確率論的破壊力学による圧力容器の溶接部疲労強度評価[†]

谷 周 一* 土 方 明 躬** 松 島 勇 次 郎***
井 上 彰 夫**** 吉 岡 純 夫****

Fatigue Strength Evaluation of Welded Joint in Pressure Vessel by Probabilistic Fracture Mechanics

by

Shuichi TANI*, Akemi HIJIKATA**, Yuujiro MATSUSIMA***
Akio INOUE**** and Sumio YOSHIOKA****

This paper describes the fatigue life estimation of the welded joint having an unpenetrated portion in the pressure vessel by use of the fracture mechanics. The internal pressure fatigue tests of the pressure vessel were carried out at room temperature and the stress intensity factor of welded joint was analyzed by the finite element method regarding the unpenetrated portion as a crack. The simple method for the probabilistic life prediction of the fatigue crack growth is presented by applying the first-order sensitivity analysis in the deterministic fracture mechanics approach. In the calculating procedure of life estimation, the size of the unpenetrated portion and the fatigue crack growth rate obtained from the da/dN tests are regarded as the uncertain factors. Comparing the analytical results with the tests results, the validity of the present method is confirmed.

Key words : Fatigue strength, Pressure vessel, Aluminum alloy, Fatigue crack growth, Stress intensity factor, Probabilistic fracture mechanics

1 緒 言

溶接構造を有する圧力容器において、内圧変動による疲労強度を評価する場合に、溶接継手部での溶け込み不足による不溶着部を考慮した疲労寿命評価が重要となる。このような溶接不溶着部を考慮した機器の疲労寿命評価に関しては破壊力学の適用が有効であると考えられるが、信頼性設計の観点からは、特に初期欠陥寸法および構成材料のき裂進展特性の不確実性が疲労寿命に及ぼす影響を把握することが肝要であり、関連する研究も幾つか見受けられる。^{1)~4)}

以上の背景のもと、本研究では不溶着部が存在する圧力容器の疲労寿命推定法を確立するために、圧力容器の内圧疲労試験を実施するとともに、不溶着部の応力拡大係数 (K 値) を有限要素法 (FEM) により求め、圧力容器の疲労寿命を破壊力学に基づきき裂進展解析によって評価する。さらに、信頼性設計に資する実用的な寿命予測法を導出することに主眼をおき、不溶着部寸法あるいは材料の疲労き裂進展特性等に関する不確実性を考慮した場合に、圧力容器の時間強度の確率分布特性 ($P-S-N$ 線図) を一次の感度解析法⁵⁾を用いて簡便に決定する方法を提案する。

2 溶接不溶着部の応力拡大係数

評価対象とした圧力容器の形状・寸法を Fig. 1 に示す。肉厚が異なる円筒を胴部ではめ合わせた本供試体

のような圧力容器に対して、外周より溶接した接合箇所の不溶着部をき裂とみなして、破壊力学的手法による疲労強度評価が可能である。しかし、このような場合の応力拡大係数 (K 値) の解析例は見あたらないようである。そこで、有限要素法 (FEM) により K 値を計算した。

解析に用いた圧力容器の有限要素モデルを Fig. 2 に示す。使用した要素は 8 節点アイソパラメトリック軸対称要素であり、き裂先端近傍の要素にのみ QPE (Quadratic Point Element)⁶⁾を用いた。計算は肉厚 t_0 ($=4\text{mm}$) に対するき裂長さ a の比 α ($=a/t_0$) を 0.3~0.9、厚肉側の肉厚 t との比 β ($=t/t_0$) を 1.25~2.0 に、また、内径 D との比 γ ($=D/t_0$) を 10~30、はめあわせ長さ b との比 δ ($=b/t_0$) を 1.0, 2.0 の 2 種類に変化させて行った。

