関数近似法を用いた遺伝的アルゴリズムによる積層複合材料の設計手法[†]

座 古 勝* 高 野 直 樹* 竹 田 憲 生**

Design Procedure for Laminated Composites Based on Genetic Algorithm with Function Approximation

by

Masaru ZAKO*, Naoki TAKANO* and Norio TAKEDA**

In this paper, a design procedure for laminated composite structures based on GA (Genetic Algorithms) with function approximations is proposed. Design variables considered to enhance the rigidity of the laminated composite structure are the number of laminae, the fiber orientations and the stacking sequence. The fiber orientations are chosen from some prepared angles. In the proposed procedure, the rigidity of laminated composites is approximated by means of weighing coefficients and transformed elastic constants at the prepared angles. The proposed approximate function can be thought of response surfaces, because the weighing coefficients are adjusted with pairs of input and output data. The effective approximation is generated using auxiliary information about the principal stress distribution. The approximate function is used as the objective function of GA and can be evaluated without finite element analysis. As a result, the proposed procedure can reduce computational cost remarkably. In this paper, the detail of our developed design procedure and data sampling scheme are described.

Key words: Genetic algorithms, Function approximation, Laminated composite, Stiffness design, Fiber orientation, Stacking sequence, Computational cost

1 緒 言

複合材料から成る構造物を設計対象とする場合、金属材料と比較して設計変数が多くなるため、コンピュータを用いた設計が非常に有効となる。しかし、依然としてコンピュータによる数値解析に要する計算負荷は大きく、最適設計のように数値解析が繰り返し要求される場合は多大な計算負荷が必要となる。¹⁾これに対し、数値解析が必要な目的関数を比較的計算負荷の軽い近似関数で代用し、最適化を実行する手法が提案されている。²⁾このような関数近似に基づく最適化手法の中でも、特に並列処理が可能な応答曲面法 (Response Surface Method) が近年注目されている。複合材料構造物の設計への適用例として Brown ら³⁾の研究があるが、応答曲面法は目的関数として代用する関数の近似精度が得られる解に多大な影響を及ぼすという欠点がある。この欠点を補うため、著者ら^{4), 5)}は関数近似法と遺伝的アルゴリズム (GA: Genetic Algorithms) を併用した積層複合材料構造物の設計手法を提案してきた。GA では最適解近傍の解を複数確保できるため、この特徴を利用して近似精度の影響を軽減できる。また、本研究では積層板各層の繊維配向角を離散値の設計変数とするため、解くべき問題は組合せ最適化問題となる。さらに、繊維配向角と剛性の関係は多峰性となるため、GA の適用が効果的となる。

本論文では、主に近似関数の生成方法および近似精度

が解に及ぼす影響について考察する。なお、例題については、その考察が容易に行える矩形板の剛性設計をとりあげた。一般的な応答曲面法では、実行可能領域上で一様な精度を有する近似関数を生成する。しかし、このような大域的な近似関数は最適解の発見に必ずしも有効ではない。提案手法では問題固有の経験的情報を近似関数の生成に反映させることにより、最適解近傍の局所的領域においても精度の良い近似関数の生成を試みる。その結果、従来法では困難であった大域的最適解の早期発見が可能となったので、そのことについて記述する。

2 解 析 手 法

2・1 最適化問題の定式化

本研究では積層複合材料の積層枚数および各層の繊維配向角を設計変数とした最適化問題を取り扱う。ここで、以下のような制約を設ける。

(1) 製造工程との対応を重視し、繊維配向角は座標軸から異なる角度をなす 8 方向 ($0^\circ, \pm 30^\circ, \pm 45^\circ, \pm 60^\circ, 90^\circ$) に限定する。ただし、より良い物性値を得るためには考慮する方向を増加すればよく、本手法を変更する必要はない。

(2) カップリング効果の影響を除去するため、プリプレグシートの積層方法は対称積層とする。

設計対象は板厚が各部で一樣な積層複合材料の構造物とする。そして、構造物上に設けた着目点の変位を設計

[†] 原稿受理 平成 9 年 6 月 30 日 Received June 30, 1997

* 正 会 員 大阪大学大学院工学研究科生産科学専攻 〒565-0871 吹田市山田丘, Dept. of Manufacturing Science, Graduate School of Eng., Osaka Univ., Yamadaoka, Suita, 565-0871

