単一応力波によるエネルギー反射率の測定[†]

中山 昇* 福島 学** 安本 義正***
佐野 利男**** 武石 洋征*****

Measurement of Energy Reflection Coefficient Using Single Stress Wave

by

Noboru NAKAYAMA*, Manabu FUKUSHIMA**, Yoshimasa YASUMOTO***,
Toshio SANO**** and Hiroyuku TAKEISHI*****

In order to study the propagation characteristics of stress pulses in various structures, the reflection wave reflected from a fillet part is measured. The part is made of same material as the structure. A semiconductor strain gauge is used for the detection of stress waves. The reflection coefficient is obtained as the summation of the transfer function. The reflection coefficient is calculated by changing the duration of stress pulse and the curvature of fillet. As the result, it becomes clear that the reflection coefficient can be obtained from strain energy without using Discrete Fourier Transform if a single pulse is used.

Key words: Fillet, Propagating characteristic, Stress pulse, Acoustic impedance, Strain gauge

1 はじめに

固体中を伝ばする応力波は、伝ば過程において形状の不連続性や材質の不均一性が存在する箇所では、反射や透過など複雑な振る舞いを示し、騒音や振動を引き起こす。このような応力波の振る舞いを詳細に調べることは、衝撃荷重を受ける構造部材の強度設計を行う上で欠くことのできない問題となっている。これらの問題を対象とした実験・研究を行うときに用いられている応力波としては、連続波が主に用いられている。反射波を測定し反射率を求める場合、連続波では入射波と反射波が干渉した波形が測定され、たとえパルス状の継続時間の短い連続波を用いても、入射波と反射波を分離するための処理が必要である。特に境界付近や低周波数領域においては、入射波と反射波の分離は困難である。継続時間の短い単一パルスを用いると、入射波と反射波の分離が容易にできる利点がある。単一パルスを用いて応力波の反射・透過現象を考える場合、フーリエ変換による分析が行われることが多いが、時間波形で同様の分析結果を得ることができれば、その手法は有効な手段となるであろう。

本研究では、単一のパルスを用い、フーリエ解析を行わずに入射波と反射波のエネルギーのみを考慮し容易に反射率を求めることができる簡便な反射率の測定法について述べる。

反射率測定の実例として構造体中における基礎的な伝ば問題を例にとり、フィレットで接続された帯板中を伝ばする応力パルスの反射特性について実験を行った。

同種の研究としては、媒質が気体の場合、不連続断面を有するパイプ中において^{4)~7)}、また、媒質が固体の場合では、不連続断面を有するアルミニウム、鉄からなる円形棒において⁸⁾、周波数に依存した伝ば特性の報告がなされている。

本研究で用いた単一の応力パルスは、圧縮空気を用いたガス銃によってストライカをフィレット付帯板の端面に衝突させて発生させた。パルスの検出には、感度が良く、周波数応答性も良好な半導体ひずみゲージを用いた。

フィレットの断面積が連続的に変化する場合について、継続時間の異なる応力パルスを用い、接合部半径を種々変化させ反射波を測定した。さらに、入射パルスに対する反射パルスのエネルギー比、すなわち、ひずみエネルギーから反射率を求めた。この単一パルスによるひずみエネルギーより求めた反射率は、伝達関数より求めた反射率と同値となり、ここで述べる単一パルスを用いる反射率測定法が簡便な反射率測定法であることがわかった。

2 応力波のエネルギー反射率測定法

継続時間が数 $10\mu\text{s}$ のパルスにおいて、その周波数スペクトルは、応力波の継続時間に応じた連続スペクトルとなり、比較的高い周波数成分まで含まれるため、各周波数成分に対する反射特性の解析に有効である。

ここでは、パルスを用いたエネルギー反射率測定について考える。まず、Fig. 1 のように入射波 I と反射波 R が分離されて測定された場合について、エネルギー反射率を入射エネルギーと反射エネルギーの比で求めるものとする。