変位外挿法によって得られた開口モードの K_I 値とせん断モードの K_{II} 値の解析結果の一例として $\gamma=20$, $\delta=1.0$ の場合における無次元補正係数 F_I , F_{II} を Fig. 3 と Fig. 4 にそれぞれ示す。ただし、無次元補正係数 F_I , F_{II} は次式で与えられる。なお、 P は内圧である。

$$\begin{Bmatrix} F_I \\ F_{II} \end{Bmatrix} = \frac{4t_0}{PD\sqrt{\pi a}} \begin{Bmatrix} K_I \\ K_{II} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

図より明らかなように F_{II} は F_I に比べて一桁小さい値

[†] 原稿受理 平成 8 年 9 月 18 日 Received Sep. 18, 1996

* 三菱電機㈱ 〒661 尼崎市塚口本町, Mitsubishi Electric Corp., Tsukaguchi-honmachi, Amagasaki, 661

** 正 会 員 金沢工業大学工学部機械工学科 〒921 石川県野々市町扇が丘, Dept. of Mech. Eng., Kanazawa Inst. of Tech., Nonoichi, Ishikawa, 921

*** 福井鋳鋼㈱ 〒919-08 金津町指中, Fukui Byora Corp., Kanazu, Fukui, 919-08

**** 正 会 員 三菱電機㈱ 〒661 尼崎市塚口本町, Mitsubishi Electric Corp., Tsukaguchi-honmachi, Amagasaki 661

を示している。解析結果の妥当性を検討する目的で、本解析で得られた K_I 値と Labbens ら⁷⁾が求めた軸方向に一樣引張応力を受ける円筒の内側環状裂の K_I 値とを比較したところ、本解析結果の方が Labbens らの解に比べて約 15% 程度大きな値を示した ($\beta = 1.25$ の場合)。なお、Labbens らの解を評価対象の圧力容器に適用する場合には、円筒の板厚を圧力容器の厚肉側の肉厚 t とし、はめ合わせ部の板厚と不溶着部長さの和をき裂長さとした。

つぎに、 K_I と K_{II} から式 (2) により最大主応力方向の応力拡大係数 $K_{\theta \max}$ ⁸⁾ を算出する。

$$K_{\theta \max} = \cos \frac{\theta}{2} \left(K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right) \quad (2)$$

ただし、

$$\cos \theta = \frac{3K_{II}^2 + K_I \sqrt{K_I^2 + 8K_{II}^2}}{K_I^2 + 9K_{II}^2} \quad (3)$$

であり、 $K_{II} \cdot \theta < 0$ なる関係がある。 $K_{\theta \max}$ についても式 (1) と同様に、次式で無次元補正係数 $F_{\theta \max}$ を表す。

$$F_{\theta \max} = \frac{4t_0}{PD\sqrt{\pi a}} K_{\theta \max} \quad (4)$$

$F_{\theta \max}$ は α 、 β 、 γ の関数であり、 $F_{\theta \max}$ の近似式を次式で表す。

$$F_{\theta \max} = A_1 + A_2\alpha + A_3\alpha^2 + A_4\alpha^3 \quad (5)$$

ただし、

$$A_i = \sum_{j=0}^2 a_{ij} \cdot \gamma^j + \left(\sum_{j=0}^2 b_{ij} \cdot \gamma^j \right) \cdot \beta \quad (6)$$

であり、定数 a_{ij} 、 b_{ij} の値を Table I にまとめて示す。

$F_{\theta \max}$ の計算結果の一例を Fig. 5 に示す。図中の実線は近似式 (5) で求めた $F_{\theta \max}$ であり、プロットは FEM から

Fig. 2. Finite element model.

Fig. 3. Relationship between F_I and configuration of welded joint of pressure vessel.

Fig. 1. Configuration of pressure vessel (unit: mm).

Fig. 4. Relationship between F_{II} and configuration of welded joint of pressure vessel.