** 学生会員 大阪大学大学院工学研究科生産科学専攻 〒565-0871 吹田市山田丘, Dept. of Manufacturing Science, Graduate School of Eng., Osaka Univ., Yamadaoka, Suita, 565-0871

許容値以下とする制約の下、積層枚数が最も少ない積層構成を求める。積層枚数が同一の場合は、変位が最も小さい積層構成を解とする。提案手法では、この最適化問題を2分割して考える。つまり、Fig. 1に示す積層複合材料構造物の重量（積層枚数）最小化問題 (P1) と積層枚数一定の下での各層の繊維配向角の最適化問題 (P2) の2つである。ただし、(P1) の過程で (P2) の最適化を実行することになる。したがって、本研究で扱う最適化問題は以下のように定式化される。

$$(P1) \text{ Minimize } W \propto n$$

$$\text{Subject to } \delta(n, \theta) \leq \delta_c \quad (1)$$

$$(P2) \text{ Minimize } \delta(\theta)$$

$$\text{Subject to } n = \text{const.} \quad (2)$$

ここで、 W は構造物の重量であり、積層枚数 n に比例する。また、 δ は着目点変位、 δ_c はその設計許容値である。 θ は積層された各ラミナの繊維配向角を表現するベクトルであり、積層板が n 層から成る場合、 $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}^T$ である。

2・2 積層枚数決定法

Fig. 1 に示すように繊維配向角最適化の前に積層枚数の設定を行う。まず、着目点変位が設計許容値と等しくなる等方性の縦弾性係数 E^{iso} と板厚 h^{iso} の組合せを求める。ただし、 E^{iso} は製作を考え、繊維方向の縦弾性係数 E_L 以下とする。また、対称積層の制約を満足するため、 h^{iso} はプリプレグシート2枚の板厚の倍数とする。算出した E^{iso} と h^{iso} の組から、最小の h^{iso} を選択し、対応する積層枚数を初期枚数とする。積層枚数設定後、繊維配向角最適化を行うが、制約条件が満足されなければ、積層枚数を2枚増加させ、再び繊維配向角の最適化を行う。

2・3 剛性を表現する近似関数

薄板の引張りおよび曲げの場合、変位と剛性は反比例の関係にある。そこで、剛性を $f(\theta)$ とし、着目点変位を

$$\delta(\theta) = \frac{C}{f(\theta)} \quad (3)$$

と書く。ここで、 C は積層構成に左右されない定数とする。変位を最小とするためには剛性 $f(\theta)$ を最大にすべ

ばよい。そこで、提案手法では前述の最適化問題 (P2) に代わり、 $f(\theta)$ を目的関数として最適化問題

$$(P2') \text{ Maximize } f(\theta)$$

$$\text{Subject to } n = \text{const.} \quad (4)$$

を解く。次に、剛性 $f(\theta)$ を表現する近似関数を定義する。一般に、薄板の引張りおよび曲げ変形に対する剛性は、縦弾性係数と板厚より決定されるが、最適化問題 (P2') のように板厚（積層枚数）を一定とする場合、剛性は縦弾性係数にのみ依存する。また、負荷形態が複雑になると、多方向の縦弾性係数が変形に複雑に関与すると考えられる。そこで、積層複合材料の縦弾性係数⁶⁾を繊維配向角と同じ8方向で定義し、その重み付き線形和で剛性を表現する。

$$f(\theta) = w^T E(\theta) \quad (5)$$

ここで、 w は変形に対する縦弾性係数の感度を表す8次元の重み係数ベクトル、 $E(\theta)$ は8次元の縦弾性係数ベクトルである。式 (5) の評価は簡単な積和演算で行えるため、大幅な計算時間短縮が図れる。

設定された積層枚数（板厚 h^{iso} ）に対し、式 (3) の定数 C は以下のように決定する。2・2節で構造物が縦弾性係数 E^{iso} の等方性材から成る場合に着目点変位が設計許容値 δ_c に等しいとしたので

$$C = \delta_c E^{iso} \sum_{i=1}^8 w_i \quad (6)$$

が成り立つ。したがって、 w_i ($i = 1 \sim 8$) の和を決定すれば、定数 C が算出できる。 w_i ($i = 1 \sim 8$) の和は予め設計者が設定することにした。

