プロセスゾーンを考慮したき裂進展の理論解析と実験的検証[†]

阿部 安秀* 中川 建治** 岡 千裕***

Analytical Solution for Crack Propagation Considering Process Zone and Verification by Experiment

by

Yasuhide ABE*, Kenji NAKAGAWA** and Kazuhiro OKA***

In this paper, a stress function is obtained for a problem of infinite isotropic plate containing a central straight crack subjected to normal uniform load. This function is composed of a finite stress concentration and a process zone at the tip of the crack. The validity of the function is obtained through numerical calculation and the limit of its application to a finite plate is considered. By applying this stress function to the data of fracture development obtained by experiment, an evaluation of the length of the process zone was made, which up to now has been uncertain in this type analysis.

The results support a conclusion that an analysis using this stress function is effective in evaluating the propagation of crack and the length of process zone.

Key words: Stress function, Process zone, Finite stress concentration, Crack progression, Experiment

1 緒 言

構造物の主要材料であるコンクリートあるいは構造物の基礎や地下構造物に関連する岩盤のき裂に関する研究では、き裂周辺の応力集中の解析は必要不可欠の研究課題である。き裂を有する板の2次元問題に関しては Westergaard¹⁾や Irwin²⁾以来多くの研究があるが、最も簡単な応力関数は Westergaard によって与えられたもので、線形破壊力学の解析的な基礎となっている。しかし、Westergaard の基本解はき裂先端における応力の特異性のため、実効的な応力値を与えることができない。線形破壊力学の分野においては、より実際の応力状態を表現し得るモデルとして Dugdale あるいは Barenblatt モデルがよく活用されている。³⁾Dugdale モデルは、き裂先端の応力分布が一定で、緻密な材料特性を持つ金属材料などには望ましいモデルと言える。他方、Barenblatt が論証している応力分布⁴⁾は、材料の降伏応力まで応力が穏やかに立ち上がるモデルであり、土木工学の主要材料であるコンクリートや基礎岩盤のき裂先端の応力分布の表現には適していると言えるが、具体的に活用し得る応力関数を示したものではない。著者等は、Westergaard の基本解の応力集中を平滑化することにより、Barenblatt モデルのように、き裂先端から塑性域相当の遷移区間(プロセスゾーン)を構成しつつ最大応力へ滑らかに移行するような状態を表現する応力関数を導き提案している。⁵⁾

この手法を、等方性の一様板⁶⁾や直交異方性体中のき裂の応力関数へ拡張したり、⁷⁾異材界面き裂の問題へ適

用⁸⁾して一応の成果を示し得た。しかし、これらの研究で残されている最も重要な課題は、解関数の中に設定するプロセスゾーン相当長さ b (以下 b と略記)を現実の研究対象に合わせて推定することである。

他方、佐久間らは岩盤の初期応力測定法の1つとして「ダブルフラクチャリング法」を開発している。⁹⁾この方法は、岩盤の孔内にウレタンチューブ製の載荷試験装置を挿入し、孔内載荷を行って孔内にき裂を発生させ、そのときの載荷圧力およびき裂発生位置から、岩盤の初期地圧を求めるものである。この測定法の検証実験の1つとして、モルタル供試体を用いた孔内載荷試験を行っている。¹⁰⁾この室内実験は目的が異なるため、本文で取り上げている理論解と荷重条件等が違っている。しかし、き裂が進展するに従い本研究の理論モデルに近似してくると考えられる。本文は、その適用限界を考慮しつつ、この実験のデータを用いて上記 b の長さの推定とき裂周辺の応力状態を求めることを試みたので、その結果について報告する。

ここではまず第1段階として、無限板内の直線状き裂の開口部を一様圧力によって押し開く問題の応力関数を導いている。従来の著者等の応力集中平滑化の解は Westergaard の解を基本とし、無限遠方で一様応力を受ける場合のもので開口部分の応力は0になる解であった。本研究では、開口部に内圧を作用させつつき裂先端で有限な応力集中を構成し得る応力関数を導き、き裂周辺で現実的な応力を求める事により、き裂進展の数値的評価をより合理的なものにしようとするもので