Table I. Values of a_{ij} and b_{ij} .

i \ j	0	1	2
1	a _{ij} -1.820×10^{-2}	1.240×10^{-3}	-2.327×10^{-5}
	b _{ij} 1.279×10^{-2}	-6.290×10^{-4}	1.180×10^{-5}
2	a _{ij} 1.068×10^1	-5.448×10^{-1}	1.050×10^{-2}
	b _{ij} 4.115×10^0	1.674×10^{-1}	-3.544×10^{-3}
3	a _{ij} -2.340×10^1	1.735×10^0	-3.379×10^{-2}
	b _{ij} -9.660×10^0	-5.026×10^{-1}	1.186×10^{-2}
4	a _{ij} 1.892×10^1	-1.330×10^0	2.684×10^{-2}
	b _{ij} 5.281×10^0	3.704×10^{-1}	-9.424×10^{-3}

Fig. 5. Relationship between $F_{\theta \max}$ and configuration of welded joint of pressure vessel.

求めた値を表す。なお、肉厚 t_0 に対するはめ合わせ長さの比 δ の変化による K_I と K_{II} の変化は無視できる程小さい。

3 不確定因子を考慮した疲労き裂進展強度評価

不溶着部が存在する圧力容器に対して、時間強度の確率分布特性 ($P-S-N$ 線図) を一次の感度解析法 (一次近似法) を用いて簡便に決定する方法を提示する。本研究では、破壊繰返し数のばらつきに対して影響が大きいと考えられる不溶着部長さ (初期き裂長さ a_0) と材料の疲労き裂進展速度特性 (Paris 則定数 C) を確率変数として考慮する。

Paris の疲労き裂進展則は次式で与えられる。

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m = C\{\Delta\sigma \cdot f(a)\}^m \quad (7)$$

式 (7) を変形して、

$$\Delta\sigma = \left\{ \frac{1}{CN_f} \int_{a_0}^{a_f} \frac{da}{\{f(a)\}^m} \right\}^{\frac{1}{m}} \quad (8)$$

なる作用応力範囲 $\Delta\sigma$ の表示式を得る。ただし、上式において a_f は確定的な最終き裂長さであり、本研究では容器の肉厚 t_0 を最終き裂長さとする。

いま、不溶着部長さと材料の疲労き裂進展速度特性が変動する場合に、所定の破壊繰返し数 N_f (確定値) に

おける作用応力範囲 (時間強度) の変動を評価する。このとき、第 6 章で示すモンテカルロシミュレーションの結果に基づき、作用応力範囲のばらつきが対数正規分布に従うという仮定の下で、初期き裂長さ a_0 の変動に対する作用応力 $\Delta\sigma$ の対数値の変動 (一次感度) が以下のように求められる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\log \Delta\sigma)}{\partial a_0} &= \frac{\partial(\log \Delta\sigma)}{\partial \Delta\sigma} \cdot \frac{\partial \Delta\sigma}{\partial a_0} \\ &= \frac{1}{\Delta\sigma \cdot \ln 10} \cdot \frac{\Delta\sigma^{1-m}}{m} \cdot \frac{1}{CN_f \{f(\bar{a}_0)\}^m} \\ &= \frac{1}{\ln 10} \cdot \frac{1}{mN_f} \cdot \frac{1}{\bar{C}\{\Delta\sigma \cdot f(\bar{a}_0)\}^m} \\ &= \left(\ln 10 \cdot mN_f \cdot \frac{\bar{da}}{dN} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (9)$$

なお、上式において上付き棒 ($\bar{\quad}$) は平均値を表し、右辺の da/dN は考慮している確率変数 (初期き裂長さ a_0 , Paris 則定数 C) の平均値に対応する値である。

一方、Paris 則定数 C の変動に対する $\log \Delta\sigma$ の変動は式 (10) で与えられる。ここで、Paris 則定数 C の確率特性としては、対数正規分布を示すことが報告されていることから、¹⁾ $\log C$ に対する感度を評価する。

$$\frac{\partial(\log \Delta\sigma)}{\partial(\log C)} = -\frac{1}{m} \quad (10)$$