2・4 繊維配向角最適化手法

最適化問題 (P2') を GA で解くことにより、繊維配向角最適化を行う。その際、式 (5) を目的関数とするが、式 (5) の重み係数は未知である。そこで、既知の入出力データを利用し、逆問題を解くことにより重み係数を決定する。 m 組の入出力データを利用する場合、異なる m 通りの積層構成 θ^j ($j = 1 \sim m$) を用意し、各積層構成に対する着目点変位 δ_{FEM}^j ($j = 1 \sim m$) を有限要素解析により求める。重み係数の決定には、縦弾性係数ベクトル $E^j (= E(\theta^j))$ を入力データ、式 (3) に δ_{FEM}^j を代入して得られる剛性

$$f_{FEM}^j = \frac{C}{\delta_{FEM}^j} \quad (7)$$

を出力データとする。結局、Fig. 2 に示すような3つのステップにより最適な繊維配向角を決定する。以下、その詳細を記述する。

2・4・1 重み係数の決定に用いる入出力データの選択 (P2'-1) Fig. 3 に示すように、大域的近似のためのデータ mk 個 ($0 \leq k \leq 1$) に経験的情報に基づくデータ m ($k-1$) 個を加え、近似関数を生成する。

(1) 大域的近似のための入出力データ 乱数により積層構成 θ^j ($j = 1 \sim n$) を発生させ、 θ^j をもとに入力データ集合 E^j ($j = 1 \sim n$) を生成する。この集合から、回帰分析の概念を利用して入力データを mk 個選択する。 m

Fig. 1. Definition of optimization problem.

個の入出力データを

$$\mathbf{f} = \{f^1, f^2, \dots, f^m\}^T \quad (8)$$

$$\mathbf{Y} = \{\mathbf{E}^1, \mathbf{E}^2, \dots, \mathbf{E}^m\}^T \quad (9)$$

と書くと、重み係数 $\mathbf{w}$ の決定は

$$\mathbf{f} = \mathbf{Y}\mathbf{w} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (10)$$

の $\boldsymbol{\varepsilon}$ を最小とする $\mathbf{w}$ の最小 2 乗推定と等価である。ここで、 $\boldsymbol{\varepsilon} = \{\varepsilon^1, \varepsilon^2, \dots, \varepsilon^m\}^T$ であり、モデル化した式 (5) の誤差と考える。式 (10) のように定式化されたモデルは標準線形回帰モデルと見なせ、 $\mathbf{f}$ は従属変数、 $\mathbf{Y}$ は独立変数、 $\mathbf{w}$ は回帰係数に相当する。回帰係数 $\mathbf{w}$ の信頼係数 $1 - \alpha$ の同時信頼区間は以下ようになる。⁷⁾

$$\tilde{\mathbf{w}}^T \mathbf{E} \pm s \sqrt{p F_{p, m-p}^{-\alpha} \mathbf{E}^T (\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{E}} \quad (\text{for all } \mathbf{E}) \quad (11)$$

$\tilde{\mathbf{w}}$ は $\mathbf{w}$ の最小 2 乗推定量、 s は誤差分散の不偏推定量の平方である。また、 $F_{p, m-p}^{-\alpha}$ は自由度 ($p, m - p$) の F 分布の $100\alpha\%$ 点である。 p は回帰係数 $\mathbf{w}$ の次元であり、本研究では 8 である。

式 (11) の同時信頼区間の幅は、回帰係数の推定の精度を表現する。データ数が同じ場合でも、その選び方により $\mathbf{E}^T (\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{E}$ が変化し、回帰係数の推定精度が変化する。そこで、任意の $\mathbf{E}$ に対し、 $\mathbf{E}^T (\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{E}$ を最小とする入力データを選択することを考える。これにより、任意の $\mathbf{E}$ に対し信頼区間の幅が一様に小さくなるため、大域的近似が達成される。 $(\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})^{-1}$ は対称行列だから、最大固有値を $\lambda_{\max}$ とすると、不等式

$$\mathbf{E}^T (\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{E} \leq \lambda_{\max} \mathbf{E}^T \mathbf{E} \quad (12)$$

