降伏曲面を示す。Gol'denblat-Kopnov の条件に実験結果を当てはめたときの m および n の値は、スプルースで $m=0.6$, $n=2.4$, カツラで $m=1.2$, $n=1.9$ であった。

なお、降伏荷重および降伏モーメントの 90% の荷重およびねじりモーメントを加えた場合、とくにスプルースでは、初期弾性直線の傾きを 3% 減らした直線が応力-ひずみ線図あるいはねじりモーメント-せん断ひずみ線図と交わず、降伏点を確認できないことが多かった。これは、今回用いた方法で降伏応力を決定する場合、降伏点はすでに応力-ひずみ関係の曲線域に存在するため、あらかじめ与えた荷重およびねじりモーメントによってすでに材料が降伏しており、後に負荷した結果得られた応力-ひずみ関係あるいはねじりモーメント-せん断ひずみ関係から降伏応力を読みとることが出来なかったためであると考えられる。したがってこれらの点は図にはプロット出来なかった。

Fig. 4. Definition of the yield point.

Fig. 5. Yield loci in the compression-shear biaxial stress conditions.

Legend : White dot : Obtained by torsion test under constant compression load, Black dot : Obtained by compression test under constant torsional moment, Solid line : Hill-type yield criterion, Dashed line : Gol'denblat-Kopnov's yield criterion, Semi-solid line : Jenkin's yield criterion.

Fig. 5 によると, いずれの樹種も Jenkin の降伏条件はよく適合せず, 概略 Hill 型の条件に近い降伏挙動を示している。しかし, 実験結果は全体的に Hill 型の条件で示される降伏曲面よりもさらに内側に分布している。したがって, 粗い近似としては Hill 型の条件で木材の圧縮-せん断応力下の降伏挙動を記述することは出来ると思われるが, より正確な降伏挙動を記述するためには他の降伏条件 (たとえば, ここで用いた Gol'denblat-Kopnov の条件のようなより多くのパラメータを持つ条件) を使用する必要があるようにも思われる。

本実験のようにねじりと圧縮の順番を変えた場合, 得られる降伏曲面が変化することが考えられる。そこで, 負荷順番の違いによる降伏曲面の形状について考察した。Fig. 6 に, それぞれ異なる負荷手順で得られた実験データに対して, Gol'denblat-Kopnov の降伏条件をあてはめた結果を示す。スプルースでは, あらかじめ圧縮力を負荷した後ねじりモーメントを加えた場合, $m=0.6$, $n=2.1$ となった。一方, あらかじめねじりモーメントを

Fig. 6. Comparison of yield loci obtained from different loading patterns.

Legend : White and black dots : Same as in Fig. 6, Solid and dashed lines are given by the regressions into Gol'denblat-Kopnov's criterion with using the data obtained under constant compression load and under constant torsional moment, respectively.

負荷した後圧縮力を加えた場合, $m=0.7$, $n=2.4$ で, 得られた降伏曲線の形状にあまり差は存在しなかった。一方カツラでは, 前者の場合 $m=0.6$, $n=3.3$ であったが, 後者の場合 $m=2.8$, $n=1.0$ となり, Fig. 6 に示すように降伏曲面の形状に多少の差が存在した。しかし, いずれの樹種についても, どちらの負荷手順でもほぼ実験データが重なっている。したがって, 負荷手順の違いは降伏曲面の形状にあまり影響しないと考えられる。

以上の結果から, 今後このような圧縮-せん断複合加力試験を行う場合, Hill 型の降伏条件の適合性を含めて, さらに検討が必要であると考えられる。

4 結 論

木材の繊維方向に圧縮力を負荷し, 板目面にせん断力を複合させて負荷した場合の降伏挙動を, 圧縮-ねじり複合応力試験により検討し, 以下の結果が得られた。

- 1) いずれの樹種も, 概略 Hill 型の条件に近い降伏挙動を示したが, 十分に適合したとはいえなかった。
- 2) 粗い近似としては Hill 型の条件で木材の圧縮-せん断応力下の降伏挙動を記述することは出来ると思われるが, より正確な降伏挙動を記述するためには他の降伏

条件を使用する必要があるように思われた。

3) 負荷の順番の違いは降伏曲面の形状にあまり影響しないと考えられた。

4) 今後このような圧縮-せん断複合加力試験を行う場合, Hill 型の条件の適合性を含めて, さらに検討が必要であると考えられた。

最後に, 本実験を行うにあたり, 試験体作成に関して協力をいただいた東京大学博士課程の久保島吉貴さん, ならびに実験を手伝っていただいた東京大学修士課程の伊藤英嗣, 福地祐治の両氏に深く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) G. I. Taylor and H. Quinney, Trans. Roy. Soc., A, **230**, 323 (1931).
- 2) L. R. Jackson, K. F. Smith and W. T. Lankford, Metals Technol. AIME, E, **2440**, 1 (1948).
- 3) R. Hill, J. Mech. Phys. Solids, **1**, 271 (1953).
- 4) M. N. Nahas, J. Comp. Technol. Res., **8**, 138 (1986).
- 5) R. W. Kobetz and G. P. Krueger, Wood Sci., **8**, 252 (1976).
- 6) H. Yoshihara, K. Sasaki and M. Ohta, Mokuzai Gakkaishi, **41**, 327 (1996).
- 7) H. Yoshihara and M. Ohta, Mokuzai Gakkaishi, **39**, 993 (1993).
- 8) R. Hill, Proc. Roy. Soc., A, **193**, 281 (1948).
- 9) C. F. Jenkin, "Report on materials of construction used in aircraft and aircraft engines", p. 95 (1920) His Majesty Stationary Office.
- 10) I. Gol'denblat and V. A. Kopnov, Polym. Mech., **1**, 54 (1966).