確率変数である a_0 と $\log C$ の変動に対して、形式的に平均値が零の微小確率変数 λ_1, λ_2 を導入して、

$$a_0 = \bar{a}_0 + \lambda_1, \log C = \log \bar{C} + \lambda_2 \quad (11)$$

と表現すると、一次近似法の適用により $\log \Delta\sigma$ の標準偏差は次式で与えられる。⁹⁾

$$\begin{aligned} \sqrt{\text{Var}[\log \Delta\sigma]} &= \left(\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{\partial(\log \Delta\sigma)}{\partial \lambda_i} \cdot \frac{\partial(\log \Delta\sigma)}{\partial \lambda_j} \cdot \rho_{ij} \cdot \sqrt{\text{Var}[\lambda_i]} \cdot \sqrt{\text{Var}[\lambda_j]} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \left(\left(\frac{\partial(\log \Delta\sigma)}{\partial a_0} \right)^2 \text{Var}[a_0] + \left(\frac{\partial(\log \Delta\sigma)}{\partial(\log C)} \right)^2 \text{Var}[\log C] \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (12)$$

式 (12) において、 ρ_{ij} は a_0 と $\log C$ との相関係数であり、 $\text{Var}[\lambda]$ は λ の分散である。

いま、 a_0 と $\log C$ が無相関であるとし、式 (12) で $i \neq j$ のときに ρ_{ij} を零とすると、作用応力範囲の標準偏差は式 (13) で簡単に求めることができ、 $\Delta\sigma$ が対数正規分布をとると仮定することで、所定の信頼度に対する $P-S-N$ 線図が作成できる。

$$\begin{aligned} \sqrt{\text{Var}[\log \Delta\sigma]} &= \left\{ \left(\frac{\partial(\log \Delta\sigma)}{\partial a_0} \right)^2 \text{Var}[a_0] + \left(\frac{\partial(\log \Delta\sigma)}{\partial(\log C)} \right)^2 \text{Var}[\log C] \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &= \left\{ \left(\ln 10 \cdot mN_f \cdot \frac{\bar{da}}{dN} \right)^{-2} \text{Var}[a_0] + \left(-\frac{1}{m} \right)^2 \text{Var}[\log C] \right\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (13)$$

なお、本研究では不溶着長さ a_0 と Paris 則定数 C を確率変数に設定したが、他の因子を確率変数に設定する場合においても同様の手順により評価が可能である。また、破壊繰返し数 N_f のばらつきを調べるためには、確率変数に対する N_f の変動を求めればよい。

4 圧力容器の内圧疲労試験

供試体はアルミニウム合金 A6061BE-T6 の直径

90mm の中実棒から機械加工・溶接して(溶接棒: A4043, Tig 溶接)作製した压力容器であり, その形状・寸法はすでに Fig. 1 に示した。なお, 供試体は溶接部の強度を回復させるために溶接後再度 T6 処理している。内圧疲労試験は Fig. 6 に示すシステム構成で行った。油圧発生装置として疲労試験機(容量 343kN)を用い, 繰返し荷重を負荷させることにより供試体に圧力を繰返し負荷した。負荷条件は片振りであり, 負荷繰返し周波数は 1~9Hz である。なお, 破壊繰返し数 N_f は供試体表面に疲労き裂が現れ, 油が漏れ始める繰返し数とした。

試験後の供試体の破壊面をスケッチして Fig. 7 に示す。疲労き裂は同図に示すように, すべての供試体とも溶接内部の不溶着部の先端から発生し, 外周方向に進展して表面に達している。試験結果を式 (14) で与えられる軸方向応力範囲 $\Delta\sigma$ と破壊繰返し数 N_f との関係として Fig. 8 に示す。