が成り立つ。以上より、大域的近似を達成するためには、行列 $(\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})^{-1}$ の最大固有値を最小とする入力データの組合せ $\mathbf{E}^j$ ($j = 1 \sim mk$) を発生させたデータ集合から選択すればよい。この選択は組合せ最適化問題となるため、GA を適用する。同一データの重複選択を避けるため、交叉には部分一致交叉⁸⁾を用いる。

(2) 経験的情報に基づく入出力データ 主応力方向への繊維強化は、変位の抑制に有効であるという経験的情報を利用する。つまり、主応力方向の縦弾性係数は変形に大きく関与すると考え、構造物に生じる主応力分布から各方向の縦弾性係数の変形に対する感度 (重み係数 $\mathbf{w}$ に相当) を判断する。そこで、構造物中の主応力分布を定量化するためのヒストグラムを以下の手順で作成する。

(a) 2・2 節で E^{iso} と h^{iso} の組合せを求めるため有限要素解析を実行するが、その際に要素毎の主応力を同時に把握する。

(b) 主応力を繊維配向角と同じ 8 方向の内でも近い方向の軸に座標変換する。

(c) 全ての要素について、各方向毎に要素の面積と座標変換後の応力の絶対値の積を累算し、正規化する。ヒストグラムにおいて、頻度が大きな方向に繊維強化すべきと考え、頻度値を重み係数 $\mathbf{w}$ とする。続いて、得られた重み係数 $\mathbf{w}$ を採用し、式 (5) を目的関数として GA を実行する。この GA の目的は主応力に関する情報に適合する積層構成を確保することであり、目的関数の評価値 (適応度) の高い積層構成を確保する。これは通常の GA⁹⁾ による手続きで行われる。確保した積層構成から適応度の高い順に $m(1-k)$ 個を選択し、選択された積層構成 θ^j に対する縦弾性係数ベクトル $\mathbf{E}^j$ を経験的情報に基づく入力データとする。

入力データの選択後、有限要素解析により積層構成 θ^j ($j = 1 \sim m$) に対する着目点変位 δ_{FEM}^j ($j = 1 \sim m$) を求め、式 (7) に代入して出力データ f_{FEM}^j ($j = 1 \sim m$) を得る。

2・4・2 重み係数の決定 (P2'-2) 前述の (P2'-1) ステップで選択された入出力データ $(\mathbf{E}^j, f_{FEM}^j)$ ($j = 1 \sim m$) を利用し、ニュートン法により 2 乗誤差

$$error = \sum_{j=1}^m (\mathbf{w}^T \mathbf{E}^j - f_{FEM}^j)^2 \quad (14)$$

を最小とする重み係数を求める。

2・4・3 GA による解の探索および最適解決定 (P2'-3) 重み係数の決定後、式 (5) を目的関数として GA で繊維配向角の最適化を行う。この最適化は通常の GA⁹⁾ の手続きで行い、最適化過程で出現する各世代で最も優れた評価値を有する積層構成を最適解の候補として確保しておく。このように、GA では最適解に加え、最適解近傍の解を確保できる。探索終了後、確保された候補に対して有限要素解析を適用し、着目点変位が最小である積層構成を最終的に解とする。候補数を増加させ

Fig. 2. Algorithm to optimize the fiber orientations and the stacking sequence.

Fig. 3. Selection of data to construct approximate function.

ば、より優れた解が得られる可能性があるが、有限要素解析の回数が増加するため計算負荷が大きくなる。関数近似法は目的関数の近似精度が得られる解に多大な影響を及ぼす欠点があるが、提案する解の決定方法により、この影響を緩和できる。

3 近似精度と最適解

3・1 大域的近似と最適解

大域的近似のデータを 100% ($k = 1.0$) とした場合について、生成される近似関数の精度と得られる最終解を調査した。調査に用いた設計対象を Fig. 4 に示す。着目点は矩形板の重心とし、変位の設計許容値は z 方向に 10mm とした。また、積層されるプリプレグシートは繊維含有率 60%、板厚 0.125mm の CFRP (T300/Epoxy) とした。なお、有限要素解析には三角形平面シェル要素を用い、規則的な要素分割を行った。提案手法を適用した結果、最適な積層枚数は 8 となった。対称積層の仮定および繊維配向角は 8 種類から選択することを考慮すれば、積層枚数 8 に対し、4096 ($= 8^4$) 通りの積層構成が存在する。