† 原稿受理 平成9年4月10日 Received Apr. 10, 1997

* 正会員 日本国土開発建築本部 〒107 東京都港区赤坂, Building Dept., JDC Co., Minato-ku, Tokyo, 107

** 正会員 岐阜大学工学部土木工学科 〒501-11 岐阜市柳戸, Dept. of Civil Eng., Gifu Univ., Yanagido, Gifu, 501-11

*** 日本国土開発技術開発研究所 〒243-03 神奈川県愛甲郡愛川町中津, T&R Div., JDC Co., Aiko-gun, Kanagawa, 243-03

ある。

第2段階として上述の孔内载荷装置で加圧されたモデル供試体の孔内载荷実験結果を用いて、プロセスゾーン b の長さを推定した。供試体応力の解析方法は、上記の応力関数と著者等が既に報告している無限遠方で一様応力を受ける場合の応力関数⁵⁾を重ね合わせる事により導くことが出来る。この手法では、き裂の進行に合わせて b の長さを数回の反復計算を行うことにより、速やかに推定することが可能である。

2 問題の定式化

2.1 Westergaard の解とその平滑化

既に著者等の報告⁵⁾で応力関数とその平滑化の方法は報告されているが、本研究の基礎となるので簡単に述べる。Fig. 1 に示すように Y 軸上に長さ $2a$ のき裂を持ち、無限遠方で $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_0, \tau_{xy} = 0$ を受ける無限板の解は、Westergaard によって与えられていて次のように表される。

Westergaard の基本解

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \nabla^2 W &= 0 \\ W &= \bar{z} \psi + \phi \\ \psi &= \frac{\sigma_0}{2} \sqrt{z^2 + a^2} \\ \phi' &= -\frac{\sigma_0}{2} \frac{a^2}{\sqrt{z^2 + a^2}} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\sigma_0}{2} R_e \left\{ -\frac{a^2(z + \bar{z})}{(z^2 + a^2)^{3/2}} + \frac{2z}{\sqrt{z^2 + a^2}} \right\} \\ \sigma_y &= \frac{\sigma_0}{2} R_e \left\{ \frac{a^2(z + \bar{z})}{(z^2 + a^2)^{3/2}} + \frac{2z}{\sqrt{z^2 + a^2}} \right\} \\ \tau_{xy} &= -R_e \left\{ i \frac{\sigma_0}{2} \frac{a^2(z + \bar{z})}{(z^2 + a^2)^{3/2}} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Fig. 1. Infinite plate containing a straight crack with uniform stress at infinite distance.

これらの式では σ_x は $z = \pm ia$ で特異点となり無限大となる。これは $z/\sqrt{z^2 + a^2}$ に起因しているが、この項は z あるいは a による積分は可能であって定積分は有限値となる。具体的には Fig. 2 に示すように、き裂先端からプロセスゾーンの区間 $(a, a+b)$ にわたって、重み関数 $\rho(t, a, b)$ を乗じつつ積分するのである。これによりき裂先端での無限大応力を解消し、プロセスゾーン区間に有限で滑らかな

応力を与える応力関数を式 (3) として導くことができる。著者等は、重み関数式として、矩形、1次式、2次式の各ケースを既に報告^{5), 6)}しているが、本文では省略する。

Fig. 2. Weight function ρ and its applied area.

$$\begin{aligned} \Phi(z) &= \frac{\sigma_0}{2} \sqrt{z^2 + a^2} \\ &= \frac{\sigma_0}{2} \int_{a_1}^{a_1+b_1} \rho(t_1) \sqrt{z + it_1} dt \\ &\quad \times \int_{a_2}^{a_2+b_2} \rho(t_2) \sqrt{z - it_2} dt \end{aligned} \quad (3)$$

2.2 き裂を押し開く分布荷重を持つ応力関数

2.2.1 集中荷重による応力関数と応力集中の平滑化 2つの半無限板の一部を連結することにより作られる外側き裂を有する板に、き裂を開口させる内圧が作用する問題に対する応力関数は、岩盤のくさび貫入破壊の研究の一環として著者等は既に報告している。¹¹⁾ 本文では Fig. 3 に示すように無限板の中心のき裂開口部に、部分的な一様圧力を作用させて開口を進行させる様な応力状態の解を導く。先ず Fig. 4 で示すように $Y=s$ に $\pm P$ の一対の集中荷重を作用させた応力関数を導く。この場合の応力関数を式 (4) のように仮定する。

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= \bar{z} \Psi_1 + \Phi_1 \\ \Psi_1' &= \frac{A}{(z - is) \sqrt{z^2 + a^2}} \\ \Phi_1'' &= z \Psi_1'' \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

詳細は割愛するが、集中荷重 P に対する A を求めると、

Fig. 3. Uniform load acting at the inside of crack.