[†] 原稿受理 平成 8 年 5 月 27 日 Received May 27, 1996

* 千葉工業大学大学院 〒275 習志野市津田沼, Graduate Student, Chiba Inst. of Tech., Tsudanuma, Narashino, 275

** 千葉工業大学工学部情報工学科 〒275 習志野市津田沼, Dept. of Computer Science, Chiba Inst. of Tech., Tsudanuma, Narashino, 275

*** 京都文教短期大学 〒611 宇治市檜島, Kyoto Bunkyo Jr. College, Makishima, Uji, 611

**** 千葉工業大学付属研究所 〒275 習志野市津田沼, Res. Inst. Chiba Inst. of Tech., Tsudanuma, Narashino, 275

***** 正会員 千葉工業大学大学院精密機械工学専攻 〒275 習志野市津田沼, Dept. of Precision Eng., Chiba Inst. of Tech., Tsudanuma, Narashino, 275

Fig. 1. Schematic diagram of stress pulse waveform.

時間 t におけるひずみを $\varepsilon(t)$, 入射波の始点を I_s , 入射波の終点を I_e , 反射波の始点を R_s , 反射波の終点を R_e , DFT のために使用した波形データのサンプリング数を N とすると, 入射波と反射波のパワースペクトルは次式で示される.

$$I(k)^* I(k) = \left| \sum_{n=I_s}^{I_e} \varepsilon(n) \exp(-j2\pi \frac{n}{N} k) \right|^2 \quad (1)$$

$$R(k)^* R(k) = \left| \sum_{n=R_s}^{R_e} \varepsilon(n) \exp(-j2\pi \frac{n}{N} k) \right|^2 \quad (2)$$

但し, $j^2 = -1$, n は離散時間, $I(k)^*$, $R(k)^*$ はそれぞれ $I(k)$, $R(k)$ の複素共役である. また, k は離散周波数であり, サンプリング周波数を f_s とした場合の f_s/N を単位とする $1 \sim N/2$ までの整数である. ここでは $f_s = 256 \text{ kHz}$, $N = 1024$ とした.

したがって反射率 $A(k)$ は, 式(1), (2)より,

$$A(k) = R(k)^* R(k) / I(k)^* I(k) \quad (3)$$

となる.

次に, 弾性体が外部から衝撃を受け変形すると応力とひずみを生じ, ひずみエネルギーが蓄えられるが, この場合について, ひずみエネルギーより反射率を求める.

ある弾性体に動的な荷重を加え, フックの法則に従う断面形状が一樣な長さ ℓ の棒が, 荷重 P を受け $\Delta \ell$ だけ変形した場合ひずみエネルギーを生じる.

ひずみは時間と共に変化するため, ひずみエネルギーは各微小時間 n におけるひずみエネルギーの累積でなければならない. したがって, Fig. 1 において入射波のひずみエネルギーを I_u , 反射波のひずみエネルギーを R_u とすると

$$I_u = \frac{1}{2} E \ell A \sum_{n=I_s}^{I_e} |\varepsilon(n)|^2 \quad (4)$$

$$R_u = \frac{1}{2} E \ell A \sum_{n=R_s}^{R_e} |\varepsilon(n)|^2 \quad (5)$$

となる. ただし, 棒の断面積を A , ヤング率を E とする. ここで, ひずみエネルギーの反射率 A_u を

$$A_u = R_u / I_u \quad (6)$$

と定義する

式(6)に式(4), (5)を代入すると次式になる.

$$A_u = \left\{ \frac{1}{2} E \ell A \sum_{n=R_s}^{R_e} |\varepsilon(n)|^2 \right\} / \left\{ \frac{1}{2} E \ell A \sum_{n=I_s}^{I_e} |\varepsilon(n)|^2 \right\} \\ = \sum_{n=R_s}^{R_e} |\varepsilon(n)|^2 / \sum_{n=I_s}^{I_e} |\varepsilon(n)|^2 \quad (7)$$

したがって, ひずみエネルギーの反射率を求める場合は, ひずみの2乗の総和を求め, その比によって反射率を簡便に求めることができる.