まず、大域的近似のデータを 100% ($k = 1.0$) として決定した関数の近似精度を調査した。比較のため、大域的近似のデータを 50% ($k = 0.5$) および 0% ($k = 0.0$) とした場合についても調査した。ここで、重み係数の決定に用いる入出力データ数は 30 とした。近似精度の調査は、式 (5) を式 (3) に代入して得られる変位の概算値

$$\delta_{\text{EST}} = \frac{C}{w^T E(\theta)} \quad (15)$$

と有限要素解析により算出される変位 δ_{FEM} を全積層構成について比較することにより行った。Fig. 5 に調査の結果を示す。Fig. 5 (a) は大域的近似のデータを 100% とした場合であり、全積層構成について $\delta_{\text{EST}} \div \delta_{\text{FEM}}$ となっている様子が確認できる。すなわち、大域的近似のデータを 100% とした場合、実行可能領域の全域で適度な精度を有する近似関数が生成されることがわかる。また、Fig. 5 (b) は大域的近似のデータを 50% とした場合であるが、100% の場合と同様の傾向が見られる。一方、Fig. 5 (c) の大域的近似のデータを 0% とした場合は、 δ_{EST} と δ_{FEM} に相関関係は見られない。

次に、大域的な近似関数を採用した場合に得られる最終解を調査した。入出力データ数を 30、大域的近似のデータを 100% ($k = 1.0$) とし、様々な候補数を採用し

Fig. 4. Laminated composite rectangular plate under uniform pressure.

(a) Data for global approximation 100% ($k=1.0$)

(b) Data for global approximation 50% ($k=0.5$)

(c) Data for global approximation 0% ($k=0.0$)

Fig. 5. Relation between the estimated displacement and the displacement calculated by FE-analysis.

Table I. Displacement obtained for various number of candidates.

	The number of candidates			
	1	10	20	30
Disp. (mm)	9.62	9.22	8.60	8.26

て得られた最終解の変位を Table I に示す。解の候補数を 1 として最終的な解を決定することは、一般的な数値計画法と応答曲面法を併用し最適化を行った場合に相当する。また、試行毎に近似関数の生成に用いる入出力データが異なるため、試行毎に得られる解が異なる。したがって、表中の各値は 10 回の試行の平均値である。Fig. 4 の設計対象について全積層構成の変位を調査した結果、最適な積層構成は $[90_4]_s$ であり、その変位は 7.84mm であった。⁴⁾これを考慮すると、Table I から最適解を得るためには大域的な近似が必ずしも有効でないことがわかる。ただし、提案する解の決定方法を適用した場合、解の候補数の増加に伴い、得られる最終解の変位が改善されている。したがって、GA と応答曲面法の併用により、関数の近似精度が解に及ぼす影響を軽減できると考える。

3・2 経験的情報に基づく近似と最適解

経験的情報に基づくデータを利用することにより、最適解近傍での近似精度および最終的に得られる解がどのように変化するかを調査した。大域的近似精度を Fig. 5 で調査したが、最適解近傍の近似精度を調査するため、変位の小さい領域を拡大して Fig. 6 に示す。Fig. 6 (a) は大域的近似のデータを 100% ($k=1.0$)、Fig. 6 (b) は 50% ($k=0.5$)、Fig. 6 (c) は 0% ($k=0.0$) とした場合である。Fig. 6 (a) では δ_{EST} と δ_{FEM} に相関関係が見られないのに対し、Fig. 6 (c) では変位の小さな領域において δ_{EST} と δ_{FEM} は線形の傾向にあり、 $\delta_{EST} \div \delta_{FEM}$ が成立している。また、Fig. 6 (b) は両者の中間的な傾向を示している。以上から、主応力に基づく経験的情報を近似関数の生成に反映させることにより、最適解近傍の局所的領域で精度の良い近似関数が得られることがわかる。一方、大域的な近似関数を生成した場合、最適解近傍で望ましい近似精度が得られていない。これより、大域的な近似関数では大域的最適解が得られない Table I の結果が理解できる。