$A = P \sqrt{a^2 - s^2} / 2\pi$ となる。これにより積分して $\Psi_1(z)$ を求めると式 (5) となる。

$$\Psi_1(z, s) = \frac{P}{4\pi} \times \log \left\{ \frac{a^2 + isz - \sqrt{a^2 - s^2} \sqrt{z^2 + a^2}}{a^2 + isz + \sqrt{a^2 - s^2} \sqrt{z^2 + a^2}} \right\} \quad (5)$$

Fig. 4. A pair of concentrated load.

き裂先端の応力集中を有限化するため、式 (5) を Fig. 5 に示すような一次式により、区間 $(a, a+b)$ において重み積分を行い平滑化を行う。得られた結果を式 (6) に示す。

Fig. 5. Applied weight function ρ_s .

$$\Psi_2(z, s, t) = \frac{P\rho_s}{4\pi} \left\{ \frac{t^2}{2} \log \left\{ \frac{t^2 + isz - \sqrt{t^2 - s^2} \sqrt{t^2 + z^2}}{t^2 + isz + \sqrt{t^2 - s^2} \sqrt{t^2 + z^2}} \right\} - \frac{1}{2} (z + is)^2 \log(\sqrt{t^2 - s^2} + \sqrt{t^2 + z^2}) + \frac{1}{2} \sqrt{t^2 - s^2} \sqrt{t^2 + z^2} \right\}_{t=a}^{a+b} \quad (6)$$

$$\rho_s = \frac{2}{(2a+b)b}$$

平滑化のための重み積分として、今回は一次式を採用したが、他の高次の重みによる積分は極めて煩雑になるため導き難い。しかし、第 3 章に示す数値計算例の計算結果から判断すると、ここで求めた応力関数で実用上不都合はないと考えられる。

2・2・2 一様分布荷重による応力関数 Fig. 6 に示すように開口部の分布荷重 p を中心位置 s_0 、分布幅 c とし、式 (6) を s について区間 $(s_0 - c/2, s_0 + c/2)$ にわたって積分する。得られた結果を式 (7), (8) に示す。

Fig. 6. Applied area of uniform load p .

$$\begin{aligned} \Psi_3(z, s, t) &= \frac{1}{c} \int_{s_0 - c/2}^{s_0 + c/2} \Phi_2(z, s, t) ds \\ &= B \left\{ \Psi_0 \left(z, s_0 + \frac{c}{2}, a+b \right) - \Psi_0 \left(z, s_0 + \frac{c}{2}, a \right) - \Psi_0 \left(z, s_0 - \frac{c}{2}, a+b \right) + \Psi_0 \left(z, s_0 - \frac{c}{2}, a \right) \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

$$B = \frac{P\rho_s}{8\pi c}$$

$$\begin{aligned} \Psi_0(z, s, t) &= \left[\left\{ t^2(s + iz) + \frac{i2}{3} z^3 \right\} \times \log \left\{ \frac{t^2 + isz - \sqrt{t^2 - s^2} \sqrt{t^2 + z^2}}{t^2 + isz + \sqrt{t^2 - s^2} \sqrt{t^2 + z^2}} \right\} - \frac{i2}{3} (t^2 + z^2)^{3/2} \log \left\{ \frac{s + i\sqrt{t^2 - s^2}}{s - i\sqrt{t^2 - s^2}} \right\} + \frac{1}{3} (s - iz)^3 \log(\sqrt{t^2 - s^2} + \sqrt{t^2 + z^2}) - \frac{i4z^3}{3} \log(s + iz) + \frac{1}{3} (s + 3iz) \sqrt{t^2 - s^2} \sqrt{t^2 + z^2} - \frac{1}{18} (s - iz)^3 - \frac{1}{18} (s + iz)^3 + \frac{iz}{2} (s + iz)^2 + 2sz^2 \right] \quad (8) \end{aligned}$$

無限板上の直線状き裂を押し開く一様分布荷重 p による応力関数は、上記の Ψ_3 を用いて下式のように表される。

$$W = \bar{z}\Psi_3(z) + \Phi_3(z) \quad \text{ここで、} \Phi_3'' = z\Psi_3'' \quad (9)$$

式 (9) において b と材料の物性値が確定出来れば、一様分布荷重 p による応力と変位を求めることが可能となり、き裂進展に対する数値シミュレーションに利用出来る。この課題に関連する多くの研究では、FEM (有限要素法) や BEM 理論 (境界要素法) が活用されている。他方、円孔周辺のき裂に関する面内力問題に関する研究も報告されているが^{12), 13)} それらは応力拡大係数で表現されたものであって、応力が穏やかに立ち上がる Barenblatt モデルに関連するものではない。本研究で用いている解析理論は以下の特徴を持ち、き裂を有する平板の解析においては上記の方法と比較すると、より簡便にかつ精度の高い結果を得ることが出来る。