すなわち, 単一の応力パルスにおいてエネルギーを扱う場合はフーリエ変換を行わずに, ひずみの2乗の総和を求めることによって反射率を求めることができる.

3 フィレットで接続された帯板中を伝ばする

応力パルスの反射特性

前節の応力波のエネルギー反射率測定のための簡便な方法を用いて, 構造体中における基礎的な伝ば問題として, フィレットを有する帯板中を伝ばする応力パルスのひずみエネルギーにおける反射特性の測定を行った.

3・1 フィレットを有する帯状の形状

Fig. 2 にフィレットにより接続された帯板の形状と半導体ひずみゲージの貼り付け位置および実験で用いたガス銃と測定系の概略図を示す.

図中の斜線部で示す接合部分をフィレットと呼ぶ. 図中 ρ は密度, c_1, c_2 はそれぞれ帯板 I, II 中のパルスの伝ば速度, E_1, E_2 はヤング率である. フィレット部の半径を r とする.

帯板の材料は, 今後予定している動的弾性実験を行うため, 実験材料の統一性を保つ必要性があり, ここでは等方等質材料である DAP (Diallyl Phthalate) 樹脂を用いた. 静的な機械的性質は, $E_1, E_2 = 4.05 \text{ GPa}$, ポアソン比 $\nu = 0.37$, 密度 $\rho = 1.21 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ である. 板厚は $t = 6 \text{ mm}$ である. 帯板形状は, 入射パルスの継続時間 T に依存した基礎的な反射特性を求めることを目的としているため, 透過側の板幅と長手方向長さを半無限とした. ここで, 板幅および長手方向長さが半無限というのは, 入射したパルスがフィレット部における反射を完了する前に, 透過したパルスの帯板 II の側面および端面からの反射波が干渉することのない程度に板幅および長手方向長さが十分大きいという意味である. この場合, 実験に用いた一番長い入射パルス $T = 200 \mu\text{s}$ はパルス長 $T_w = 366 \text{ mm}$ であるから, 366 mm より大ですべてのパルスに対して条件を満たすことになる.

ひずみゲージの貼り付け位置は, 入射パルスと反射パルスの分離およびパルスの伝ば中の速度分散による波形変形などを考慮して, 入射パルス長の2倍とした. すなわち, パルスの継続時間 T , 入射側の帯板中のパルスの伝ば速度を $c_1 = 1830 \text{ m/s}$ としてフィレット部から

Fig. 2. Schematic diagram of strip plate with fillet and experimental setup.

$2Tc_1$ 離れた位置で測定した。つまりここで用いたパルスの継続時間 $T=30, 45, 60, 200\mu\text{s}$ のパルスに対し、フィレット部よりそれぞれ $2Tc_1=110, 165, 220, 732\text{mm}$ の位置である。

入射側帯板から透過側帯板へ伝ばする応力波の反射特性はフィレット形状に大きく影響されると予想される。ここでは、フィレットの形状変化に依存した反射特性を調べることを目的とする。行われた実験でのフィレット形状は、入射側の板幅 B を $B=10\text{mm}$ と一定にし、接合部半径を段階的に変化させ、 $r/B=0, 1.2\sim 40.0$ まで 8 段階に変化させ実験を行った。