$$\Delta\sigma = \frac{\Delta P \cdot D}{4t_0} \quad (14)$$

なお, 上式において ΔP は压力容器に作用する変動圧力の範囲である。

5 压力容器の信頼性寿命予測

解析に用いたアルミニウム合金 A6061BE-T6 材の室温における da/dN 特性を Fig. 9 に示す。用いた試験片は 4 個の板厚 12.5mm の 1/2 CT 試験片であり, 試験条件は周波数 30Hz, 応力比 0.06 である。なお, CT 試験片と压力容器の板厚は異なるが, 压力容器に発生するき裂は軸対称構造の板厚方向に進展するため, き裂先端ではほぼ平面ひずみ状態であり, 平面ひずみ状態に近い CT 試験片による評価に問題はないと考える。本研究では, da/dN 特性の各試験片間および各試験片内のばらつきを同時に考慮するために, すべてのプロットデータから一本の回帰直線を求め, その回帰直線に対する各プロットデータのばらつきに着目した。なお, C と m の平均値

はそれぞれ 1.24×10^{-10} , 5.33 であり, m は確定値と考える。各プロットデータの縦軸値 $(da/dN)_i$ を, 対応する ΔK を回帰直線の式に代入して求めた基準値 $(da/dN)_0$ で除して正規化した値 $(da/dN)_n [= (da/dN)_i / (da/dN)_0]$ の対数値を正規確率紙にプロットして Fig. 10 に示す。同図では, $\log (da/dN)_n$ のばらつきはほぼ正規分布に従っており, その標準偏差を求めることにより, $\log C$ の標準偏差を 0.089 とした。

一方, 容器の内周側に存在する不溶着部は, Fig. 7 に示したように円周方向にその長さがばらついている。疲労寿命は不溶着部の平均的な長さではなく, 最大長さに依存するという最弱リンク説的な考えに基づき, 不溶着部長さの入力値には, 各供試体の試験後の破断面から実測した最大不溶着部長さの変動特性を用いる。試験に用いた 6 個の供試体の最大不溶着部長さを測定し, 正規確率紙にプロットして Fig. 11 に示す。データ数は少

Fig. 7. Sketch of fracture surface.

Fig. 6. Schematic view of testing system.

Fig. 8. Fatigue test result of pressure vessel.

ないが、実測データのばらつきはほぼ正規分布に従っており、平均値と標準偏差はそれぞれ 2.02mm, 0.36mm である。

以上の検討を踏まえて、供試体の時間強度の確率分布特性 ($P-S-N$ 線図) を式 (8) と式 (13) により計算し、試験結果と併せて Fig. 12 に示す。き裂進展計算では応力拡大係数範囲 ΔK として 2 章で定義した $\Delta K_{\theta \max}$ を用いた。本研究では実測き裂長さの最大値を環状き裂長さとしていることから、 K 値を大きめに評価している。しかし、Fig. 5 での線図の勾配が比較的緩やかであることから、 K 値はき裂長さに鈍感であり、Fig. 12 では解析で求めた 50% 信頼度線図がほぼ試験結果と対応している。したがって、本研究で採用した K 値モデルは概ね妥当であると言える。

なお、実験データの点数が少ないことから精度は悪いが、参考として、試験結果のみから回帰直線を求め、時間強度対数値の条件付き標準偏差を求めると 0.034 となった [式 (13) による一次近似値は 0.063 である]。

6 一次近似法の妥当性検証

本研究で提案した手法は、あくまで一次近似法に立脚している。そこで、作用応力のばらつきに関する式 (13) の妥当性を検証するとともに近似手法の適用限界を把握するために、Monte-Carlo 法と一次近似法の比較を行う。なお、Monte-Carlo 法における確率変数の入力特性としては、不溶着部長さ a_0 および定数 C の分布をそれぞれ正規分布と対数正規分布とした。

一例として、破壊繰返し数 $N_f = 10^4$ 回における作用応力範囲 $\Delta \sigma$ の相対度数のヒストグラムに関して、Monte-Carlo 法のシミュレーション結果 (試行数 1000 回) と対数正規分布を仮定した一次近似解との比較を Fig. 13

Fig. 9. Relationship between da/dN and ΔK of A6061BE-T6.

Fig. 10. Distribution of $\log (da/dN)_n$.