(1) 関数で表現するため、開口部やき裂先端部のような応力急変部でも、変位や応力変化を明確に表現する事が可能である。

(2) 少ない関数の重ね合わせで周辺の境界条件が精度良く満足される。少ない選点条件で関数の未定係数を決定した後、変位や応力のどのような詳細図も簡単に描くことが可能である。

3 数値計算例

この章では、第2章で導いた応力関数が、所定の境界条件を満足していることを関数曲面をもって示し、さらにその適用範囲について検討を加える。

3・1 無限板上のき裂に一樣内圧が作用する場合の計算例

長さ 10cm のき裂 ($a = 5\text{cm}$) を有する無限板においてき裂内に作用する内圧を、荷重強度 3MPa、作用幅 $c = 6\text{cm}$ として計算した。また $b = 1\text{cm}$ と仮定し、必要な定数をそれぞれヤング係数 $E = 18.1\text{MPa}$ 、ポアソン比 $\nu = 0.167$ とした。計算結果のうち X 方向変位分布図を Fig. 7 に、X 方向応力 σ_x 分布図を Fig. 8, 9 に示す。Fig. 9 は、き裂部分およびプロセスゾーン相当部分の Y 軸上 σ_x を拡大したものである。特性の認識を目的としているため、縦軸のスケール等の詳細データは割愛する。開口部の一樣圧縮力の分布やプロセスゾーンでの応力分布の状況が、設定条件を満足するとともに、Barenblatt モデルとしてプロセスゾーン相当部分を近似的に表現出来得るものであることが判定されよう。

Fig. 7. Distribution of displacement μ at the vicinity of crack in infinite plate.

Fig. 8. Distribution of stress σ_x at the vicinity of crack in infinite plate.

き裂近傍の最大引張応力は $\sigma_{x\max} = 3.4\text{MPa}$ を示している。いま、材料の引張強度を $\sigma_{t0} = 3\text{MPa}$ と仮定すると、

Fig. 9. Amplified figure for stress σ_x along Y axis.

き裂は進展することになる。最大引張応力値は、 a , b , c 各長さの値に影響されるが、いま b , c を一定とし理論上 $\sigma_{x\max} = \sigma_{t0}$ の位置まで a が進行すると仮定して、この位置を逆算で求めると、き裂が長さ 13cm ($a = 6.5\text{cm}$) になったとき釣り合うという結果が得られる。このように、 σ_{t0} と b 値を推定することが可能であれば、き裂に内圧が作用した場合のき裂進展の有無および進展の長さ a を、式 (9) により求めることが可能である。

3・2 矩形板中央のき裂に一樣内圧が作用する場合の計算例

次に中央にき裂を有する矩形板 (幅 90cm × 奥行 90cm, き裂長 $2a = 10\text{cm}$) についての数値計算例を示す。

2・2 節で求めた基本解は無限板に対する応力解であるため、有限な矩形板モデルの周辺境界条件を満足しない。しかし開口部の内圧分布の条件だけは満足している。周辺自由という境界条件に関しては、き裂近傍から離れた部分の応力は急速に一樣化していることに着目して、次のような重ね合わせ法を用いる。供試体の境界線が近似的に応力の対称軸になるように、($X = 0\text{cm}$, $Y = \pm 90\text{cm}$) の位置にき裂中心を持つ 2 つの仮想き裂解をそれぞれ未定係数を乗じて配置する。関数に乘じる未定係数は、境界線上の適当な点で応力条件 ($\sigma_x = 0$ または $\sigma_y = 0$ および $\tau_{xy} = 0$) が満足されるように選点法で決定する。

Fig. 10. Stress σ_x along Y axis at the area including two supposed cracks for the case of square plate.