3・2 衝撃実験装置

本研究では、時間分解能に優れており、広い周波数成分を含んでいるパルスを用いた。応力パルスの発生には様々な方法があるが、ここでは応力パルスの振幅および継続時間のコントロールが比較的容易な、圧縮空気を利用したガス銃を用いた⁹⁾。ストライカはアクリル樹脂製であり、その断面形状は円形で直径 4.5mm 、先端は半径 2.3mm に加工されている。帯板断面の不連続部、およびフィレット部においては、応力パルスは周波数に依存した反射特性を示すことが考えられる。したがってパルスを用いた場合、周波数に依存した反射特性を調べることができる。ここでは、パルスの継続時間をいろいろ変えることによって、どのような反射特性を示すかをパルス波形上から考察する。ここで使用されたパルスの継続時間は、ストライカの長さを変えることにより変化させた。用いたパルスの継続時間は、 $T=30, 45, 60, 200\mu\text{s}$ である。それぞれの T に対応するストライカの長さは、各々 $=5.5, 10.0, 16.3, 235.0\text{mm}$ である。

応力パルスの検出にはゲージ長 2mm の半導体ひずみゲージを組み込んだブリッジ回路を用いた。パルス波形はストレージスコープで検出し、FFT アナライザで波形収録および周波数解析を行った。

3・3 フィレット断面変化部からの反射率の測定

ここでは、応力波のひずみエネルギーによる反射率との比較を行うために従来用いられている離散フーリエ変換により周波数解析を行い、パワースペクトルによる反射率を求めた。

入射側と透過側の帯板 (I, II) の静的な機械的性質は同一であるが、入射した応力パルスは、フィレット部において一部は反射し、一部は透過する。

実験で得られた代表的な入射・反射パルス波形を Fig. 3 に示す。ストライカの衝突速度は 14m/s である。図中における I は入射パルス波形、 R は反射パルス波形を示している。さらに、 $r/B=2.5$ 、入射パルスの継続時間 $T=45\mu\text{s}$ である。

衝撃実験の結果、式(1)、(2)より求められた代表的なパワースペクトルを Fig. 4 (a), (b) に示す。 $r/B=2.5$ の場合で、(a)は $T=45\mu\text{s}$ 、(b)は $200\mu\text{s}$ である。この図より、継続時間の短い $T=45\mu\text{s}$ の入射パルスは比較的高い周波数成分を含んでおり、反射波にはその高い周波数成分が損失しているのがわかる。しかし、Fig. 4(b)のように

Fig. 3. Waveform of stress pulse. I and R are incident and Reflected pulse, respectively ($r/B=2.5$, $T=45\mu\text{s}$).

(a) $T=45\mu\text{s}$.

(b) $T=200\mu\text{s}$.

Fig. 4. Power spectrum of incident and reflected pulse.

継続時間の長い $T=200\mu\text{s}$ の入射パルスは低い周波数成分を多く含み、反射による損失がほとんどないことがわかる。

曲率半径 r/B を段階的に変化させ、継続時間の異なるパルスを入射させたときに行われたすべての衝撃実験結果から、式(3)より求めた反射率 $A(k)$ を Fig. 5 に示す。

入射側帯板中を伝ばする応力パルスの伝ば速度 c_1 は棒形状中を伝ばする1次元の応力波の伝ば速度であり, 透過側帯板中を伝ばする応力パルスの伝ば速度 c_2 は薄板中を伝ばする2次元の応力波の伝ば速度となる. 両者の伝ば速度の関係は $c_1 < c_2$ となり, 入射側帯板と透過側帯板の音響インピーダンス ρc の関係は $\rho c_1 < \rho c_2$ となる. ただし, これらの音響インピーダンスの違いの中には断面積を考慮してある. ここでは音響インピーダンスの違いによる反射率を問題とした. したがって, この音響インピーダンスの違いにより, フィレット部において反射波が生じる. また, 反射波の極性は入射波の極性と同一であり, その結果, 反射率は正となることが理解できる.

$r/B=0$ すなわち, 断面積が急激に変化する不連続な帯板では, パルスは不連続部で急激に解放され, 透過側の板幅に応じたインピーダンスによって, 反射・透過が決まる¹⁰⁾. しかし, 不連続部にフィレットが付いたことにより, フィレット半径部において入射側から透過側にかけて, 断面積が徐々に大きくなり, それにともない, 伝ば速度 c_2 および音響インピーダンスが比較的緩やかに上昇するので, r/B の値が大きくなるとともに反射率は結果的に減少すると考えられる.