入出力データの選択方法を変化させ、得られた最終解の変位を Table II に示す。ここで、入出力データ数は 30 とし、最終的な解は候補数を 20 として決定した。また、表中の各値は 10 回の試行の平均値である。Table II より、経験的情報に基づくデータの増加に伴い優れた解が得られる傾向が見られる。これは経験的情報の利用により、最適解近傍が精度良く近似されることに起因する。また、大域的近似のデータが 50% および 75% の場合、大域的最適解からの変位の誤差は 1% 未満である。したがって、大域的近似のデータが 50% および 75% の場合は候補数を増加すれば大域的最適解が得られる可能性があると考えられる。

最適解近傍の近似精度を向上させるため、応答曲面法ではデータの選択および回帰係数（重み係数）の決定が繰り返される場合がある。¹⁰⁾一方、提案手法は問題固有の経験的情報を有効に利用し、通常困難である最適解近傍の局所的領域での近似を達成することで、大域的最適解

(a) Data for global approximation 100% ($k=1.0$)

(b) Data for global approximation 50% ($k=0.5$)

(c) Data for global approximation 0% ($k=0.0$)

Fig. 6. Relation between the estimated displacement and the displacement calculated by FE-analysis.

Table II. Displacement obtained for various ratio of data for global approximation.

	k				
	1.00	0.75	0.50	0.25	0.00
Disp. (mm)	8.60	7.89	7.91	7.84	7.84

の早期発見が望める特徴を有する。Fig. 4 の設計対象では大域的近似のデータを 0% ($k = 0.0$) とした場合に最も良い結果が得られた。しかし、大域的近似を無視した場合、最適解近傍以外での近似精度の悪さが原因となり、正常な解の探索が行われない可能性がある。したがって、大域的近似のデータに経験的情報に基づくデータを加え、大域的な近似と最適解近傍の局所的近似の両者を達成するのが好ましいと考える。その際、満足すべき局所的近似の精度は解の決定に用いる候補数に大きく左右される。したがって、最適解近傍の近似精度と解の決定に用いる候補数の関係についても今後調査を行う必要があると考える。

4 結 言

本論文では、積層複合材料構造物の剛性設計問題を定式化し、関数近似法と GA を併用した設計手法について述べた。また、近似関数の生成方法が得られる解に及ぼす影響を調査した。得られた結果を以下に示す。

(1) GA は最適解近傍の解を確保できる特徴を有するため、関数近似法と組合せることにより目的関数の近似精度が解に及ぼす影響を軽減できる。

(2) 大域的な近似関数は最適解の発見に必ずしも有効ではない。最適解近傍の局所的近似が最適解の探索には必要である。

(3) 経験的情報を近似関数の生成に反映させることにより、最適解近傍において精度良い近似が可能となり、効率的な解の探索が行える。

本論文では経験的情報として構造物に生じる主応力分

布を利用した。このように、対象とする問題固有の定性的な情報を有効に利用することが、応答曲面法の実用性向上に貢献すると考える。特に、本報では単純形状の矩形板に対する結果を用いて、本手法による解の特徴について記述した。筆者ら^{4), 5)}は形状がより複雑なシェル構造物に対しても提案手法を適用し妥当な結果を得ている。

参 考 文 献

- 1) R. T. Haftka and M. P. Kamat, "Elements of structural optimization", p.155 (1985) Martinus Nijhoff.
- 2) M. P. Kamat, "Structural Optimization : Status and Promise", p.51 (1993) AIAA.
- 3) R. T. Brown and J. A. Nachlas, AIAA J., **23**, 781 (1985).
- 4) M. Zako, N. Takano, N. Takeda and T. Tsujikami, J. of Science and Engineering of Composite Materials, **6**, 131 (1997).
- 5) 座古 勝, 辻上哲也, 高野直樹, 竹田憲生, 材料, **45**, 1316 (1996).
- 6) S. W. Tsai and H. T. Hahn, "複合材料の強度解析と設計入門", p.92 (1985) 日刊工業新聞社.
- 7) 佐和隆光, "回帰分析", p.86 (1979) 朝倉書店.
- 8) D. E. Goldberg and R. Lingle, Proceeding of the First International Conference on Genetic Algorithms, p.154 (1985).
- 9) D. E. Goldberg, "Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning", p.60 (1989) Addison-Wesley.
- 10) M. B. Krakovski, Computers & Structures, **63**, 119 (1997).