Fig. 11. Distribution of unpenetrated portion length a_0 .

Fig. 12. Comparison between calculated $P-S-N$ curves and test results.

Fig. 13. Comparison of distribution of stress range between 1st-order approximation and Monte-carlo simulation.

Fig. 13. Comparison of distribution of stress range between 1st-order approximation and Monte-carlo simulation.

に示す。この計算では a_0 , $\log C$ の入力標準偏差をそれぞれ 0.5mm, 0.3 と大きく設定したが、両者は比較的よく一致しており、 a_0 と $\log C$ が正規分布であると仮定した場合に、時間強度はほぼ対数正規分布となることが確認できる。なお、Paris 則から $\log \Delta \sigma$ と $\log C$ は線形関係にあり、不確定変数が $\log C$ のみでかつ正規分布の場合、原理的に $\Delta \sigma$ は対数正規分布となる。つぎに、 a_0 と $\log C$ の入力標準偏差を種々変化させて計算した $\log \Delta \sigma$ の標準偏差に関して、Monte-Carlo 法と一次近似法の比較を Fig. 14 に示す。両者は a_0 の標準偏差が小さ

い場合にほぼ一致しており、平均値近傍の近似解の妥当性が確認できる。なお、式 (7) から明らかなように、 $\log \Delta \sigma$ と $\log C$ は線形関係にあることから、 a_0 の標準偏差が零の場合に、式 (13) を用いて評価した $\log \Delta \sigma$ の変動は厳密解と一致する。一方、Fig. 14 から a_0 と $\log C$ の単独のばらつきが $\log \Delta \sigma$ のばらつきに及ぼす影響を確認することができる。たとえば、 a_0 が標準偏差 0.25mm で単独に変動する場合と $\log C$ が標準偏差 0.25 で単独に変動する場合の $\log \Delta \sigma$ の変動がほぼ等しいことがわかる。

7 結 言

不溶着部を有する圧力容器の疲労寿命推定法を確立するために、疲労き裂進展解析に基づく信頼性寿命予測法を提案し、その有効性を圧力容器の内圧疲労試験により確認した。以下に得られた知見を示す。

(1) FEM により求めた K 値表示式に基づく疲労き裂進展解析により、圧力容器の内圧疲労時間強度を推定することができた。

(2) 一次感度を用いる近似法により得られた時間強度の確率分布特性近似解は Monte-Carlo 法のシミュレーション結果とほぼ一致し、一次近似法が実用上有効であることが確認できた。

(3) 上記項目 (1), (2) の疲労き裂進展解析および一次近似法を併用した評価により、種々の不確定性を考慮した簡便かつ実用的な圧力容器の信頼性寿命予測が可能である。

(平成 7 年 11 月 13 日 日本材料学会第 5 回機械・構造物の強度設計・安全性評価に関するシンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) 酒井達雄, 田中道七, 材料, **28**, 880 (1979).
- 2) 戸梶恵郎, 小川武史, 亀山宜克, 加藤容三, 日本機械学会論文集, A-56, 543 (1990).
- 3) 市川昌弘, 中村武夫, 材料, **36**, 922 (1987).
- 4) J. Dufresne, A. C. Lucia and R. L. Hewitt, Nuclear Engineering and Design, **86**, 139 (1985).
- 5) 谷 周一, 吉岡純夫, 上貝康己, 日本機械学会論文集, A-57, 1999 (1991).
- 6) V. Murti, S. Valliappan and I. K. Lee, Journal of Engineering Mechanics, **27**, 203 (1985).
- 7) R. Labbens, A. P. Tanon and J. Heliot, ASTM STP 590, 368 (1974).
- 8) F. Erdogan and G. C. Sih, Trans. ASME, Journal of Basic Engineering, **85**, 519 (1963).
- 9) H. S. Ang and H. Tang, "Probability Concepts in Engineering Planning and Design (Vol.1)" p.196 (1975) John Wiley & Sons.