3・1 節と同じ荷重条件で計算をおこなうと、最大引張応力は $\sigma_{x\max} = 3.55\text{MPa}$ となる。また閉じ合わせ誤差としての自由辺での応力は $Y = \pm 45\text{cm}$ で、 $\sigma_{y\max} = 5.086 \times 10^{-2}\text{MPa}$ 、 $\tau_{xy\max} = 1.462 \times 10^{-3}\text{MPa}$ 、 $X = \pm 45\text{cm}$ で $\sigma_{x\max} = 5.265 \times 10^{-2}\text{MPa}$ 、 $\tau_{xy\max} = -2.036 \times 10^{-2}\text{MPa}$ が得られる。

この閉じ合わせ誤差を最大引張応力度の比で表すと σ_y 、 σ_x はそれぞれ 1.43, 1.48%, また τ_{xy} はそれぞれ 0.04, 0.57% となる。Fig. 10 に仮想き裂を含めた Y 軸上の σ_x 分布を示すが、3 個の関数を平行移動して重ねあわせるだけでほぼ境界条件を満足していることが分かる。

次にき裂先端と自由辺までの距離と閉じ合わせ誤差の関係を求め、この応力解の適用範囲を検討した。Fig. 11 に、き裂長と閉じ合わせ誤差の関係を示す。a が 25cm 以上、つまりき裂先端と自由辺との距離が 20cm より小さくなると誤差の増加が顕著になる。この応力関数のみを平行移動させ重ね合わせる近似解法の適用限界といえる。き裂先端が自由辺に近づいた場合には、本応力関数に低次のフーリエ級数解のような重調和関数をさらに重ねて、選点法によって周辺上と開口部の境界条件を整合させる手法が望ましい。

Fig. 11. Error to the boundary conditions with relation to the half length of crack a .

4 孔内荷重実験の概要と実験結果

参考文献¹⁰⁾で報告されている孔内荷重実験結果に対して第2章で求めた応力関数を適用するが、本章ではこの実験の概要と結果について簡単に述べる。

4・1 実験概要

実験に用いた供試体は、モルタル製 ($\sigma_c = 34.9\text{MPa}$, $\sigma_t = 2.6\text{MPa}$, $E_c = 18.1\text{GPa}$) で幅 90cm × 奥行 90cm × 高さ 30cm のサイズであり、この供試体中央に直径 76mm の孔を削孔している。Fig. 12 に供試体の概念図を示す。実験は、この供試体を反力装置に装入し、フラットジャッキにより周辺に沿って水平方向から一定の拘束圧を作用させた状態で、供試体中央で孔内荷重試験を実施したものである。周辺の拘束圧は、Y 方向の圧力 p_0 を 5.0MPa、X 方向の圧力 q_0 を 2.5MPa に設定している。供試体表面のき裂発生方向の近辺には孔内荷重を行う前

にあらかじめひずみゲージを原点より Y 軸に沿って L_k の距離に 7 枚 ($k=1\sim 7$) 貼付している。ひずみゲージはき裂による破断を避けるため、き裂が発生する位置からゲージ端部を 10mmX 方向に偏位して貼付されている。

Fig. 12. Conceptual figure for the experimental model.

4・2 実験結果

Fig. 13 に実験結果に基づく荷重圧力とひずみの関係を示す。孔内荷重が開始されて荷重圧が大きくなるにつれてひずみがほぼ直線的に増大していき、き裂が進展してしていくのが分かる。そのき裂がゲージ近傍を通過すると、ひずみ量は減少し始めるとみなして良いので、ひずみ量が最大値を示した点がプロセスゾーンの先端であって、最大応力が発生したと考えられる。

Fig. 13. Strains with relation to load p applied to the inside of bore hole.

5 応力関数による解析結果と実験結果の比較

5・1 解析モデル

実験の解析モデルを、Fig. 14 に示す。実際には孔壁放射方向に分布する孔内荷重圧力 p を、直線き裂に対し孔径と同幅に矩形分布する一様な圧力としているので、荷重圧の Y 方向成分の影響およびき裂の進展に対する円孔形状の影響は考慮していない。塑性域としてのプロセスゾーンが形成された以後は、円弧状荷重と直線状荷重による応力状態は近似するものと考えられ、解析の第1ステップをき裂発生後としている。したがって、ここ

実験値のほうがやや大きな値となっているが、オーダー的にはほぼ同程度の結果が得られている。

5・4 き裂周辺応力と変位図

S-2 ($L_k = 76\text{mm}$, $a = 66\text{mm}$, $b = 10\text{mm}$, $p = -9.4\text{MPa}$)の解析結果を Fig. 15 から Fig. 18 に示す。Fig. 15 は、Y 軸上の X 方向応力 σ_x を拡大して示したものである。一様内圧およびそれによって生じたき裂先端の平滑化された応力がよくわかる。Fig. 16, 17 は、X 方向変位量 u , X 方向応力 σ_x の分布を 3 次元的に図示したものである。

また Fig. 18 は、き裂先端部分 ($X = -15 \sim +15$, $Y = 6.6 \sim 16.6$) での X 方向ひずみ ϵ_x の 3 次元分布を X 軸平

Fig. 15. Amplified figure for stress σ_x along Y axis of CASE B (loading step S-2).