また, 帯板Ⅱの応力波の伝ばは1次元ではなく2次元の応力波の伝ばであり, ここでは音響インピーダンスの違いによる反射の問題である. 入射パルスの継続時間の相違については, Fig. 4, 5 より, 入射されたパルスの継続時間が短いほど比較的高い周波数成分まで含んでおり, その高い周波数成分が透過していくため反射率は低い値になる. ところが, その高い周波数成分を含まず低い周波数を多く含む継続時間の長い応力波を入射した場合, 反射率が高い値になることがわかる. しかし, 高い周波数成分を多く含んでいる継続時間の短いパルスの場合, 樹脂中を応力波が伝ばする過程で高い周波数成分が吸収されると考えられるので, 今後は伝ば距離に対する高周波成分の吸収についての検討が必要である.

次に, 上述の $A(k)$ と同様に曲率半径 r/B を段階的に変化させ, 継続時間の異なるパルスを入射させて, 式(6)の簡便法を用いて求められたひずみエネルギーの反射率 A_u を Fig. 6 に示す.

Fig. 5, 6 の $A(k)$ と A_u の比較より, 両者は良く一致していることがわかる. すなわち, パルスのエネルギーを扱う場合は離散フーリエ変換を行わずにひずみエネルギーから容易に反射率が得られることがわかる.

本研究ではエネルギーに着目した反射率について述べたが, 今後は, パルスの伝ば過程における各周波数成分に対するエネルギー減衰も考慮して, 反射率, 減衰の周波数依存性についても詳細に検討する必要がある.

4 おわりに

本研究では, 応力波のエネルギー反射率測定の簡便法について説明した. 各種構造体中の応力パルスの伝ば特性を研究する目的で, まず基礎的な問題として, 同一材質で, フィレットで接続された帯板中の応力パルスの反射

Fig. 5. Reflection coefficient $A(k)$ from power spectrum of stress pulse at the fillet.

Fig. 6. Reflection coefficient A_u of strain energy of stress pulse at the fillet.

特性を測定した. 応力波の検出には半導体ひずみゲージを用い, パルスの継続時間, 接合部半径を変化させ, 反射率をパルスのエネルギー比から求めた. その結果, 入射パルスの継続時間とフィレット接合部形状の変化に応じた反射率が求められた. また, 単一パルスを用いて, エネルギーの反射率を求める場合, 煩雑なフーリエ変換を行わずに, ひずみエネルギーから容易に反射率が求められることがわかった.

今後, 各周波数に対する反射率・減衰率を求めるために, 伝達関数を求め解析を行う必要がある.

(平成8年5月17日 日本材料学会第5回材料の衝撃問題シンポジウムにて講演)

参考文献

- 1) 武石洋征, 林 和男, 安本義正, 日本音響学会誌, **41**, 593 (1985).
- 2) 中山 昇, 武石洋征, 安本義正, 非破壊検査, **44**, 644 (1995).
- 3) 武石洋征, 櫻井好正, 安本義正, 日本音響学会誌, **47**, 21

- (1991).
- 4) K. C. Karal, J. A. S. A., **25**, 327 (1953).
- 5) 池谷和夫, 久野和宏, 鹿野洋治, 日本音響学会誌, **25**, 199 (1969).
- 6) A. Nakamura and R. Takeuchi, Acustica, **26**, 42 (1972).
- 7) A. Nakamura and T. Nakamura, J. A. S. J., (E) **2**, 141 (1981).
- 8) F. Barez, W. Goldsmith and J. L. Sackman, Exp. Mech., **20** (10), 325 (1980).
- 9) H. Takeishi, Y. Sakurai and T. Kudo, Proc. of JCMR, 34th, p. 251 (1991).
- 10) W. Johnson, "Impact Strength of Materials", p. 35 (1972) Edward Arnold.