Fig. 16. Distribution of displacement u for CASE B (loading step S-2).

Fig. 17. Distribution of stress σ_x for CASE B (loading step S-2).

Fig. 18. Projection of strain ϵ_x in the area of $Y \geq 6.6$ of CASE B (loading step S-2).

行面に投影した図である。図よりゲージ付近は、 ϵ_x の変化率が大きい位置である事が分かる。このような状況でも、Table II に示される程度の誤差で、実験値と計算値が近似している事は、この応力関数ならびにこの実験方法の有用性を示すものと思われる。

6 結 言

開口部に一様内圧を作用させ、き裂を強制開口する問題で応力集中を平滑化した応力関数を導いた。この応力関数は、プロセスゾーン相当部分を構成してかつ有限な応力集中を与える解として活用し得ることが判った。また、プロセスゾーンの長さが推定出来れば、き裂進展の判定とその進展の長さの推定にも応用出来ることを示し得た。

次に室内実験の結果をもとにき裂の進展に合わせて応力状態を計算した。第 5・1 節でも述べたように、解析モデルの荷重条件は実験モデルの荷重条件を厳密に表現したものではない。このため、実験モデルにおける円孔上から発生した初期段階のき裂周辺の応力および変位状態を正確に表し得たものではない。しかし、き裂が進展し、き裂先端と荷重作用位置が離れるにしたがい、解析モデルと近似してくるので解析解とみなしてよく、き裂先端の最大引張応力がき裂進展の判定要素となり、第 2 章で求めた関数が破壊の数値シミュレーションに適用可能と考える。

しかしながら、周辺の一様圧力の境界条件に対して、き裂先端が自由辺に近づくとき、本計算例のような解関数の平行移動による重ね合わせだけでは、境界条件に対する誤差が大きくなる。境界条件に対する誤差を縮小するには、平滑な級数解を重ね合わせる選点法で対処可能と考えるが次の機会に報告したい。

また、著者等の一連の研究において、重要な課題として残されていたプロセスゾーン相当部分の長さも、パラツキはあるものの 10mm 前後と現実的な値が得られた。限られた実験例ではあるが、本実験によりプロセスゾーン長 b を求める方法についての方向性を示し得た成果は大きいと考える。また、応力拡大係数が支配的なパラメーターとなる緻密な組織の金属材料の破壊力学に対して、混成材料で構成されき裂先端でヘアークラックやマイクロクラックが広く発生するようなコンクリートや岩盤の破壊力学により適合すると思われる応力関数の有用

性を示したことになる。き裂の発生、進展評価の基準となる最大引張応力は、プロセスゾーンの長さ b に依存するが、個々の材料に対して基準となる b の値はまだ得られていない。その物性論的な特性の把握とその長さについての実験等の積み重ねが今後の課題である。

参 考 文 献

- 1) H. M. Westergaard, J. of Applied Mechanics, **33**, A-49 (1939) ASME.
- 2) G. R. Irwin, J. of Applied Mechanics, **24**, 361 (1957) ASME.
- 3) 岡村弘之, “線形破壊力学入門” (1976) 培風館.
- 4) G. I. Barenblatt, PPM. 23, **3**, 434 (1959).
- 5) 段 樹金, 児島弘行, 中川建治, 土木学会論文集, No.374, I-6, 399 (1986).
- 6) 栖原秀郎, 中川建治, 土木学会論文集, No.501/I-29, 65 (1994).
- 7) 長瀬裕信, 中川建治, 土木学会論文集, No.507/I-30, 53 (1995).
- 8) 藤井康寿, 中川建治, 土木学会論文集, No.502/v-25, 23 (1994).
- 9) 佐久間彰三, 菊地慎二, 水田義明, 世良田章正, 土木学会論文集, No.406/III-11 (1989).
- 10) 佐久間彰三, 菊地慎二, 中村哲也, 岡 千裕, 土木学会第23回岩盤力学シンポジウム講演論文集, p.142 (1991).
- 11) 栖原秀郎, 藤井康寿, 中川建治, 土木学会論文集, No.528, VI-29 (1995).
- 12) 石田 誠, “き裂の弾性解析と応力拡大係数” (1976) 培風館.
- 13) Y. Murakami, “Stress Intensity Factors Handbook”, Vol.1 (1987) Pergamon Press.